Lecture Notes in Mathematics

Michel Émery
Marc Yor (Eds.)

In Memoriam Paul-André Meyer

Séminaire de Probabilités XXXIX

1874

Springer

M. Émery · M. Yor (Eds.)

In Memoriam Paul-André Meyer

Séminaire de Probabilités XXXIX

Springer

Editors

Michel Émery
Institut de Recherche Mathématique Avancée
Université Louis Pasteur
7, rue René Descartes
67084 Strasbourg Cedex, France
E-mail: emery@math.u-strasbg.fr

Marc Yor
Laboratoire de Probabilités et Modèles Aléatoires
Université Pierre et Marie Curie
Boîte Courrier 188
4, place Jussieu
75252 Paris Cedex 05, France

Library of Congress Control Number: 2006920071

Mathematics Subject Classification (2000): 60Gxx, 60Hxx, 60Jxx, 91B28

ISSN print edition: 0075-8434
ISSN electronic edition: 1617-9692
ISSN Séminaire de Probabiltés, print edition: 0720-8766
ISBN-10 3-540-30994-2 Springer Berlin Heidelberg New York
ISBN-13 978-3-540-30994-9 Springer Berlin Heidelberg New York
DOI 10.1007/b128398

Springer is a part of Springer Science+Business Media
springer.com

Printed in The Netherlands

Typesetting: by the authors and SPI Publisher Services using a Springer LaTeX package

Cover design: *design & production* GmbH, Heidelberg

Printed on acid-free paper SPIN: 11601395 VA41/3100/SPI 5 4 3 2 1 0

Father was a mathematician, and when he was not able to solve a problem he would turn to Sanskrit Grammar.

RAJA RAO. *The Serpent and the Rope.*

This volume XXXIX of Séminaire de Probabilités is dedicated to the memory of Paul-André Meyer, who unexpectedly passed away on January 30^{th} 2003, in Strasbourg.

Readers of the *Séminaire* need not be reminded how deeply Paul-André Meyer's research has modified the landscape of Probability Theory during three decades, from 1962 and 1963, when his articles in the *Illinois Journal of Mathematics* extended to continuous time Doob's decomposition of supermartingales, to 1993, when his *Quantum Probability for Probabilists* appeared in the Springer Lecture Notes.

Most important is probably the way his work continues to live on, sometimes in ways different from those he would have thought. It is used "as one breathes" (to quote his "Titres et Travaux : Postface", which can be found at the very beginning of this volume), that is, in a way both trite and fundamental, similar to the way Fubini's theorem is used ...

The May-June 2005 issue of the *Annales de l'Institut Henri Poincaré* (Vol. 41, n° 3), also dedicated to the memory of Meyer, was prepared at the same time as this volume, under the auspices of a joint committee, consisting of J. Azéma, S. Attal, D. Bakry, M.T. Barlow, G. Ben Arous, J. Bertoin, P. Biane, C. Dellacherie, H. Föllmer, R.K. Getoor, J. Jacod, T. Jeulin, M. Ledoux, J.-F. Le Gall, Y. Le Jan, D. Lépingle, J. Neveu, K.R. Parthasarathy, E.A. Perkins, R. Rebolledo, A.N. Shiryaev, C. Stricker, J.B. Walsh, S. Watanabe, K.-A. Yan and ourselves. Both volumes exemplify, but do not exhaust, the broad spectrum of mathematical themes which interested Meyer.

We take this opportunity to recall to the reader's attention the tribute paid to P.A. Meyer and J. Neveu in 1994, on occasion of their 60^{th} birthdays; it was published in 1996, in n° 236 of *Astérisque* and in n° 68 of *La Gazette des Mathématiciens.*

The present volume opens with a slightly abridged version of Meyer's autobiographical "Titres et Travaux : Postface", followed by an English version of Marc Yor's "Un modèle pour nous tous" (the French version has appeared in the *Notices de l'Académie des Sciences*) and by Stéphane Attal's "Disparition de Paul-André Meyer", already published in n° 96 of *La Gazette des Mathématiciens*.

Ten other personal *témoignages* then follow. Among them is the speech Jacques Neveu delivered at Meyer's funeral in Paris; the other nine were written for this memorial volume.

Very sadly, one of these *témoins*, Catherine Doléans-Dade, also untimely left us in 2004. She had been Meyer's first student, and her name remains associated to a most important object in stochastic calculus; our warmest thoughts go to Everett and their children. Her death followed shortly that of Joseph L. Doob, who was from the very beginning one of Meyer's permanent sources of inspiration …

We thank the Académie des Sciences and the Société Mathématique de France for their kind permission to reprint Marc Yor and Stéphane Attal's témoignages, Anthony Phan for the drawing reproduced on the front cover, and Philip Protter for his help with the English language.

