

**Göldner
Kubik**

**Nichtlineare Systeme
der Regelungstechnik**

Theoretische Grundlagen der automatischen Steuerung

Kybernetische Grundlagen und Beschreibung kontinuierlicher Systeme

Von Prof. Dr. sc. techn. K. Reinisch

Kontinuierliche Systeme

Arbeitsbuch: Aufgaben und Anwendungen

Von Doz. Dr.-Ing. J. Sponer

Nichtlineare Systeme der Regelungstechnik

Von Prof. Dr. sc. techn. K. Göldner und Prof. Ing. St. Kubik DrSc.

Göldner / Kubik Nichtlineare Systeme der Regelungstechnik

TP271
G2

7965056

Nichtlineare Systeme der Regelungstechnik

Von Prof. Dr. sc. techn. Klaus Göldner

Technische Hochschule Karl-Marx-Stadt

und Prof. Ing. Stanislav Kubik DrSc.

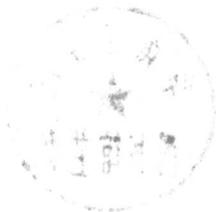
Hochschule für Maschinenbau und Elektrotechnik Plzeň/ČSSR



E7965056



VEB VERLAG TECHNIK BERLIN



215 Bilder, 4 Tafeln

1. Auflage

© VEB Verlag Technik, Berlin, 1978

Lizenz 201 · 370/63/78

DK 52-52(075) · LSV 3044 · VT 3/5304-1

Lektor: Jürgen Reichenbach

Schutzumschlag: Kurt Beckert

Printed in the German Democratic Republic

Gesamtherstellung: VEB Druckerei „Thomas Müntzer“, 582 Bad Langensalza

Bestellnummer: 5526030

DDR 17,00 M

Vorwort

Das Verhalten von Regelungssystemen und anderen kybernetischen Systemen wird oft mit den Mitteln der Theorie linearer Systeme untersucht. Das hat wegen der Gültigkeit des Prinzips der ungestörten Superposition erhebliche mathematische Vorteile, zumal dabei die Rechnung übersichtlicher wird.

Tatsächlich sind aber reale Systeme meist nicht linear, d. h., ihr Verhalten ist nicht mit linearen Differentialgleichungen zu beschreiben. Dies ist schon deswegen gegeben, weil die Signale als Informationsparameter physikalischer Größen meist nicht beliebig hohe Werte annehmen können; das verbieten die technisch bedingten beschränkten Größen verfügbarer Energien oder Leistungen, aber auch Anschläge und andere begrenzende Effekte. Oft werden auch bewußt nichtlineare Regler eingesetzt, weil sie einen einfacheren Aufbau haben oder mit ihnen gewisse optimale Steuerstrategien zu realisieren sind. Die Theorie nichtlinearer dynamischer Systeme ist wegen der mathematischen Komplikationen nicht so gut ausgebaut, um sämtliche Fragen damit beantworten zu können. Sie bedient sich wegen des Mangels vereinfachender Prinzipien sehr oft sehr unterschiedlicher Methoden; oft gibt es auch zwischen einzelnen „Schulen“ verschiedene Auffassungen und Darstellungsweisen. Beliebt sind Näherungsverfahren für konkrete Anwendungsfälle, z. B. die Linearisierungsverfahren.

Diese Methoden sind oft nur auf spezielle und leicht zu übersehende Fälle zugeschnitten. Beispielsweise sind kaum einfache Aussagen möglich über den Einfluß einer Stellgrößenbegrenzung auf die übrigen Signale im Regelkreis. Hier helfen nur Simulationsmethoden, z. B. die Nachbildung auf Modellregelkreisen, die aber nicht Gegenstand der Theorie nichtlinearer Systeme sind.

Das vorliegende Lehrbuch hat sich die Aufgabe gestellt, einige wichtige Berechnungsmethoden darzulegen und dabei grundlegende Aussagen über das Verhalten nichtlinearer Systeme zu machen. Dabei wurden nur die Methoden betrachtet, die wegen ihrer einfachen Handhabung mit den inzwischen weit entwickelten Simulationsverfahren konkurrieren können.

Das Buch wendet sich an die Leser, die die Grundlagen der Regelungstechnik bereits kennen. Daher wurden auch die Grundbegriffe der Regelungstechnik, wie beispielsweise die Definition der Stabilität, als bekannt vorausgesetzt. Da der Lehrstoff in den Lehrplänen oft nur am Rande liegt, sollen eine große Anzahl durchgerechneter Beispiele und über hundert Aufgaben das Verständnis fördern und das Buch zugleich zu einem Arbeitsbuch machen.

