

cast

centre d'actualisation scientifique et technique  
INSA de Lyon

B. CLAUDEL  
J. ANDRIEU  
M. OTTERBEIN

BASES  
DU  
GENIE CHIMIQUE

*applications à des opérations  
unitaires faisant intervenir  
des transferts de matière*

TECHNIQUE &  
DOCUMENTATION

**Bernard CLAUDEL**

**Julien ANDRIEU**

**Michel OTTERBEIN**

*Service de Génie Chimique  
Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*

# **BASES DU GÉNIE CHIMIQUE**

**Applications à des opérations unitaires  
faisant intervenir des transferts de matière**

**TECHNIQUE ET DOCUMENTATION**

**11, rue Lavoisier**

**75008 PARIS**

© Technique et Documentation  
11, rue Lavoisier, 75008 Paris - 1977  
ISBN 2-85206-013-2

La loi du 11 mars 1957 n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite ». (Alinéa premier de l'article 40.) Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

*Je dis qu'il est plus pratique d'apprendre par théorie, c'est-à-dire par expérience et par entendement que d'apprendre par l'expérience toute seule.*

ALAIN, Propos, 10 déc. 1909

# TABLE DES MATIERES

NOTATIONS UTILISEES . . . . .	5
AVANT-PROPOS . . . . .	9
INTRODUCTION . . . . .	11
CHAPITRE I - RAPPELS DE THERMODYNAMIQUE . . . . .	16
1.1. Potentiels chimiques . . . . .	16
1.2. Règle des phases . . . . .	16
1.3. Diagrammes, Règle des moments . . . . .	17
1.4. Equilibre liquide-vapeur . . . . .	19
1.4.1. Corps pur . . . . .	19
1.4.2. Solutions . . . . .	22
1.4.2.1. Généralités. Volatilité . . . . .	22
1.4.2.2. Solutions idéales . . . . .	23
1.4.2.3. Solutions réelles . . . . .	29
1.4.2.4. Diagramme enthalpique . . . . .	33
1.5. Equilibre liquide-liquide . . . . .	35
1.5.1. Généralités . . . . .	35
1.5.2. Application à l'extraction liquide-liquide . . . . .	38
1.5.2.1. Sélectivité du solvant . . . . .	39
1.5.2.2. Pouvoir solvant . . . . .	40
1.5.2.3. Propriétés physiques . . . . .	40
Exercices sur le chapitre I . . . . .	41
CHAPITRE II - LE PLATEAU THEORIQUE . . . . .	45
Exercices sur le chapitre II . . . . .	49

CHAPITRE III - CASCADE DE PLATEAUX THEORIQUES A CONTRE-COURANT . . . . .	51
3.1. Bilans d'une cascade . . . . .	51
3.2. Définition du débit net . . . . .	53
3.3. Détermination du nombre de plateaux par la méthode du pôle . . . . .	53
3.4. Représentation de Janecke et diagramme enthalpique .	57
Exercices sur le chapitre III . . . . .	58
 CHAPITRE IV - CASCADE A CONTRE-COURANT AVEC REFLUX . . . . .	 60
4.1. Généralités . . . . .	60
4.2. Calcul du nombre de plateaux par la méthode du pôle .	62
4.2.1. Cas de l'extraction . . . . .	62
4.2.2. Cas de la distillation . . . . .	66
4.2.2.1. <i>Méthode de Ponchon et Savarit</i> . . . . .	66
4.2.2.2. <i>Taux de reflux optimum</i> . . . . .	74
Exercices sur le chapitre IV . . . . .	76
 CHAPITRE V - METHODES DE CALCUL SIMPLIFIEES . . . . .	 78
5.1. Généralités . . . . .	78
5.2. Construction graphique pour les opérations à contre-courant . . . . .	79
5.3. Opérations à contre-courant avec reflux . . . . .	82
5.4. Calcul analytique des plateaux . . . . .	90
5.4.1. Courbe d'équilibre et courbe opératoire linéaires . . . . .	90
5.4.2. Nombre minimum de plateaux théoriques à reflux total. Equation de Fenske . . . . .	91
5.5. Efficacités des colonnes à plateaux et à garnissage .	94
5.5.1. Colonnes à plateaux . . . . .	94
5.5.2. Colonnes à garnissage . . . . .	96
Exercices sur le chapitre V . . . . .	99
 CHAPITRE VI - DISTILLATION . . . . .	 101
6.1. Avant-projet d'une installation de distillation continue d'un mélange binaire . . . . .	101
6.1.1. Généralités . . . . .	101
6.1.2. Exemple numérique . . . . .	102
6.2. Notions sur la distillation des mélanges complexes .	108
6.2.1. Méthode de calcul progressif plateau par plateau . . . . .	109
6.2.2. Méthodes abrégées . . . . .	115

