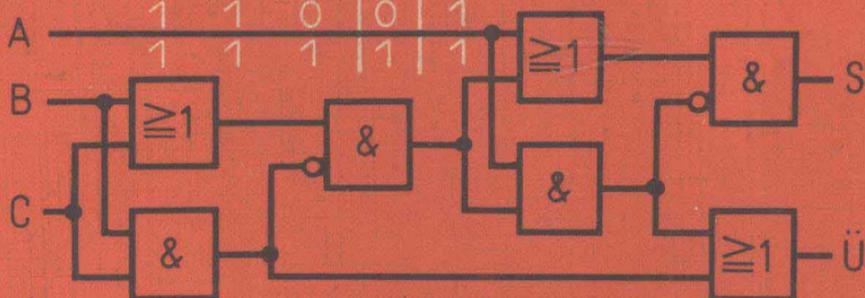


O. Haack

Einführung in die Digitaltechnik

A	B	C	S	Ü
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1



Teubner Studienskripten

Teubner Studienskripten Elektrotechnik

- Ebel, Regelungstechnik
2., überarbeitete Auflage.
160 Seiten. DM 10,80
- Ebel, Beispiele und Aufgaben zur Regelungstechnik
151 Seiten. DM 10,80
- Eckhardt, Numerische Verfahren in der Energietechnik
208 Seiten. DM 16,80
- Freitag, Einführung in die Vierpoltheorie
2., durchgesehene Auflage.
128 Seiten. DM 10,80
- Frohne, Einführung in die Elektrotechnik
Band 1 Grundlagen und Netzwerke
3., überarbeitete und erweiterte Auflage.
172 Seiten. DM 10,80
Band 2 Elektrische und magnetische Felder
3., durchgesehene und erweiterte Auflage.
281 Seiten. DM 14,80
Band 3 Wechselstrom
3., durchgesehene Auflage.
200 Seiten. DM 12,80
- Gad, Feldeffektelektronik
266 Seiten. DM 16,80
- Haack, Einführung in die Digitaltechnik
3., neubearbeitete und erweiterte Auflage.
232 Seiten. DM 15,80
- Harth, Halbleitertechnologie
135 Seiten. DM 10,80
- Heidermanns, Elektroakustik
138 Seiten. DM 12,80
- Hilpert, Halbleiterbauelemente
2., durchgesehene Auflage.
158 Seiten. DM 10,80
- Kirschbaum, Transistorverstärker
Band 1 Technische Grundlagen
2., durchgesehene Auflage.
215 Seiten. DM 14,80
Band 2 Schaltungstechnik Teil 1
2., durchgesehene Auflage.
231 Seiten. DM 14,80
Band 3 Schaltungstechnik Teil 2
248 Seiten. DM 15,80
- Morgenstern, Farbfernsehtechnik
230 Seiten. DM 14,80
- v. Münch, Werkstoffe der Elektrotechnik
3., neubearbeitete und erweiterte Auflage.
254 Seiten. DM 15,80

Preisänderungen vorbehalten

Zu diesem Buch

Dieses Skriptum behandelt die mathematischen und technischen Grundlagen der Digitaltechnik und enthält den Stoff der vom Verfasser an der Gesamthochschule Kassel gehaltenen Vorlesung über dieses Gebiet. Es setzt die Kenntnisse der im 1. und 2. Semester vermittelten Grundlagen der Elektrotechnik und Mathematik voraus. Dieses auch zum Selbststudium geeignete Skriptum wendet sich mit zahlreichen Beispielen an Studenten der Fachhochschulen sowie an Interessenten, die sich die Grundlagen der Digitaltechnik aneignen wollen.