Sie sollen auch durch weiterführende Betrachtungen Kenntnisse vertiefen und beim Leser einige einfache Fähigkeiten bei der Analyse nichtlinearer Systeme erzeugen.

Dieses Buch entstand im Rahmen des Freundschaftsvertrags der Technischen Hochschule Karl-Marx-Stadt und der Hochschule für Maschinenbau und Elektrotechnik in Plzeň (ČSSR) und vereinigt eine Reihe wissenschaftlicher Ergebnisse beider Hochschulen. Die Verfasser danken Herrn Dozenten Dr.-Ing. U. Engmann, Ilmenau, und Herrn Dr.-Ing. P. Bernert, Magdeburg, für Hinweise.

Die Verfasser

Hinweise zum Studium des Buches

Dieses Lehrbuch ist für Studenten an Hochschulen und Universitäten bestimmt, und zwar zum Gebrauch bei den Lehrveranstaltungen Systemanalyse, Kybernetik, Automatische Steuerung bzw. Regelungstechnik. Da am Anfang dieser Lehrveranstaltung die Grundlagen der kybernetischen linearen Systemtheorie und der Begriffsapparat der Regelungstheorie stehen, konnten die Grundbegriffe als bekannt vorausgesetzt werden. Das trifft sicher auch für Leser zu, die sich auf Grund der Erfordernisse der Praxis über das Gebiet der nichtlinearen Systeme informieren möchten. Durch diese Voraussetzung wurde eine Straffung des Inhalts erreicht.

Im Gegensatz zu der relativ geschlossenen Theorie linearer Systeme gibt es für die Analyse nichtlinearer Systeme eine große Anzahl verschiedener Methoden, die teilweise nur den Wert von Näherungsverfahren haben. Hier werden nur die wichtigsten von ihnen betrachtet, die auch relativ einfache Abschätzungen zulassen. Komplizierte Verfahren dürften kaum mehr interessant sein, zumal die moderne Simulationstechnik (z. B. mittels Modellregelkreisen) auf einfachere Weise eine Systemanalyse ermöglicht.

Außer den Grundlagen (Begriffsbestimmungen) werden besonders betrachtet:

Linearisierungsverfahren. Wichtig ist das Verfahren der Linearisierung mittels der Ableitung der nichtlinearen Kennlinie in der Umgebung des Arbeitspunktes (Tangentenlinearisierung, s. Abschn. 2.2.), weil es eine Grundlage für die lineare Theorie gewährt.

Das Verfahren der Sekantenlinearisierung (s. Abschn. 2.3.) gestattet eine Abschätzung des Verhaltens bei großen Signalabweichungen vom Bezugspunkt; der Gedanke wird durch die Methode der Beschreibungsfunktion weiterverfolgt (s. Abschn. 2.4.); interessant sind vereinfachte Verfahren zur Berechnung der Beschreibungsfunktion. Der Abschn. 2.6. bringt einige für die Praxis wichtige Folgerungen.

Die Abschnitte 2.5. und 2.7. sind nur von speziellem Interesse und können beim ersten Studium überschlagen werden.

Methode der Zustandsebene. Die Methode der Phasenebene (s. Abschn. 3.1.) zeichnet sich durch große Übersichtlichkeit aus und gibt auch ein vollständiges Bild des Verhaltens; daher ist es trotz einiger Einschränkungen auch heute noch recht beliebt.

Die Abschnitte 3.3. (Kriterium von *Ljapunow*) und 3.4. (Kriterium von *Popow*) untersuchen von einem sehr allgemeinen Standpunkt aus die Stabilität nichtlinearer Systeme. Wie die Arbeiten an der Hochschule für Maschinenbau und Elektrotechnik Plzeň zeigen, sind diese Verfahren recht ausbaufähig, stellen aber hohe Anforderungen an den Leser.

Spezielle Verfahren (s. Abschn. 4.). Sie haben nur begrenzte Bedeutung, wobei die Störungsrechnung Ansätze für eine Fehlerabschätzung gibt.

Zahlreiche Beispiele wurden zur Verdeutlichung und zur Vertiefung des dargelegten Stoffes eingestreut. Dem Leser wird das Durchrechnen dieser Beispiele empfohlen. Die Aufgaben am Ende eines jeden größeren Abschnitts dienen der Wiederholung, der Vertiefung und dem Erwerb von Fähigkeiten bei der Anwendung der erworbenen Erkenntnisse. Hier wurden auch Anwendungen der Methoden betrachtet, wie beispielsweise bei der Systemsynthese. Die Lösungen der Aufgaben finden sich im Anhang.

Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis wichtiger Formelzeichen	9
1. Einleitung	11
1.1. Wesen und Eigenschaften nichtlinearer Glieder	11
1.2. Methoden zur Analyse nichtlinearer Systeme	13
1.3. Fragen und Aufgaben	14
2. Näherungsverfahren der Linearisierung	17
2.1. Grundgedanke	17
2.2. Linearisierung in der Umgebung stationärer Betriebszustände (Tangentenlinearisierung)	17
2.2.1. Ermittlung stationärer Betriebszustände (Arbeitspunkte)	17
2.2.2. Untersuchung des dynamischen Verhaltens in der Umgebung des Arbeitspunktes mit Hilfe der Tangentenlinearisierung	19
2.2.3. Beispiele zur Tangentenlinearisierung	20
2.2.4. Verhalten eines Regelkreises mit nichtlinearem Glied	22
2.2.5. Linearisierung von nichtlinearen Differentialgleichungen	24
2.2.6. Aufgaben	26
2.3. Vermutungen über das Verhalten des nichtlinearen Systems bei großen Abweichungen vom Arbeitspunkt	29
2.3.1. Grundgedanke	29
2.3.2. Aufgaben	32
2.4. Näherungsweise Ermittlung von Dauerschwingungen mit Hilfe der harmonischen Linearisierung (vereinfachtes Verfahren)	32
2.4.1. Grundgedanke	32
2.4.2. Grundmodell der Beschreibungsfunktion eines statischen nichtlinearen Gliedes im autonomen Regelkreis	33
2.4.3. Berechnung der Beschreibungsfunktion $J(A)$	35
2.4.4. Lösung der charakteristischen Gleichung	44
2.4.5. Genauigkeit der Methode	50
2.4.6. Zur Systemsynthese mit der Methode der Beschreibungsfunktion	51
2.4.7. Harmonische Linearisierung nichtlinearer Differentialgleichungen	52
2.4.8. Aufgaben	53
2.5. Erweiterung der Methode der Beschreibungsfunktion	57
2.5.1. Beschreibungsfunktion eines Gliedes mit nichtlinearer schiefsymmetrischer Kennlinie und Zeitverhalten (dynamische Nichtlinearität)	57
2.5.2. Beschreibungsfunktion eines nichtlinearen Gliedes mit unsymmetrischer Kennlinie bei nichtverschwindenden Eingangssignalen des Regelkreises	58
2.5.3. Lösung der charakteristischen Gleichungen	66
2.5.4. Aufgaben	69
2.6. Vibrationslinearisierung und Synchronisation	70
2.6.1. Vibrationslinearisierung	70
2.6.2. Synchronisation	73
2.6.3. Aufgaben	75
2.7. Statistische Linearisierung	76
2.7.1. Grundlagen	76
2.7.2. Statistische Linearisierung von Kennlinien, deren Daten zufallsabhängig gestört sind	78

2.7.3. Äquivalenter linearisierter Übertragungsfaktor für zufallsabhängige Signale	81
2.7.4. Zur Berechtigung der linearisierten Beziehung $x_a = K_N x_e$	85
2.7.5. Möglichkeit der Regenerierung zufallsabhängiger Signale im Regelkreis	88
2.7.6. Aufgaben	89
3. Betrachtung nichtlinearer Systeme in der Zustandsebene	91
3.1. Methode der Phasenebene	91
3.1.1. Grundbegriffe: Zustandsraum und Phasenebene	91
3.1.2. Phasenebene	93
3.1.3. Beispiele für die Konstruktion von Phasenbahnen	99
3.1.4. Phasenbahnen nichtlinearer Systeme	104
3.1.5. Systeme mit unstetigen Gliedern	109
3.1.6. Vor- und Nachteile der Methode der Phasenebene	115
3.1.7. Aufgaben	115
3.2. Untersuchungen in einer allgemeinen Zustandsebene	117
3.2.1. Grundgedanke	117
3.2.2. Beispiele	122
3.2.3. Abschätzungen	126
3.2.4. Aufgaben	130
3.3. Untersuchung der Stabilität nichtlinearer Systeme im Zustandsraum	131
3.3.1. Stabilität nichtlinearer Systeme — Bedeutung moderner Methoden zu ihrer Untersuchung	131
3.3.2. Der Grundgedanke von <i>A. M. Ljapunow</i>	132
3.3.3. Ljapunow-Funktion	134
3.3.4. Stabilitätskriterium von <i>Ljapunow</i> für autonome Systeme	136
3.3.5. Bildung der Ljapunow-Funktion	138
3.3.6. Stabilität nichtlinearer dynamischer Systeme mit veränderlichen Parametern	151
3.3.7. Aufgaben	154
3.4. Absolute Stabilität nichtlinearer dynamischer Systeme	154
3.4.1. Erklärungen	154
3.4.2. Popow-Stabilitätskriterium in Matrixform	155
3.4.3. Ortskurvenkriterium von <i>Popow</i>	157
3.4.4. Popow-Kriterium für allgemeine, zeitlich veränderliche Nichtlinearitäten	160
3.4.5. Aufgaben	161
3.5. Zur Synthese nichtlinearer Systeme	161
3.5.1. Überblick über Methoden	161
3.5.2. Beispiel	162
3.5.3. Aufgabe	164
4. Überblick über weitere Analyseverfahren	165
4.1. Allgemeines	165
4.2. Störungsrechnung von <i>Poincaré</i>	165
4.2.1. Grundlagen	165
4.2.2. Beispiel	166
4.2.3. Abschätzung der Genauigkeit der Resultate der Beschreibungsfunktion	168
4.3. Verfahren von <i>Neumow</i>	171
4.4. Aufgabe	172
Lösungen der Aufgaben	173
Literaturverzeichnis	225
Anhang	227
Sachwörterverzeichnis	232