6.3.	Distillation azéotropique . . . . .	119
6.3.1.	Disparition et rupture de l'azéotropisme . . . . .	120
6.3.1.1.	<i>Moyens purement physiques</i> . . . . .	120
6.3.1.2.	<i>Moyens chimiques</i> . . . . .	120
6.3.1.3.	<i>Addition d'un tiers corps liquide</i> . . . . .	121
6.3.2.	Distillation d'un binaire à miscibilité partielle . . . . .	122
6.3.2.1.	<i>Généralités</i> . . . . .	122
6.3.2.2.	<i>Estimation du reflux minimal et du nombre de plateaux dans chaque colonne</i> . . . . .	124
6.3.3.	Nombre de colonnes à utiliser en distillation hétéro-azéotropique ternaire . . . . .	132
6.4.	Distillation extractive . . . . .	132
6.5.	Distillation discontinue . . . . .	133
6.5.1.	Généralités . . . . .	133
6.5.1.1.	<i>Définition</i> . . . . .	133
6.5.1.2.	<i>Domaines d'application</i> . . . . .	134
6.5.1.3.	<i>Avantages et inconvénients</i> . . . . .	135
6.5.1.4.	<i>Hypothèses simplificatrices</i> . . . . .	136
6.5.1.5.	<i>Conduite d'une distillation discontinue</i> . . . . .	136
6.5.2.	Distillation discontinue à reflux fixe . . . . .	136
6.5.2.1.	<i>Cas des mélanges binaires</i> . . . . .	136
6.5.2.1.1.	<i>Présentation du problème</i> . . . . .	136
6.5.2.1.2.	<i>Relation entre le nombre de moles restant dans le bouilleur et l'enrichissement moyen</i> . . . . .	137
6.5.2.1.3.	<i>Relation entre le nombre de moles restant dans le bouilleur et <math>x_{Df}</math></i> . . . . .	137
6.5.2.1.4.	<i>Marche à suivre</i> . . . . .	138
6.5.2.2.	<i>Mélanges d'ordre supérieur</i> . . . . .	142
6.5.3.	Distillation discontinue à composition du distillat constante . . . . .	142
6.5.3.1.	<i>Cas des mélanges binaires</i> . . . . .	143
6.5.3.2.	<i>Cas des mélanges complexes</i> . . . . .	145
6.5.4.	Influence de la retenue de liquide de la colonne . . . . .	147
6.5.4.1.	<i>Influence sur le temps nécessaire à la mise en régime</i> . . . . .	147
6.5.4.2.	<i>Influence sur la pureté du distillat et le taux d'extraction</i> . . . . .	152
6.5.4.2.1.	<i>Rectification conduite à <math>x_D</math> constant</i> . . . . .	152
6.5.4.2.2.	<i>Rectification conduite à taux de reflux constant</i> . . . . .	154
	Exercices sur le chapitre VI . . . . .	155

CHAPITRE VII - CINÉTIQUE DU TRANSFERT DE MATIÈRE . . . . . 158

7.1.	Diffusion moléculaire . . . . .	158
7.1.1.	Loi de Fick . . . . .	158
7.1.2.	Relation de conservation . . . . .	159
7.1.3.	Contrediffusion équimolaire . . . . .	161
7.1.4.	Diffusion à travers une phase stationnaire . . . . .	162

7.2. Diffusion turbulente. Coefficients de transfert . . .	164
7.3. Intervention d'une réaction . . . . .	168
Exercice sur le chapitre VII . . . . .	171
CHAPITRE VIII - UNITE DE TRANSFERT D'UN ECHANGEUR DE MATIERE	172
8.1. Définitions du nombre d'unités de transfert et de la hauteur de l'unité de transfert . . . . .	172
8.2. Equation de la courbe opératoire dans le cas du transfert d'un seul constituant . . . . .	181
8.3. Calcul du nombre d'unités de transfert . . . . .	181
8.3.1. Méthode d'exploitation de la définition . . .	181
8.3.2. Méthode de Baker . . . . .	182
8.3.3. Méthode analytique . . . . .	183
8.4. Détermination du groupe $ka_1$ . . . . .	188
8.4.1. Régime de "réaction lente" . . . . .	188
8.4.2. Régime de "réaction rapide" . . . . .	188
8.4.3. Régime de "réaction instantanée" . . . . .	191
Exercices sur le chapitre VIII . . . . .	194
CHAPITRE IX - DIMENSIONNEMENT DES ECHANGEURS DE MATIERE FONCTIONNANT A CONTRE-COURANT . . . . .	196
9.1. Colonnes à garnissage . . . . .	196
9.2. Colonnes à plateaux . . . . .	204
INDEX ALPHABETIQUE . . . . .	207