Einführung in die Digitaltechnik

Von Dipl.-Ing. Otto Haack

Professor an der
Gesamthochschule Kassel

3., neubearbeitete und
erweiterte Auflage.
Mit 179 Bildern,
79 Beispielen und 71 Tafeln



B. G. Teubner Stuttgart 1980

Prof. Dipl.-Ing. Otto Haack

1917 in Riesa a. d. Elbe geboren. 1950 bis 1954 Studium der Elektrotechnik (Starkstromtechnik) an der Technischen Universität Berlin. 1955 bis 1957 wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für Elektrische Maschinen an der TU Berlin. Von 1957 bis 1960 Entwicklungsingenieur in der AEG-Großmaschinenfabrik Berlin. Seit 1960 Dozent für Elektrische Maschinen, später auch für Leistungselektronik und Datenverarbeitung, an der Staatlichen Ingenieurschule für Maschinenwesen Kassel. Von 1971 bis 1973 Fachhochschullehrer und von da ab Professor an der Gesamthochschule Kassel.

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Haack, Otto:

Einführung in die Digitaltechnik / von Otto

Haack. - 3., neubearb. u. erw. Aufl. -

Stuttgart : Teubner, 1980.

(Teubner Studienskripten ; 10 : Elektrotechnik)

ISBN 3-519-20010-4

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, besonders die der Übersetzung, des Nachdrucks, der Bildentnahme, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege, der Speicherung und Auswertung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei Verwertung von Teilen des Werkes, dem Verlag vorbehalten. Bei gewerblichen Zwecken dienender Vervielfältigung ist an den Verlag gemäß § 54 UrhG eine Vergütung zu zahlen, deren Höhe mit dem Verlag zu vereinbaren ist.

© B. G. Teubner, Stuttgart 1980

Printed in Germany

Druck: Beltz Offsetdruck, Hemsbach/Bergstraße

Binderei: Clemens Maier KG, Leinfelden-Echterdingen 2

Umschlaggestaltung: Walter Koch, Sindelfingen

Vorwort zur 1. Auflage

Es ist heute für viele Techniker und Ingenieure unerlässlich, daß sie die Datenverarbeitung nicht nur in ihrer praktischen Anwendung, sondern auch in ihren mathematischen und technischen Grundlagen beherrschen.

Dieses Skriptum, das aus meinen Vorlesungen für Studenten der Elektrotechnik an der Gesamthochschule Kassel entstanden ist, soll zur Vermittlung dieser Grundlagen beitragen. Es ist ebensogut zum Selbststudium wie auch als unterrichtsbegleitendes Buch geeignet.

Die Stoffgebiete wurden so zusammengestellt, daß zum Verständnis nur die Kenntnis der in den beiden ersten Semestern vermittelten Grundlagen der Mathematik und der Elektrotechnik erforderlich ist.

Selbstverständlich können hier die einzelnen Stoffgebiete nur so weit behandelt werden, wie es für die Zielsetzung dieses Skriptums unbedingt erforderlich ist. Durch zahlreiche Bilder, Tafeln und Beispiele werden die vermittelten Kenntnisse veranschaulicht und gefestigt. Außerdem gewähren zwei einfache Programmierbeispiele einen Einblick in das Wesen der Programmierung. Die z.Z. wichtigsten Bauelemente - Dioden, Transistoren - werden in ihrem Aufbau und ihrer Wirkungsweise erklärt.

Zur Vertiefung des Verständnisses der Booleschen Algebra werden ausführlich die logischen Grundfunktionen behandelt, die logischen Schaltungen der Speicherelemente aus den Übertragungsfunktionen entwickelt, duale Rechenwerke eingehend besprochen und mit Hilfe der Problemfunktionen logische Schaltungen mit Speicherelementen berechnet.

Dem Verlag B. G. Teubner danke ich für die gute Zusammenarbeit.

Kassel, im Frühjahr 1972

Otto Haack

Vorwort zur 2., überarbeiteten und erweiterten Auflage

Gekürzte Wiedergabe: Inhalt und Gliederung der Stoffgebiete der 1. Auflage haben sich für den Anfänger gut bewährt, so daß keine grundlegende Neufassung der 2. Auflage nötig war. Im Abschnitt über die Speicherelemente wurden das Master-Slave-Flipflop und das D-Speicherglied aufgenommen....