Verzeichnis wichtiger Formelzeichen

a	Koeffizient, Hysteresebreite	$p(x)$	Wahrscheinlichkeit des Wertes x
a_k	Fourier-Koeffizient	$q_k(t)$	Zustandsgröße
A	Amplitude	\mathbf{q}	Zustandsvektor
A	Systemmatrix	Q	Güteziffer
b	Koeffizient	r_{xy}	Korrelationskoeffizient
b_k	Fourier-Koeffizient	$S(\omega)$	spektrale Leistungsdichte
B	Größe des Ausgangssignals beim Zweipunkt- und Dreipunktglied	t	Zeit
\mathbf{B}	Matrix (Ljapunow-Funktion)	T, T_k	Zeitkonstante
c	Koeffizient	T_t	Laufzeit (Totzeit)
C	Integrationskonstante	$u(t), \mathbf{u}$	Steuergröße, Steuervektor
C	Matrix	$v = \frac{dx}{dt}$	Geschwindigkeit
D	Dämpfungsfaktor (beim PT_2 - Glied)	V	Volumen
e, \exp	Basis der Exponentialfunktion	$V(\mathbf{q})$	Ljapunow-Funktion
$e(t)$	Eingangssignal	$w(t)$	Führungsgröße
$\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$	Einheitsvektoren	$x(t)$	Signale (speziell Ausgangssignal der Regelstrecke)
$f(\dots)$	Funktionssymbol	$x_e(t)$	Eingangssignal
$f(x_e)$	Funktion von x_e (Gleichung der $x_a - x_e$ -Kennlinie)	x_{e0}	Bezugswert von $x_e(t)$
$F(x)$	Verteilungsfunktion (Statistik)	$x_a(t)$	Ausgangssignal
g	Erdbeschleunigung	x_{a0}	Bezugswert von x_a
$g(t)$	Gewichtsfunktion	x_g	Wert von x_e an der Bereichs- grenze
$G(p), G(j\omega)$	Übertragungsfunktion, Frequenz- gang	$\bar{x} = M(x)$	Mittelwert
$h(t)$	Übergangsfunktion	$y(t)$	Signal (speziell Eingangssignal der Regelstrecke)
\mathbf{I}	Einheitsmatrix	$z(t)$	Störgröße
j	imaginäre Einheit, Kennzeich- nung der imaginären Achse der Zahlenebene	$\Delta x = x - x_0$	Abweichung von x_0
$J(A)$	Beschreibungsfunktion	\Re	Realteil von p (Dämpfung)
J	Trägheitsmoment	$\varepsilon(t)$	Abweichungssignal
K	Übertragungsfaktor	Θ	Zeitdauer
K_N	Übertragungsfaktor der Nicht- linearität (nach Linearisierung)	ϑ	Temperatur
K_{krit}	kritischer Wert des Übertragungs- faktors	λ	Richtungsgröße (= dq_2/dq_1), Eigenwert
m_{xy}	Korrelationsmoment	σ_x	Standardabweichung von x ,
m	Masse	σ_x^2	Streuung
n	Zahl der Komponenten des Zu- standsvektors, Schwellwert (bei nichtlinearen Kennlinien)	φ	Phasenverschiebung (speziell linearer Glieder)
p	Druck	$\varphi(x_e)$	Abweichungsfunktion (Störungs- rechnung)
$p = \frac{d}{dt}$	Operator	$\Phi_{err}(x)$	Gaußsches Fehlerintegral
p_k	Pole der Übertragungsfunktion, Wurzeln der charakteristischen Gleichung, Eigenwerte	ψ	Phasenverschiebung (speziell nichtlinearer Glieder)
$p_G(x_e)$	Bewertungsfunktion	$\psi(\tau)$	Autokorrelationsfunktion
		$\psi_{xy}(\tau)$	Kreuzkorrelationsfunktion zwischen $x(t)$ und $y(t)$
		ω	Imaginärteil von p (Kreis- frequenz)