## NOTATIONS UTILISEES

A	{	aire
	{	débit molaire d'alimentation
a	{	activité
	{	aire interfaciale
B		bouilleur
C		condenseur
c	{	concentration
	{	nombre de constituants indépendants (Règle des phases)
D		distillat
$\mathcal{D}$		coefficient de diffusion (diffusivité)
E,F		extrémités d'échangeur
G		symbole d'une phase (en principe gaz)
g		accélération de la pesanteur
H,h		enthalpie
J		densité de flux de matière
K		coefficient de la loi de HENRY
k		coefficient de transfert
L		symbole d'une phase (en principe liquide)
$\ell$		longueur
$\ell_n$		logarithme népérien
log		logarithme à base 10
M		masse molaire

m	nombre de plateaux dans la zone d'appauvrissement
$m\bar{x}$	moyenne logarithmique
n	nombre { de facteurs physiques de l'équilibre (Règle des phases) de plateaux dans la zone d'enrichissement de moles
$\bar{n}$	nombre de moles par unité de temps (ou débit molaire)
N	nombre total de plateaux
P	pression
p	pente d'une droite
Q,q	quantité de chaleur
R	taux de reflux
$\mathcal{R}$	constante des gaz parfaits
r	débit de création (ou de disparition) d'un constituant
S	{ aire soutirant
T	température
t	temps
U	vitesse
V	volume
$\bar{V}$	débit volumique
v	{ volume molaire variance d'un système (Règle des phases)
x,y,z	Fractions molaires (ou massiques)
X,Y,Z	Rapports molaires (ou massiques)

Lettres grecques

$\alpha$	volatilité relative
$\beta$	retenue de colonne
$\gamma$	coefficient d'activité
$\delta$	différence entre deux quantités
$\Delta$	quantité différence

$\varepsilon$	{ épaisseur porosité
$\eta$	volatilité absolue
$\theta$	taux de rebouillage
$\xi, \zeta$	coordonnées d'espace
$\kappa$	diffusivité thermique
$\lambda$	chaleur de vaporisation molaire
$\mu$	{ potentiel chimique viscosité dynamique
$\nu$	viscosité cinématique
$\rho$	masse volumique
$\Sigma$	quantité somme
$\sigma$	{ diamètre moléculaire tension superficielle
$\tau$	taux d'extraction
$\phi$	nombre de phases (Règle des phases)
$\Phi$	facteur d'accélération

### Indices

a, b, c	constituants
d	relatif à la diffusion
E	valeur à l'extrémité E
e	valeur à l'équilibre
eb	relatif à l'ébullition
F	valeur à l'extrémité F
g	gaz
i	valeur à l'interface
j, k	relatif aux constituants j, k
l	liquide
m	valeur moyenne
n	numéro quelconque (d'un plateau, par ex.)

- N      numéro du dernier appareil (plateau par ex.) d'une série  
o      valeur initiale  
p      paroi  
P      pression  
+      total  
V      rapporté à l'unité de volume  
x,y    relatif aux fractions molaires

Exposants

- °      constituant à l'état pur

## AVANT-PROPOS

Le présent ouvrage se veut un traité de Génie Chimique, c'est-à-dire qu'il est consacré à la compréhension et éventuellement à la conception des appareillages faisant intervenir un transfert particulier, le transfert de matière. Il entend rester au niveau des bases, c'est-à-dire des lois physiques fondamentales à partir desquelles des calculs généralement très simples permettront d'aboutir à des résultats pratiques. Les auteurs ont donc cherché à éviter deux écueils : d'une part celui de la spécialisation, qui aurait entraîné des développements importants au niveau de la Recherche et d'autre part celui de la documentation technologique qui aurait donné à cet ouvrage l'aspect d'un catalogue, forcément fastidieux et d'ailleurs rapidement périmé.