M. Émery and M. Yor

Contents

Titres et Travaux : Postface

Paul André Meyer

2 janvier 1998

Il y a maintenant juste trois ans que je suis à la retraite. Le moment est favorable pour écrire quelque chose sur mon expérience de mathématicien, avec un peu de recul et pas trop d'oubli. Prendre du recul n'a pas diminué mon estime pour les mathématiques, au contraire : avoir d'autres activités me permet de mieux apprécier l'extraordinaire concentration qu'exige le travail mathématique.

Les mathématiciens forment un monde un peu à part, aussi vaut-il la peine de raconter avec quelques détails comment j'y suis entré et j'y ai vécu. Cela ne ressemble pas tout à fait à la trajectoire de l'enfant doué.

Personne dans ma famille n'a fait de mathématiques avant moi. Tout le monde était dans le commerce, petit ou plus grand, achetant et revendant quelque chose. J'ai d'ailleurs gardé, à voir l'intelligence et le charme que mon père pouvait mettre dans le fonctionnement de sa boutique, une grande estime pour cette activité que l'on juge couramment stupide. Une légende familiale veut qu'un arrière grand-oncle paternel (ou quelque chose de ce genre) ait été un calculateur prodige, mais rien ne la garantit, et quant à moi j'ai continué jusqu'au lycée à compter sur mes doigts.

Mes premiers souvenirs mathématiques sont justement des souvenirs de grandes difficultés avec les opérations, particulièrement la division. C'est ma mère qui m'a tiré de là, m'apprenant à faire les divisions comme on le lui avait appris à l'école anglaise, c'est à dire en posant toutes les opérations intermédiaires, multiplications du côté droit, soustractions du côté gauche. Ce manque de sécurité, ce besoin de tout « poser », je peux dire que je l'ai ressenti toute ma vie.

J'ai le souvenir d'une composition de 8^{e} complètement ratée, où j'avais eu 4 sur 20, et d'un moment de désespoir. C'est encore ma mère qui m'a tiré d'affaire. Elle m'a dit « Je ne sais pas faire tes problèmes comme ils le veulent, mais on m'a appris à l'école anglaise à les faire par l'algèbre. Je vais te montrer. Tu appelles ça x et ça y, alors cette phrase veut dire que $x+y=3$, celle-là que $3x+2y=7$, tu remplaces y par $3-x$ dans la seconde égalité, et tu trouves que $x = 1$, donc $y = 2$ ». J'étais émerveillé. J'emportai le cahier dans ma chambre, je refis le problème, puis *tous* les problèmes, et je finis même par comprendre la ruse qui permet, dans certains cas, de présenter la solution sans algèbre. J'ai rattrapé les autres sans peine. Ensuite, je me suis arrangé pour être toujours en avance sur ma classe, appliquant sans le savoir le principe que Spitzer devait m'expliquer en 1965 : « always tell the NSF that you plan to do what you just have done ».

J'ai eu jusqu'en 6^{e} un délicieux et invraisemblable professeur, qui nous a appris, certes, à extraire des racines carrées et cubiques, mais qui était d'autant plus heureux devant une figure de géométrie qu'elle comportait plus de traits de toutes les couleurs. J'avais de bonnes notes. Entre la 6^{e} et la 5^{e}, arrivant à Paris au printemps, j'ai pris quelques leçons de mathématiques et de latin avec un professeur du Cours Hattemer qui se nommait M. Bonhoure : on disait qu'il avait été jésuite. Il barra le premier dessin multicolore et me dit « Une figure ne doit pas comporter une lettre ou un trait inutile pour la démonstration ». J'avalai la leçon. Il me donna aussi quelques cours de latin, et lorsque mes parents me demandèrent (cela m'émerveille, mais c'est ainsi) ce que je voulais faire, je dis que le latin me plaisait, mais que je voulais faire le plus de mathématiques possible. J'abandonnai donc le latin. Hélas, comment aurions-nous pu savoir qu'en ce temps-là, pour faire « le plus de mathématiques possible » il fallait faire aussi du grec ?

J'étais en pension au premier trimestre de 5^{e}. Je ne sais pas comment un formulaire de mathématiques me tomba entre les mains. Il commençait par des identités remarquables : $(a+b)^2$, $(a+b)^3$... que je vérifiai facilement. Puis il continuait : dérivées, différentielles... équation de Laplace, équations de Maxwell... Les identités remarquables exceptées, je ne compris rien, sauf que tout cela existait. Mon idéal mathématique devint pour des années de comprendre l'équation de Laplace et les équations de Maxwell. Je suis arrivé jusqu'à Laplace, mais jamais vraiment jusqu'à Maxwell.