1. Einleitung

1.1. Wesen und Eigenschaften nichtlinearer Glieder

Die Untersuchung des dynamischen Verhaltens von Gliedern (z. B. in der Regelungstechnik) geht gern von der Konzeption linearer Glieder aus, denn hierbei treten nur lineare Gleichungen auf, und das Prinzip der Superposition gestattet eine saubere Trennung der Signalteile und damit eine übersichtliche Rechnung. Demzufolge sind dafür auch theoretische Analyseverfahren weit entwickelt. Tatsache ist aber: Diese Konzeption ist meist nicht berechtigt, und zwar schon deshalb nicht, weil die Begrenzung der verarbeiteten Massen-, Energie- oder Leistungsflüsse oder auch die begrenzte Festigkeit der Bauelemente beliebig hohe Signalwerte verbieten — obgleich diese von der linearen Theorie durchaus zugelassen sind. Noch stärker als bei den technischen sind diese Grenzen bei den biologischen Objekten zu beobachten. Die lineare Rechnung gilt dann nur als Annäherung in einem gewissen Wertebereich der Signale; sie kann aber auch überhaupt nicht berechtigt sein.

Ein Glied heißt nichtlinear, wenn sein zeitliches Verhalten nicht durch eine lineare Gleichung (bzw. Differentialgleichung) beschrieben werden kann.

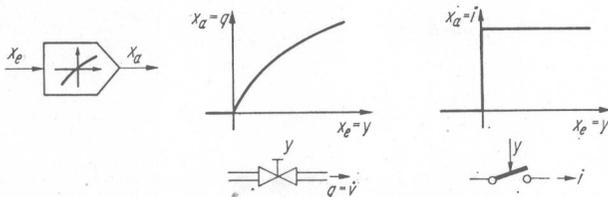


Bild 1. Symbol und Beispiele für nichtlineare Glieder

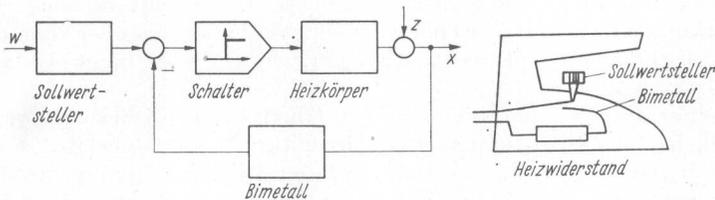


Bild 2. Funktion des Regelbügeleisens als Beispiel für einen nichtlinearen Regelkreis

Bild 1 zeigt das Symbol eines nichtlinearen Gliedes. Ferner sind als Beispiele nichtlineare Kennlinien von (als statisch angenommenen) Stellgliedern angegeben. Bild 2 zeigt das an sich bekannte Schema eines Regelbügeleisens; hier hat gerade der recht robuste und preiswerte nichtlineare Regler (ein vom Bimetallstreifen gesteuerter Schalter) das Gerät zu einem Massenbedarfsgut werden lassen.

Einige (im Prinzip unerwünschte) Nichtlinearitäten stellt Bild 3 dar; es wird angenommen, daß die zugehörigen Effekte aus der Physik bekannt sind. Speziell ist in der

Reibungskennlinie die Reibungskraft gegen die Geschwindigkeit aufgetragen; hierbei kommen eine Reihe von Erscheinungen (z. B. Haftreibung, Dämpfung usw.) zusammen. Der Mechanismus des Getriebespiels (Lose) wird im Bild 4 verdeutlicht. Zur Veranschaulichung der Wirkung stellt Bild 5 die Ausgangssignale $x_a(t)$ für einige Kennlinien bei sinusförmiger Erregung dar. Diese Ausgangssignale sind periodisch mit gleicher Periodendauer wie die zugehörigen Eingangssignale $x_e(t)$; aber sie sind nicht mehr sinusförmig. Außerdem ist zu erkennen:

■ Eine Hysterese in der Kennlinie bewirkt eine Verzögerung des Ausgangssignals.