Erweitert wurde die 2. Auflage um die beiden Abschnitte 12 und 13. Im Abschnitt 12 werden die zur Zeit gebräuchlichsten Codes beschrieben. Im Abschnitt 13 werden 8 Anwendungsbeispiele ... behandelt.

Kassel, im Sommer 1975

Otto Haack

Vorwort zur 3., völlig neu bearbeiteten Auflage

Die Gliederung der 2. Auflage hat sich bewährt und wurde beibehalten. Durch die Anpassung an die neuesten DIN-Blätter wurde der Inhalt neu gestaltet. Vom Vorteil der neuen Schaltzeichen, sie durch Computer darstellen bzw. ausdrucken zu können, wurde auch hier Gebrauch gemacht: sie wurden so weit wie möglich mit Schreibmaschine angefertigt.

Weggelassen wurden u.a. die Einmaleins-Tabellen, die meisten der Anwendungsbeispiele und fast alle Relaisschaltungen.

Neu aufgenommen wurden u.a. das B-Komplement, Kurzformen boolescher Funktionen, Minterme und Maxterme, das Verfahren nach Quine-Mc Cluskey, Arbeitstabellen, Impulsdigramme, die genauere Beachtung der Spannungsabfälle bei Dioden- und Transistorschaltungen, Verzögerungsglieder, monostabile Kippglieder, Abhängigkeitsnotation, Zuordnungssysteme für die Werte und Pegel, Vorwärts-Zähler und Rückwärts-Zähler, die in den Anwendungsbeispielen behandelt werden.

Die Anzahl der Bilder, Tafeln und Beispiele wurde erhöht.

Im Anhang des Buches sind die wichtigsten Formeln und alle Regeln und Schaltzeichen übersichtlich zusammengestellt.

Kassel, im Herbst 1979

Otto Haack

<u>Inhaltsverzeichnis</u>	Seite:
1 Zahlensysteme	11
1.1 Allgemeines	11
1.2 Polyadische Zahlensysteme	12
1.3 Basistransformation	14
1.3.1 Umrechnung einer Dezimalzahl in eine Zahl zur Basis B	15
1.3.2 Umrechnung einer Zahl zur Basis B in eine Dezimalzahl	17
1.4 Binäres Dezimalsystem	18
1.5 Darstellung negativer Zahlen	19
1.5.1 (B-1)-Komplementdarstellung	21
1.5.2 B-Komplementdarstellung	22
1.6 Grundrechnungsarten	23
2 Dualarithmetik	24
2.1 Addition	24
2.2 Subtraktion	24
2.3 Addition und Subtraktion mit (B-1)-Komplementbildung	25
2.4 Addition und Subtraktion mit B-Komplementbildung	26
2.5 Multiplikation	27
2.6 Division	29
2.7 Addition und Subtraktion im BCD-Code	31
2.7.1 Addition	31
2.7.2 Subtraktion	32
3 Mengenlehre	34
3.1 Element und Menge	35
3.2 Verknüpfung von Mengen	37
3.2.1 Durchschnittsmenge	38
3.2.2 Vereinigungsmenge	39
4 Boolesche Algebra	42
4.1 Allgemeines	42
4.2 Wahrheits- oder Funktionstabelle	43
4.3 Boolesches Produkt	46
4.4 Boolesches Komplement	47
4.5 Boolesche Summe	48