C'est donc volontairement que les auteurs sont restés à un niveau à la fois fondamental et opérationnel, en s'appuyant sur l'expérience de plusieurs années qu'ils ont acquise dans l'enseignement de ces matières, non seulement dans le cadre de la formation initiale des élèves ingénieurs de l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, mais encore dans le cadre de la formation continue organisée par le Centre d'Actualisation Scientifique et Technique. C'est pourquoi ils ont jugé indispensable d'une part de proposer des exercices, complètement résolus ou dont seuls les résultats numériques sont donnés et d'autre part d'indiquer, à la suite de chaque chapitre, une liste de références bibliographiques qui permettent au lecteur intéressé soit de remonter à la source des données ou de la méthode, soit de poursuivre sa documentation.

## REFERENCES GENERALES

(désignées dans la suite par G.)

- G.1 A.S. FOUST, L.A. WENZEL, C.W. CLUMP, L. MAUS et L.B. ANDERSEN - Principles of Unit Operations, J. Wiley, New York (1960)
- G.2 C.O. BENNETT et J.E. MYERS - Momentum, heat and mass transfer, Mc Graw Hill, New York (1962)
- G.3 P. WUITHIER - Le Pétrole, Raffinage et Génie Chimique, Technip, Paris, 2<sup>de</sup> Edition, (1972)
- G.4 J.H. PERRY - Chemical Engineers' Handbook, Mc Graw Hill, 5<sup>th</sup> Ed. (1973)
- G.5 A. PARIS - Procédés de rectification dans l'Industrie Chimique, Dunod, Paris (1959)
- G.6 J.R. WELTY, C.E. WICKS, R.E. WILSON - Fundamentals of Momentum, Heat and Mass Transfer, J. Wiley, New York (1969)

Les unités utilisées dans la suite sont, sauf exception, conformes au décret n° 75-1200 du 4 décembre 1975.

## INTRODUCTION

Avant d'aborder les modèles utilisés dans l'étude des transferts de matière, il est bon de rappeler des notions fondamentales sur les bilans. En effet, comme on le verra dans la suite, un problème de Génie Chimique commence presque toujours par une écriture de bilan sur une variable extensive (ou "extensité"), c'est-à-dire une variable qui dépend de l'étendue du système envisagé (masse, nombre de moles, quantité de chaleur etc ...) (voir référence bibliographique [1] en fin de chapitre). On dresse le bilan de cette extensité dans tout le système si l'extensité ne dépend pas de la coordonnée d'espace : on a alors affaire à un bilan global pour l'extensité considérée. Dans le cas contraire, on dresse le bilan dans un élément différentiel du système : on a affaire à un bilan local. De manière générale, l'écriture d'un bilan, global ou local est :

$$\text{entrée} + \text{création} = \text{sortie} + \text{accumulation}$$

Dans cette équation, le terme de création est algébrique : il faut l'affecter du signe - s'il correspond à une disparition. Le terme d'accumulation représente la quantité d'extensité qui s'accumule pendant l'intervalle de temps considéré : c'est une dérivée partielle par rapport au temps, qui s'annule lorsque le régime permanent (ou stationnaire) est atteint.

### Exemple de bilan global

Un réservoir de  $100 \text{ m}^3$  initialement rempli de méthane est purgé par circulation d'azote, au débit de  $10 \text{ m}^3 \text{ min}^{-1}$  à la température de  $25^\circ \text{ C}$  et sous la pression atmosphérique. On demande le temps nécessaire pour atteindre une fraction molaire de méthane de 5 % dans le

réservoir, où l'on suppose que le mélangeage d'azote et de méthane est parfait.

Si  $\bar{V}$  désigne le débit volumique du gaz traversant le réservoir, le débit molaire de l'azote entrant est :

$$\bar{n}_e = \frac{P\bar{V}}{RT} = 409 \text{ moles min}^{-1}$$

Si  $c$  est la concentration de l'azote dans le flux sortant (égale à celle de l'azote dans le réservoir puisque le mélangeage est supposé parfait), le débit molaire de l'azote sortant est

$$\bar{n}_s = c \bar{V} = 10 \times c$$

Si  $V_r$  désigne le volume du réservoir, le terme d'accumulation est

$$V_r \frac{dc}{dt} = 100 \times \frac{dc}{dt}$$

de sorte que le bilan de l'azote s'écrira

$$409 = 10 \times c + 100 \frac{dc}{dt}$$

soit 
$$\frac{dc}{409 - 10c} = \frac{dt}{100}$$

qui peut être intégré entre l'instant  $t = 0$ , où  $c = 0$ , et l'instant  $t_1$  où  $c = c_1$  correspond à  $y_1 = 0,95$ , soit