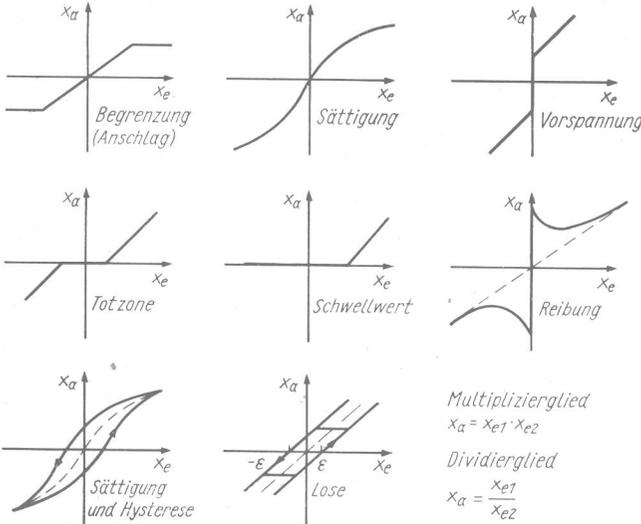


Bild 3. Kennlinie wichtiger nichtlinearer (statischer) Glieder

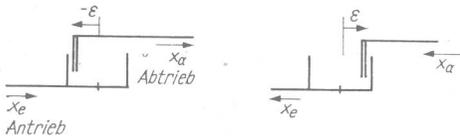


Bild 4. Zustandekommen des Getriebespiels (Lose)

Bild 6 gibt einige typische Kennlinien statischer nichtlinearer Glieder an, die sich zu relativ einfachen Reglerkonstruktionen verwenden lassen. Sie haben darüber hinaus große Bedeutung beim Aufbau von Optimalsteuerungen, worauf aber nicht weiter eingegangen werden soll.

Ein typisches Beispiel eines dynamischen nichtlinearen Gliedes (das zusätzlich noch ein Einschwingverhalten hat) ist der einfache Röhrenverstärker mit einer Röhrenkennlinie, die im Arbeitsbereich eine kubische Parabel darstellt: Anstelle der „Steilheit“ tritt ein nichtlinearer Zusammenhang; die daraus hergeleitete *van-der-Polsche Gleichung* heißt

$$a \frac{d^2x}{dt^2} + b(x^2 - c) \frac{dx}{dt} + x = Ky ;$$

a, b, c, K Konstanten mit positivem Wert.

In diesem Fall sollte $x_e = y = 0$ auch $x_a = x = 0$ bewirken; jedoch ist das Verhalten bei betragsmäßig kleinen Werten von x instabil. Die Erfahrung zeigt: Es treten Dauerschwingungen auf, die gerade als Trägerschwingungen benötigt werden.

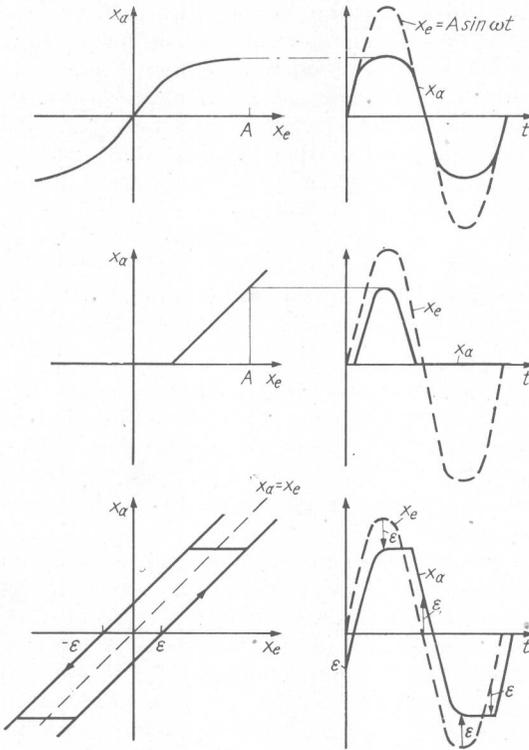


Bild 5. Wirkung typischer nichtlinearer Glieder bei sinusförmigem Eingangssignal

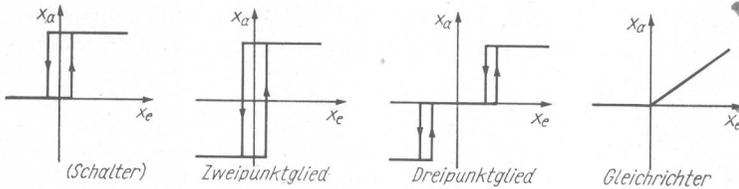


Bild 6. Statische Kennlinien einiger nichtlinearer Regler und Steuerglieder

1.2. Methoden zur Analyse nichtlinearer Systeme

Wegen der Nichtgültigkeit des Superpositionsprinzips gibt es bei der Analyse von Systemen mit nichtlinearen Gliedern eine Reihe typischer Schwierigkeiten, die eine einheitliche Theorie nichtlinearer Systeme bisher verhindert haben. Es muß nach wie vor jeder konkrete Fall für sich untersucht werden.