	Seite:	
4.6	Logische Schaltung	49
4.7	Boolesche Rechengesetze	52
4.8	Dualitätsprinzip	57
4.9	Minterm und Maxterm	58
4.10	Normalformen boolescher Funktionen	60
4.11	Funktionsübertragung in eine Funktionstabelle	61
4.12	Funktionsdarstellung aus einer Funktionstabelle	63
4.13	Vereinfachung boolescher Funktionen	64
4.13.1	Anwendung der booleschen Rechengesetze	65
4.13.2	Karnaugh-Veitch-Diagramm	67
4.13.3	Verfahren nach Quine-Mc Cluskey	71
5	Schaltalgebra	73
5.1	Allgemeines	73
5.2	Bezeichnungen und Schaltzeichen	74
5.3	Grundsaltungen	75
5.3.1	Reihenschaltung	75
5.3.2	Parallelschaltung	76
6	Binäre Verknüpfungsglieder	79
6.1	Allgemeines	79
6.1.1	Die 4 1stelligen booleschen Verknüpfungen	81
6.1.2	Die 16 2stelligen booleschen Verknüpfungen	82
6.1.3	Wert- und Pegelzuordnung binärer Variablen	84
6.1.4	Halbleiterbauelemente	88
6.1.4.1	Dioden	88
6.1.4.2	Transistoren	91
6.1.5	Impulsdiagramm	94
6.2	NICHT-Glied	95
6.3	UND-Glied	97
6.4	ODER-Glied	102
6.5	NAND- und NOR-Glied	105
6.6	Exklusiv-ODER-Glied	109
6.7	Äquivalenz-Glied	114
6.8	Inhibitionsglied	119
6.9	Implikationsglied	120

	Seite:	
7	Speicherglieder	122
7.1	Allgemeines	122
7.2	Verzögerungsglieder	130
7.3	RS-Kippglied	131
7.4	D-Kippglied	135
7.5	T-Kippglied	138
7.6	JK-Kippglied	141
7.7	RS-Kippglied mit dominierendem R-Eingang	145
7.8	RS-Kippglied mit dominierendem S-Eingang	147
7.9	Monostabile Kippglieder	148
8	Taktgeber	150
9	Register und Schieberegister	152
9.1	Allgemeines	152
9.2	Schieberegister	153
10	Duale Rechenglieder und Rechenschaltungen	159
10.1	Allgemeines	159
10.2	Halbaddierglied oder Halbaddierer	160
10.3	Addierglied oder Volladdierer	162
10.4	Paralleladdition	164
10.5	Serienaddierwerk	166
11	Berechnung logischer Schaltungen mit Speicher- gliedern	172
11.1	Allgemeines	172
11.2	Allgemeine Problemfunktion	173
11.3	Eingangsfunktionen	174
11.3.1	Eingangsfunktionen des RS-Kippgliedes	174
11.3.2	Eingangsfunktion des D-Kippgliedes	176
11.3.3	Eingangsfunktion des T-Kippgliedes	176
11.3.4	Eingangsfunktionen des JK-Kippgliedes	177
11.4	Entwurf einer synchronen, codierten Zähler- schaltung	178
12	Binäre Codes	182
12.1	Allgemeines	182
12.2	Mehrschrittige Codes	184
12.2.1	Eins-aus-zehn-Code	184

Seite:

12.2.2	Biquinär-Code	185
12.2.3	Zwei-aus-fünf-Code	185
12.2.4	BCD-Code	186
12.2.5	Aiken-Code	186
12.2.6	Exzeß-drei-Code	187
12.3	Einschrittige Codes	188
12.3.1	Gray-Code	188
12.3.2	Glixon-Code	189
12.3.3	O'Brien-Code	189
12.4	Sonstige Codes	189
12.4.1	Walking-Code	189
12.4.2	Fernschreib-Code CCITT Nr. 2	190
12.4.3	EBCDI-Code	192
13	Anwendungsbeispiele	195
13.1	Stellenversetzung im Schieberegister	195
13.2	Modulo-16-Vorwärts-Dual-Zähler	196
13.3	Modulo-16-Rückwärts-Dual-Zähler	201
13.4	Modulo-16-Zweirichtungs-Dual-Zähler	203
13.5	Synchroner Modulo-8-Vorwärts-Aiken-Zähler	204
13.6	RS-Kippglied als T-Kippglied	207
13.7	Synchroner Modulo-10-Vorwärts-5-4-2-1-Zähler	208
13.8	Synchroner Modulo-5-Vorwärts-Gray-Zähler	210
13.9	Dioden-Transistor-Schaltung	212
13.10	Gray-Dual-Parallel-zu-Parallel-Codierer	214
Anhang		217
	Normblätter	217
	Weiterführende Bücher	218
	Formeln	220
	Regeln	222
	Schaltzeichen	224
	Sachweiser	229