Au second trimestre de 5^{e} j'étais de nouveau en famille. Le cabinet de toilette à côté de ma chambre était devenu mon laboratoire, où j'avais une petite machine électrostatique, une bobine de Ruhmkorff. Je m'y suis construit un poste à galène (je me revois casque aux oreilles écoutant le *Martyre de Saint Sébastien*, la galène étranglant d'Annunzio tout en gardant le plus possible de Debussy). Quant aux mathématiques, nous avions (en 1947, déjà, et à Janson !) un professeur remplaçant qui peinait beaucoup. Un jour il se trompa au tableau et resta court. Je levai la main et lui dis où il se trompait. Il discuta un peu, je répondis « C'est logique ! » Alors un garçon dans les premiers rangs dit à voix haute « Ça n'a rien à voir avec la logique, ici on est en maths ».

A partir de la 4^{e}, j'eus un vrai professeur, M. Heilbronn, qui était même docteur ès-sciences — sa thèse portait sur « les équations aux dérivées partielles selon Jules Drach », si ma mémoire est bonne. Par les hasards des changements de classe, je restai avec lui quatre ans. A vrai dire, ce n'était un bon professeur que pour les bons élèves, car les autres le mettaient dans des rages folles. Mais pendant quatre ans je n'eus avec lui aucune note inférieure à 18. J'aimais beaucoup la géométrie, la droite de Simpson et le cercle des neuf points, et je me posais tout seul le genre de problèmes puérils que je pouvais imaginer, imitant les exercices de fins de chapitre, tels que construire un triangle connaissant les rayons du cercle inscrit, du cercle circonscrit, et d'un cercle exinscrit. Je calculais mieux aussi (sur les lettres à défaut des chiffres), et j'aimais même la trigonométrie.

La géométrie plane, branche morte des mathématiques, avait cet avantage d'être concrète, et de mettre à la portée des enfants des énoncés non-évidents. Sa suppression en tant que théorie « inutile », fut l'œuvre de gens intelligents et honnêtes, et je pense que ce fut une sottise — l'une de ces sottises logiques et irréparables, sur lesquelles on ne peut que pleurer.

Je crois que pendant cette période de la 5^{e} à la 2^{e} — de 12 à 15 ans, mettons — j'ai été plus intelligent que pendant tout le reste de ma vie. J'ai l'impression que maintenant l'intelligence des adolescents est gaspillée.

En classe de seconde se produisit un événement important pour moi : mon cousin venait de passer son bac, dans la classe de Sciences Expérimentales (il a fait des études de médecine), et il me passa son livre de maths. Or dans ce mince livre, il y avait les dérivées et différentielles, primitives, logarithmes et exponentielles. Cela me transporta. L'idée que la fonction $1/x$ avait une primitive *pour laquelle il fallait inventer un nouveau nom* me stupéfia ; je ne voulus pas le croire, et je partis à la recherche de cette primitive. J'y passai beaucoup de temps, transformant la relation $y' = 1/x$ en diverses équations différentielles que j'essayais de résoudre. Enfin, j'en parlai à M. Heilbronn, qui m'affirma que vraiment il n'y avait rien à faire — et que j'aurais dû plutôt m'étonner que la *dérivée* d'une fonction algébrique soit algébrique.

A cette époque, je passais beaucoup de jeudis après-midi au Palais de la Découverte. A vrai dire, j'en passais autant au Musée Guimet, dont la bibliothèque me fascinait. Je tournais autour, mais jamais je n'ai osé demandé à y entrer.

Le résultat de tout cela fut que j'allai acheter le *Cours de Mathématiques Spéciales* de A. Decerf, qui avait l'avantage d'être mince. Ce n'était pas un livre extraordinaire, mais il était clair et je l'ai beaucoup aimé. Je ne m'en suis séparé que lorsqu'il est vraiment devenu impossible de le recoller. Le premier chapitre était le plus difficile, l'algèbre linéaire, avec la définition classique des déterminants, si bizarre. Je me suis passionné pour l'Analyse Combinatoire, et j'ai passé beaucoup de temps à compter les différentes manières de ranger ceci ou cela.