Dazu bieten sich folgende Möglichkeiten an:

- Lösung der nichtlinearen Differentialgleichung und Diskussion des berechneten Ausgangssignals. Bei linearen Systemen ist dieses Vorgehen allgemein üblich (z. B. auch mit Hilfe der Laplace-Transformation oder der Ortskurve); bei nichtlinearen Gleichungen sind die Lösungen — sofern sie überhaupt analytisch geschlossen darstellbar sind — meist sehr kompliziert und praktisch schwer zu verwerten. Im Abschn. 3. wird ein Verfahren beschrieben, das für gewisse Gleichungstypen eine

- grafische Lösung in einem besonderen „Zustandsraum“ (z. B. Phasenebene) ermöglicht und daraus (meist nur qualitative) Aussagen über das Verhalten gestattet.
- Modellierung des Verhaltens auf dem Analogrechner oder auf einem Simulator. Dieses Verfahren ist weit verbreitet, und es wird hier auf die Fachliteratur verwiesen (z. B. [18]). Mitunter erweist es sich als Schwierigkeit, daß nur Fälle mit konkreten Parameterkombinationen durchgespielt werden können, während das Aufsuchen günstiger Verläufe oder des Einflusses bestimmter Parameter auf das Ausgangssignal oft ein kompliziertes Suchverfahren auslöst.
 - Betrachtung einiger besonders wichtiger Systemzustände (z. B. bei Dauerschwingungen, s. Abschn. 2.3.). Hier sind oft Abschätzungsverfahren nützlich. Am bekanntesten ist das Verfahren der Linearisierung, mit dem wir uns im Abschn. 2. befassen wollen. Auch im Abschn. 4. sollen kurz einige dieser Verfahren betrachtet werden.

Obleich die Simulationsverfahren bei nichtlinearen Systemen ständig wegen der technischen Vervollkommnung der Geräte an Beliebtheit gewinnen, behalten die hier zu betrachtenden Abschätzungsverfahren ihren Wert; denn sie sind meist relativ einfach und gestatten trotzdem einen Überblick über die zu erwartenden Erscheinungen und die zugehörigen Parameterwerte. Damit können ggf. auch die Simulationsverfahren wesentlich effektiver angesetzt werden.

Im folgenden sollen grundsätzlich auch nur besonders übersichtliche Rechenverfahren interessieren, die zu den gewünschten Aussagen führen. Das erweist sich als notwendig, weil sowohl in der Technik als auch in der Biologie Nichtlinearitäten in recht vielfältiger Form auftreten können. Zugleich werden bei den Betrachtungen die Bedingungen für das Auftreten bestimmter Eigenschaften der Ausgangssignale deutlich. Demgegenüber tritt die Diskussion der Eigenschaften bestimmter Nichtlinearitäten zurück, zumal es hier auch (z. B. bei Zweipunktgliedern) Abschätzungsformeln gibt. Im Anhang befinden sich Tafeln zur Bemessung eines Regelkreises mit Zweipunktglied; es wird auch auf [14] und [19] verwiesen.

Auf Regelungssysteme mit stochastischen Signalen wird im Abschn. 2.7. nur kurz eingegangen; mehr findet der Leser z. B. in [13]. Das Verhalten von nichtlinearen Abtastregelkreisen — das übrigens recht kompliziert ist — soll hier nicht betrachtet werden; es wird auf [3] verwiesen.

1.3. Fragen und Aufgaben

1. Erklären Sie, warum ein Heißeiterwiderstand ein nichtlineares Bauelement ist!
2. Geben Sie das Ausgangssignal für ein Glied mit Lose (Getriebeispiel) an, wenn das Eingangssignal sinusförmig ist! Zeigen Sie: Je größer die Amplitude des Eingangssignals ist, um so mehr verliert die Lose an Bedeutung!

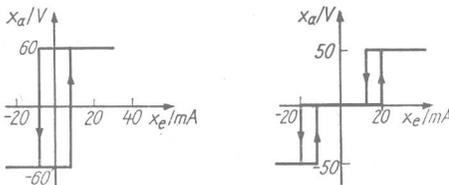


Bild 7. Zu Aufgabe 1.3.-3

3. Auf ein Zweipunkt- bzw. Dreipunktglied mit den Kennlinien nach Bild 7 wirkt das Signal $x_e = E \sin \omega t$. Zeichnen Sie das zugehörige Ausgangssignal $x_a(t)$ unter Beachtung der Umschaltbedingungen, schätzen Sie ab, wie die darin enthaltene Grund-

welle verläuft, und bestimmen Sie die Phasenverschiebung der Grundwelle gegenüber $x_e(t)$!