$$c_1 = 0,95 \times \frac{P}{RT} = 38,9 \text{ moles m}^{-3}$$

On obtient

$$t_1 = 10 \ln \frac{409}{409 - 10c_1} \approx 30 \text{ min}$$

### Exemple de bilan local

Une espèce chimique  $l$  dissoute dans un liquide à la concentration  $c$  diffuse sous l'influence d'un gradient de concentration dans la direction  $O\xi$  (voir figure 1 ci-après). Par ailleurs, elle réagit en tout point du liquide avec un autre constituant du liquide à vitesse  $r_v$  exprimée en nombre de moles de  $l$  consommées par unité de temps et par unité de volume (voir référence bibliographique [2] en fin de chapitre). On cherche la relation liant  $c$  à  $\xi$  en régime permanent.

Du fait de la variation de  $c$  avec  $\xi$ , on va considérer le bilan local de  $l$  dans un volume élémentaire de liquide compris entre deux plans d'abscisses  $\xi$  et  $\xi + d\xi$  et d'aire de section droite perpendiculaire à  $O\xi$  égale à  $A$ . Ce bilan sera effectué sur le débit molaire de  $l$ . Soit  $J$  le flux unitaire de  $l$ , c'est-à-dire le nombre de moles de  $l$  franchissant par unité de temps l'unité d'aire perpendiculaire à la direction

de la diffusion. Le terme d'entrée est :

$$J_{\xi} \cdot A$$

De même le terme de sortie est

$$J_{\xi + d\xi} \cdot A$$

La formule de TAYLOR, limitée au terme du premier ordre en  $d\xi$  permet d'exprimer  $J_{\xi + d\xi}$  en fonction de  $J_{\xi}$  :

$$J_{\xi + d\xi} \approx J_{\xi} + \frac{\partial J}{\partial \xi} d\xi$$

La dérivée  $\frac{\partial J}{\partial \xi}$  peut ici être écrite  $\frac{dJ}{d\xi}$  puisque  $\xi$  est la seule variable qui intervienne.

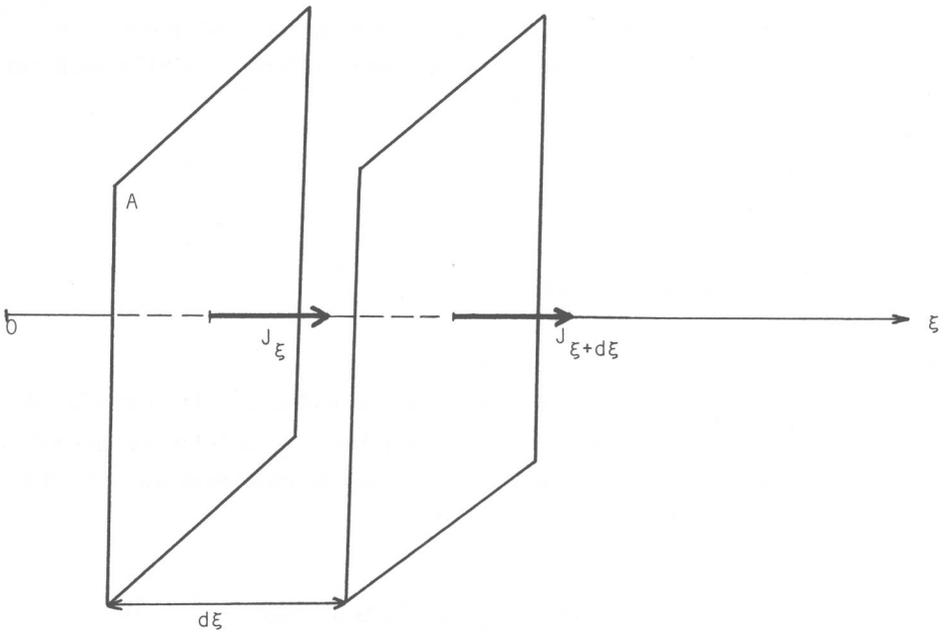


Figure 1 : Bilan matière pour un constituant diffusant selon l'axe  $0\xi$

Dans l'équation de bilan, le terme d'accumulation est nul, puisque l'on suppose le régime stationnaire atteint, et le terme de création s'écrit  $-r_V A d\xi$  (voir référence bibliographique [2] en fin de chapitre).