Je me rappelle un autre écueil sur lequel j'ai buté : je m'étonnais que l'on pût couper une intégrale en deux, dans la première moitié poser $s = t$, dans la seconde $s = 1 - t$, et les remettre ensemble. Il me semblait que s ne pouvait être égal *à la fois* à t et à $1 - t$. Je n'ai pu avancer *qu'en comprenant qu'il n'y avait rien à comprendre.* Cela me rappelle un passage de Stendhal (dans la *Vie de Henry Brulard* au chapitre 34) où il dit avoir été arrêté dans son développement mathématique par l'impossibilité de « comprendre » comment − multiplié par − peut donner +. Voici ce passage : « *Mon enthousiasme pour les mathématiques avait peut-être eu pour base principale mon horreur pour l'hypocrisie... Que devins-je quand je m'aperçus que personne ne pouvait m'expliquer comment il se faisait que : moins par moins donne plus ?... On faisait bien pis que ne pas m'expliquer cette difficulté (qui sans doute est explicable car elle conduit à la vérité), on me l'expliquait par des raisons évidemment peu claires pour ceux qui me les présentaient... J'en fus réduit à ce que je me dis encore aujourd'hui : il faut bien que − par − donne + soit vrai, puisque évidemment, en employant à chaque instant cette règle dans le calcul, on arrive à des résultats vrais et indubitables.* » Ainsi le progrès consiste à comprendre que l'imagination concrète doit lâcher prise et laisser le langage faire son travail. Le langage mathématique va *beaucoup plus loin* que l'imagination — pourquoi, c'est un mystère. Cela se retrouve à tous les niveaux, par exemple on ne peut (à mon avis) « comprendre » la transformation de Lorentz ou les fondements de la mécanique quantique, on peut seulement s'y habituer — et une intuition se reconstitue à partir de cette habitude. Dans ce cas précis, bien sûr, il aurait été facile de satisfaire aussi l'imagination, et l'obstacle a été créé par de mauvais professeurs, qui ne comprenaient pas ce qu'ils enseignaient.

L'« absence d'hypocrisie » dont parle Stendhal me semble être un élément important de l'attrait des mathématiques.

Cette opposition entre ce que dit le langage mathématique et ce qui est compris par images se rencontre partout : rien dans notre imagination ordinaire ne nous prépare à concevoir la vitesse de la lumière comme vitesse limite, et la transformation de Lorentz peut être (me semble-t-il) manipulée, mais non « comprise ». C'est pire encore pour la mécanique quantique. Bien entendu, l'esprit d'un physicien qui manipule ces choses tous les jours finit par les connaître parfaitement, mais je ne crois pas qu'il réalise plus qu'un court-circuit du langage mathématique, une constitution sommaire d'images à partir de celui-ci. Feynman n'a-t-il pas écrit que la mécanique quantique restait toujours aussi stupéfiante au bout de quarante ans d'expérience? Ou que la question « Qu'est-ce qui fait que les masses s'attirent » est sans réponse jusqu'à maintenant, et sans doute pour toujours ? En ce sens, la science n'explique rien. Elle nous dit « c'est comme ça », de la même façon que mon père, à toutes les questions que je lui posais à l'âge des questions, répondait « à cause des mouches ».

Je reviens à ma formation. J'ai d'abord été intéressé par les nombres et leurs propriétés, comme tous les débutants me semble-t-il, en raison du caractère élémentaire de ce sujet. J'ai dû lire deux démonstrations fausses du théorème de Fermat, une démonstration (obscure) de la transcendance des nombres e et π. J'ai perdu maintenant l'intérêt pour les « nombres » en eux-mêmes, et je ne peux m'empêcher de trouver puéril l'attachement que leur portent beaucoup de mathématiciens. J'éprouve presque aussi peu d'intérêt pour le théorème de Fermat que pour la coupe du monde de football.

M. Heilbronn avait été élevé dans la tradition de Borel, Lebesgue, Hadamard (au séminaire duquel il avait assisté autrefois), et il m'a conseillé de lire les *Cours d'Analyse* de Goursat et Valiron, et des livres de la Collection Borel : les *Leçons sur la Théorie des Fonctions,* les *Leçons sur l'Intégration* de Lebesgue, puis de Sierpinski les *Leçons sur les Nombres Transfinis.* Mais il m'a prévenu aussi que tout cela était vieilli, et qu'un jour je devrais lire Bourbaki — en passant, et puisqu'il est à la mode à présent de décrier Bourbaki, je note mon émerveillement lorsque je l'ai lu (en classe préparatoire sans doute), avec le fascicule de résultats de Théorie des Ensembles, et les admirables premiers volumes de l'Algèbre et de la Topologie Générale, supérieurs par leur sobriété à ceux qui sont venus par la suite. Je pense que toute une génération a été enthousiasmée par cette perfection d'écriture — au détriment peut-être de l'imagination créatrice, mais je n'en suis pas sûr.

La fascination de Bourbaki dans ces années-là ne s'exerçait pas seulement sur les mathématiciens. Ce texte à la fois limpide et difficile a suscité la jalousie des philosophes. Une partie des textes que contient le sottisier de Sokal peut se comprendre comme une imitation de Bourbaki, à la façon dont un bébé imite le bruit du français. Mais Bourbaki n'y est pour rien.