4. Auf ein trägheitsfreies Glied mit der Kennlinie $x_a = x_e + 0,2x_e^3$ wirkt ein sinusförmiges Signal x_e mit der Frequenz 50 Hz. Bestimmen Sie den Verlauf von $x_a(t)$ durch

- grafische Konstruktion am $x_e - x_a$ -Diagramm
- Berechnung (es gilt $\sin^3 \alpha = 0,75 \sin \alpha - 0,25 \sin 3\alpha$)!

Wie heißt das von x_a bewirkte Ausgangssignal $x(t)$ eines nachgeschalteten linearen Gliedes mit der Gleichung

$$x = G(p) x_a = \frac{1}{1 + 10^{-3}p + 5 \cdot 10^{-5}p^2} x_a ?$$

Warum ist es berechtigt zu sagen, daß die Besonderheiten des nichtlinearen Gliedes durch das lineare Glied weitgehend unterdrückt werden ?

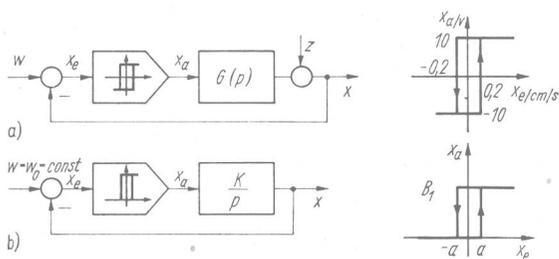


Bild 8. Zu Aufgabe 1.3.-5 und 1.3.-6

a) $G(p) = \frac{2}{1+pT_0} \frac{cm}{sV}$ b) $G(p) = \frac{2e^{-2p}}{1+pT_0} \frac{cm}{sV}$

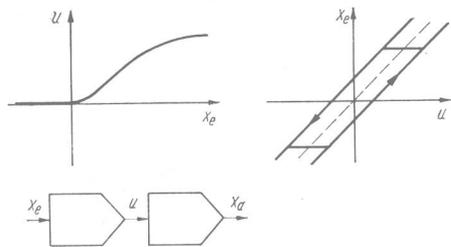


Bild 9. Zu Aufgabe 1.3.-7

5. Bild 8a stellt das Schema eines Regelkreises mit Zweipunktglied dar (etwa das Blockschema des Regelbügeleisens).

- Zeichnen Sie den Verlauf des Ausgangssignals $x(t)$ für $w = z = 0$. Beachten Sie: Bei $x_e = w - x = \pm a$ erfolgt jeweils eine Umschaltung, und $x(t)$ hat einen der Sprungantwort entsprechenden Verlauf.
- Diskutieren Sie den Signalverlauf, wenn eine Störung $z = z_0 = const$ wirkt! Erklären Sie das Ergebnis physikalisch! Können Wirkungen beliebig hoher Störung ausgeregelt werden ?
- Gesucht wird ferner $x(t)$ bei $w = z = 0$, wenn die Regelstrecke ein PT_1 -Glied mit der Laufzeit $T_t = 2$ ist.
- Prüfen Sie die erhaltenen Ergebnisse mit der Tabelle des Anhangs!

6. Zeichnen Sie den Signalverlauf $x(t)$ für den im Bild 8b dargestellten Regelkreis, und prüfen Sie das Ergebnis mit der Tabelle des Anhangs!

7. Ein elektrisch-mechanischer Verstärker enthält zwei (hintereinandergeschaltete) Nichtlinearitäten mit den Kennlinien nach Bild 9. Bestimmen Sie das Ausgangssignal $x_a(t)$ für $x_e = A \sin \omega t$!

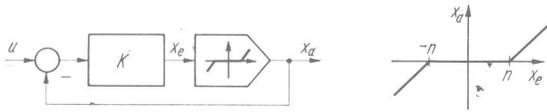


Bild 10. Zu Aufgabe 1.3.-8

8. Zeigen Sie anhand eines Systems nach Bild 10, daß durch eine Rückführung der Einfluß der Nichtlinearität reduziert werden kann! Schätzen Sie die Situation ab, wenn in der Rückführung anstelle des Gliedes mit dem Übertragungsfaktor K ein Glied mit $G(p) = K/(1 + pT)$ wirkt!