J'ai beaucoup profité de mes années de lycée, où j'ai appris à rédiger clairement et sobrement. *J'ai surtout immensément aimé l'école.* J'avais le sentiment que l'on pouvait tout savoir, et que le savoir menait à tout. Je n'ai pas retrouvé chez mes enfants cet amour de l'école, et il me semble que quelque chose s'est perdu d'une génération à l'autre.

Lorsque j'étais en Terminale, j'ai eu mes premiers contacts avec des mathématiciens en activité, à qui je fus envoyé par le physicien P. Grivet, un ami d'amis et un homme très bienveillant. Ce furent Raphaël Salem, qui me prêta la première édition du traité d'intégration de Saks, Henri Cartan, qui me conseilla de lire les *Fonctions de Variables Réelles* de Bourbaki, et Laurent Schwartz, qui me recommanda son livre sur les distributions. J'ai acheté ces livres, ils m'ont servi plus tard, mais bien sûr je n'y compris rien en ce temps-là. Plus important, P. Grivet persuada mes parents que mon projet de préparer le seul concours de la rue d'Ulm n'était pas une folie.

Je me suis trouvé parfaitement heureux en analyse : la théorie descriptive des ensembles, l'intégration (et la théorie des fonctions d'une variable complexe). Cependant, je n'avais pas d'aversion pour la géométrie. Mes premiers contacts avec la géométrie différentielle (dans le vieux manuel de Lainé) ont été heureux. Je me rappelle avoir réfléchi en ce temps-là sur la définition des différentielles secondes « complètes » dans le livre de Goursat. Je me souviens aussi d'avoir été émerveillé en Terminale et en Hypotaupe par le petit traité de Duporcq *Premiers Principes de Géométrie Moderne*, c'est à dire la géométrie projective complexe à la Poncelet.

En Hypotaupe et Taupe, je travaillais beaucoup et je réussissais bien. Je n'étais pas le meilleur. Celui-ci, qui avait fait du grec, est entré à Polytechnique ; j'ai aperçu son nom dans les journaux (il y a déjà longtemps) comme fondé de pouvoir d'une grande banque dans quelque opération financière internationale, et il me semble qu'il y a eu là un gaspillage d'intelligence. Il me semble trop distrait et trop gentil pour avoir fait un excellent banquier. En tout cas, je n'ai pas vu mentionner son nom à propos du Crédit Lyonnais.

Je détestais en idée Polytechnique depuis l'adolescence, où j'avais lu (dans un livre datant de 1880) que les polytechniciens marchaient au pas et qu'un planton les empêchait d'entrer et de sortir. Si je ne pouvais entrer à l'Ecole Normale en une fois, j'irais à la Sorbonne ou aux USA.

L'année du concours de l'Ecole Normale, je quittai le lycée au milieu de l'année, car mon professeur de physique–chimie me persécutait. Je fus reçu au concours (parmi les derniers d'une toute petite fournée) grâce à un 20/20 en physique et à la lucide bonté de J. Deny, le second examinateur de maths.

Le jour où j'ai vu mon nom affiché à la porte de l'Ecole Normale a été l'un des plus lumineux de ma vie (il faisait d'ailleurs très beau). En y entrant, je ne savais pas si je choisirais les maths ou bien la physique, et les splendides possibilités de manipulations offertes aux élèves me firent hésiter un moment. Mais l'inadaptation pédagogique des cours de physique, comparée à la lumineuse perfection de Cartan, me firent choisir les maths. L'effet sur d'autres fut exactement contraire. Je me rends compte à présent que l'aptitude à tirer de l'information d'un exposé obscur ou incomplet fait partie de l'entraînement d'un physicien, et je regrette d'avoir méprisé ces bons maîtres.

Entré en 1954 rue d'Ulm, j'ai passé l'Agrégation en 1957 (à nouveau dernier sur une courte liste). Ce fut une année mémorable, où les candidats furent autorisés à passer l'oral sans veste — mais non sans cravate — car il faisait si chaud que le Préfet de Police avait autorisé les agents à enlever les leurs. J'ai eu une quatrième année d'Ecole, et je suis entré au CNRS avec un dossier contenant seulement deux lignes de Cartan « M. Meyer me semble être l'un des bons éléments de sa promotion ». J'ai jeté un coup d'œil à ce dossier par curiosité, alors que j'étais membre de la Commission du CNRS — à une époque où pour entrer au CNRS il fallait avoir une thèse de 3^e cycle achevée, et des publications.

D'abord j'ai suivi le chemin tout tracé : rédiger le cours de Cartan sur l'homologie, lire de l'algèbre ; puis je me suis senti incapable de supporter une compétition aussi vive, et lorsque Cartan m'a proposé d'étudier les fibrés holomorphes je me suis jeté dans les probabilités. C'était alors une branche basse des mathématiques, bien qu'exerçant une certaine fascination d'ordre esthétique (et je reste fasciné par le hasard, quarante ans après). A cet égard, on peut comparer le hasard aux « nombres ». Les cours de la Sorbonne en probabilités étaient nuls à un point que l'on ne peut imaginer. Le seul grand probabiliste français, Paul Lévy, y était interdit d'enseignement ; son disciple Loève — un moins grand mathématicien, mais un admirable professeur — avait été écarté par xénophobie. La seule personnalité qui, sans être très utile, n'était du moins pas nuisible, était R. Fortet. Sans volonté de puissance personnelle, il accueillait généreusement les débutants, et nous sommes nombreux à penser à lui avec gratitude. J'ai d'abord travaillé seul, essayant de lire les livres de Lévy — mais celui-ci n'était pas mon genre. J'ai vraiment été formé par le grand traité de Doob, alors tout récent. J'avais une solide formation en théorie de la mesure, et Doob a fait de moi un probabiliste.

Comme Choquet avait été mon professeur, comme Deny m'avait sauvé par les cheveux au concours, je suivais le Séminaire de Théorie du Potentiel, et je me rappelle bien quand Brelot m'a dit « Il paraît qu'il y a un grand travail qui vient de sortir, dû à Hunt ; il démontre des résultats importants de théorie du potentiel par des méthodes purement probabilistes ». C'était une occasion de devenir probabiliste tout en restant un mathématicien « pur », chose qui jusqu'alors n'avait été possible qu'en Russie. Justement cette année-là (58/59), Loève est venu à Paris. L'année suivante, je l'ai suivi aux USA — en partie pour mettre l'Atlantique entre la guerre d'Algérie et moi, car on parlait de résilier les sursis. J'étais aussi entré en rapport avec Doob, à l'occasion d'une première note (assez stupide) sur la « séparabilité des processus stochastiques ». J'ai donc passé une année universitaire, moitié à Berkeley avec Loève, moitié à Urbana chez Doob. En fait, à Noël de cette année-là j'ai transmis par l'intermédiaire de Loève une note aux Comptes Rendus, qui la veille du Jour de l'An s'est révélée complètement fausse ; Loève a eu la gentillesse de téléphoner à Fréchet pour qu'il la retire. Mais en revenant en juin j'avais déjà une demi-thèse sur les processus de Markov. Elle n'avait rien à voir avec Loève et assez peu avec Doob : j'avais trouvé un problème intéressant en piochant Hunt, et lu les travaux des élèves de Dynkin sur ce sujet. À vrai dire, j'ai assez peu lu en ce temps-là Dynkin lui-même, qui me semblait trop abstrait.

La note retirée me donne l'occasion de dire que j'ai fait pas mal d'erreurs dans mon travail mathématique, et que j'ai vu à l'œuvre sur moi-même les mécanismes de l'erreur, et dans certains cas l'utilité de l'erreur. Parfois, si l'on avait au départ une idée juste de la difficulté d'une démonstration, on perdrait courage. Paul Lévy a dit quelque part qu'il avait progressé « d'erreur en erreur vers la vérité ».

Surtout, j'ai une chose importante à dire à propos de ces premiers travaux. On décrit la formation des étoiles par l'effondrement d'un nuage de gaz, après quoi naît spontanément une réaction nucléaire (ainsi, Jupiter aurait dû être le compagnon du soleil, mais s'est trouvé trop petit pour s'allumer). L'image convient aux mathématiciens : il y a d'abord accumulation de connaissances, après quoi ou bien on « s'allume » pour devenir un mathématicien et produire des résultats nouveaux, ou bien on reste « froid » : un érudit, nullement méprisable, mais privé de la grâce. C'est un phénomène propre aux mathématiques, me semble-t-il, dû au fait que l'activité y est entièrement mentale, sans les occupations annexes qu'apporte la pratique du laboratoire. Les gens du dehors ne comprennent pas bien cela.

Au retour des Etats-Unis, j'ai fait à Paris un séminaire sur les processus de Markov, dans le cadre du Séminaire Brelot-Choquet-Deny, qui a été très bien accueilli — je me rappelle Dixmier sortant d'un exposé sur la théorie de la mesure abstraite en disant « ce n'est pas si dégueulasse après tout ! ». J'ai soutenu ma thèse en 1961, le premier des normaliens de mon année. Après mon service militaire, j'ai pris mon premier poste dans l'Académie de Strasbourg (précisément à Mulhouse). Nous sommes arrivés à Strasbourg par un froid terrible au début de l'année 1964. Nous avons tant aimé Strasbourg, l'Alsace, les Vosges et la Forêt Noire, que je n'en ai plus bougé, bien que des occasions de « remonter » à Paris se soient manifestées presque aussitôt. Nous n'avons quitté Strasbourg que pour un séjour de deux ans de l'autre côté du Rhin, à Freiburg. J'aurais eu sans doute une vie mathématique plus longue, si j'étais retourné à Paris ; nous avons connu ici des années creuses, sans le moindre étudiant. J'ai toujours donné à ma famille une certaine priorité sur mon travail, et j'ai eu ma récompense lorsqu'une de mes filles m'a dit « Quand nous étions petits, nous nous disions que tu ne faisais rien, et nous avions un peu honte ».

Les mathématiciens sont friands d'anecdotes, mais je n'en raconterai pas. Les souvenirs imprimés dans ma mémoire sont pour la plupart de mauvais souvenirs, où je joue un rôle ridicule, et personne ne peut m'obliger à les raconter. En voici une tout de même : j'ai été invité une fois à dîner chez L.C. Young à Madison avec deux personnages illustres : Littlewood, âgé de 90 ans (sa moustache lui donnait l'air d'un phoque, et il mâchait en silence), et Mark Kac, qui m'a pris à partie pendant tout le dîner, en se moquant de ces Français toujours si abstraits, alors que ce qui compte en probabilités, c'est le concret, etc., etc. Des gens comme Arnold répètent maintenant ce genre de bêtises. J'ai gardé le souvenir d'un bon dîner, car au fond j'étais d'accord avec lui, et certain d'avoir autant que lui travaillé dans le cambouis (après tout, je suis né à Boulogne-Billancourt).

• • •

Le moment est venu de parler de mon travail mathématique, en essayant de n'être pas trop ennuyeux.

J'y vois trois périodes. La théorie des processus de Markov d'abord, puis la théorie des martingales et ce que l'on appelle la « théorie générale des processus », sans doute la période la plus heureuse et la plus fructueuse de ma vie mathématique. Après cela, j'ai changé de sujet tous les deux ou trois ans, sans approfondir vraiment les choses, mais avec des enthousiasmes de brève durée : applications des martingales à l'analyse, géométrie différentielle stochastique, « mécanique stochastique » à la Nelson, « calcul de Malliavin ». Mes toutes dernières années d'activité ont été consacrées aux probabilités quantiques de Hudson et Parthasarathy, sujet pour lequel j'ai mené une propagande efficace, me semble-t-il, mais sans démontrer de résultats personnels.

En théorie des processus de Markov, j'ai démontré dans la ligne de Doob, Hunt et Dynkin des résultats qui à l'époque ont été considérés comme « importants », mais maintenant dans cette théorie l'herbe pousse entre les rails. Un théorème de représentation des fonctions excessives, que j'ai démontré en m'appuyant en grande partie sur des travaux préliminaires russes (Volkonskii, Shur), a pu être traduit presque littéralement deux ou trois ans plus tard, comme le théorème de décomposition des surmartingales de la classe (D), qui est sans doute le seul résultat de moi que le « grand public » des probabilistes purs et appliqués puisse citer. En fait, il ne s'agissait que d'une traduction !

La théorie générale des processus est l'étude des filtrations, des temps d'arrêt, des martingales et semimartingales. Elle a été fondée par Doob, développée par Doob, Chung et l'école russe. Le groupe strasbourgeois est venu ensuite, et nous avons beaucoup fait pour la simplifier et en faire un langage simple et commode — si commode qu'il a été adopté par les mathématiciens appliqués, démentant ainsi les accusations de Kac. Nous, c'est à dire pas mal de monde à Strasbourg : Dellacherie (qui écrivait aussi bien que moi, mais moins vite), Catherine Doléans, Michel Weil, Maisonneuve, J.A. Yan, Giorgio Letta — et bien sûr beaucoup d'autres ailleurs ou plus tard. Ces travaux sont destinés à rester, j'en suis persuadé, et de la meilleure manière qui soit : en devenant des « trivialités », que l'on utilise comme on respire.

Cette période a amené des publications : celle de mon livre « Probabilités et Potentiel », repris plus tard en collaboration avec Dellacherie (puis ralenti par son départ et ma paresse au point que les derniers volumes en sont passés inaperçus). Surtout, celle des Séminaires de Probabilités de Strasbourg, encore vivants après trente ans.

Après la théorie générale est venue la période de calcul stochastique, c'est-à-dire des intégrales stochastiques et de leurs applications — aux équations différentielles stochastiques d'une part, et à l'analyse d'autre part. J'y ai travaillé mais avec Catherine Doléans (qui a fait la découverte principale, mais n'en a pas tiré de bénéfice, à cause de l'antiféminisme du Middle West), puis en suivant la voie ouverte par la thèse d'Emery.

Le troisième sujet de recherches que je considère comme important est une étude des « chaos » de Wiener (rien à voir avec la théorie du chaos dont tout le monde parle), commencée en essayant de comprendre une application qu'en avait donnée Malliavin. En utilisant des méthodes apprises chez Stein, j'ai pu démontrer une inégalité intéressante (qui a été aussi le point de départ des travaux beaucoup plus vastes de Bakry, puis Bakry-Emery). J'ai travaillé sur les chaos de Wiener, selon d'autre points de vue, avec Y.Z. Hu et J.A. Yan. Enfin je les ai retrouvés dans mon enthousiasme pour les « probabilités quantiques ».

A partir des années 70, je me suis tenu à l'écart des courants nouveaux des probabilités. Je n'avais plus assez de temps à consacrer à un travail de fond, ou même à la lecture. J'avais toujours devant moi un article à lire comme referee, des lettres d'évaluation à écrire pour ces terribles organismes de recherche américains, des rapports pour la commission du CNRS[1]. Mon intérêt personnel s'est tourné vers des sujets marginaux, où la compétition n'était pas trop vive. J'ai le regret d'avoir été un peu touche-à-tout, laissant tomber un sujet

[1] Encore pires, les années d'après 68 passées à rédiger des statuts et constitutions à la place d'un pouvoir politique défaillant, incapable (il l'est toujours) soit de savoir ce qu'il veut, soit de l'imposer.

au moment où les choses devenaient intéressantes et un peu difficiles. À trente ans je me serais sans doute comporté autrement.

A côté de la recherche et des publications, d'autres choses occupent la vie d'un mathématicien. Je n'ai fait de l'enseignement élémentaire que pendant les premières années de ma carrière : j'aimais surtout enseigner en premier cycle, mais les examens m'horrifiaient. J'avais une grande pitié pour cette foule de jeunes gens, filles et garçons, qui se faisaient massacrer, et pour lesquels je ne pouvais presque rien. Il n'aurait été possible de les tirer de là qu'au prix d'un effort que ni l'État, ni nous-mêmes n'étions prêts à fournir.

Dans les années 80, je me suis pas mal occupé des relations avec les probabilistes chinois et la Chine. Nous avons eu des collaborations très fructueuses avec J.A. Yan, W.A. Zheng, Y.Z. Hu et plusieurs autres. Cela m'a valu d'aller plusieurs fois en Chine, et aussi à Taiwan.

Je n'ai pas manqué d'honneurs : j'ai eu dans ma jeunesse le prix Peccot et le prix Maurice Audin, dans mon âge plus mûr le prix Ampère, j'ai été élu correspondant de l'Académie des Sciences. J'ai été nommé deux fois au Comité National du CNRS, et une fois au Jury d'Admission. J'ai été invité dans de grands congrès à l'étranger. Si j'en avais désiré davantage, j'aurais sans doute pu l'obtenir — et je ne ferai pas la fine bouche, tout cela m'a réjoui et encouragé, particulièrement les occasions de voyager en Inde, en Chine, au Japon. Mais j'éprouvais aussi un sentiment de malaise, dont je reparlerai.

Je pense avoir été un directeur de recherches à la fois bienveillant et tyrannique. Il est très difficile de se juger soi-même à cet égard, presque autant que de se juger en tant que père. Le départ de mes anciens élèves a été relativement difficile à supporter, particulièrement celui de Dellacherie — pourtant je suis trop lent pour travailler volontiers avec d'autres. Je n'ai pas eu beaucoup d'élèves ; sans doute parce que j'étais à Strasbourg, mais aussi parce que je manquais de sujets à leur donner. Quand j'avais une « bonne question », je la traitais moi-même. Dans les meilleures années, il y avait à la fois suffisamment de monde à Strasbourg pour justifier cours et séminaires, et suffisamment de postes d'assistants pour nourrir les étudiants, qui pouvaient alors trouver leur sujet eux-mêmes, sans pression excessive. C'est alors que je pouvais les aider.

• • •

Que j'aie été ainsi reconnu comme un mathématicien par le milieu mathématique, sous la forme de distinctions objectives, est d'autant plus important que *je ne suis jamais parvenu à me reconnaître moi-même comme tel.*

Je devrais être un adhérent des *Social Sciences* à la mode, tant j'ai été conscient pendant toute ma vie du caractère collectif de la science, du mouvement souterrain d'informations qui se trouvent à point nommé là où il faut (mes propres emprunts à Blackwell, à Volkonskii et Shur à des moments cruciaux), du caractère injuste de beaucoup d'attributions, du caractère fragile de la connaissance (des choses bien connues dans ma jeunesse sont maintenant oubliées), etc. En ce qui concerne les « dons », je ne me reconnais que le goût du travail (le premier de tous les dons, il est vrai), une excellente mémoire,