1 Zahlensysteme

1.1 Allgemeines

Physikalische, volkswirtschaftliche Größen u.ä. lassen sich auf zweierlei Art darstellen:

1. graphisch mit einem Vergleichsnormal. Das ist eine analoge Darstellung. Beispiele: statistische Diagramme, Zeiger-Meßinstrumente, Rechenschieber.
2. digital: es werden Ziffern (digits) aneinandergereiht, die mit unterschiedlichen Gewichten behaftet sind. Beispiele: Tabellen, digitale Meßinstrumente, Tischrechenmaschinen.

"digital" bedeutet in der Datenverarbeitung "ziffernmäßig". "digit" ist von digitus (lat.; Finger; Digitalis = Zehnfingerkraut) abgeleitet und ist die kleinste Einheit in einem digitalen System. Im englischen Sprachgebrauch ist es die Stelle einer Zahl.

Die Genauigkeit kann bei digitaler Darstellung durch Hinzufügen weiterer Stellen beliebig erhöht werden, während der Genauigkeit bei analoger Darstellung Grenzen gesetzt sind.

Für die Darstellung von Zahlen interessieren hier nur digitale Systeme. Sie können beliebig aufgebaut sein. Allgemein gebräuchlich sind die polyadischen Zahlensysteme. Man kann aber auch z.B. in Restklassensystemen Zahlen darstellen und mit ihnen nach den bekannten Rechenregeln rechnen.

Abschließend sei auf den Unterschied zwischen "natürlicher Zahl" und "Zahldarstellung" hingewiesen:

natürliche Zahl $\hat{=}$ Mengenangabe, Zahlwort, Zahlenwert

z.B. "vier" bedeutet die bestimmte Menge (●●●●)

Zahldarstellung: hängt ab vom gewählten Zahlensystem

z.B.	4 (Dezimalsystem)	} für den Zahlenwert "vier"
	100 (Dualsystem)	
	IV (Römisches Zahlensystem)	

Es werden hier nur die polyadischen Zahlensysteme behandelt.

1.2 Polyadische Zahlensysteme

Sie sind die gebräuchlichsten Zahlensysteme und werden deshalb kurz nur als "Zahlensysteme" bezeichnet.

Eine Zahl wird durch eine Aneinanderreihung von Ziffern dargestellt. Das ist eine Abkürzung für eine kompliziertere Summenschreibweise. Im Dezimalsystem bedeutet z.B. die Zahl

$$\begin{aligned} 123,45 &= 100 + 20 + 3 + 0,4 + 0,05 \\ &= 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2} \end{aligned}$$

Jede Ziffer ist mit einer Bewertungs- oder Gewichtspotenz, die man auch Stellenwert nennt, verbunden. Die Basis dieser Potenzen gibt dem Zahlensystem den Namen. So hat z.B. das Dezimalsystem die Basis "zehn", das Sedezimalsystem die Basis "sechzehn", das Duodezimalsystem die Basis "zwölf", das Oktalsystem die Basis "acht", das Dualsystem die Basis "zwei". Die Exponenten sind ganzzahlig. Links vom Komma wachsen sie von NULL aus Stelle für Stelle um 1, rechts vom Komma nehmen sie analog ab, sind also negativ.

In jedem Zahlensystem ist die Basiszahl B gleich der Anzahl der benötigten unterscheidbaren Ziffern. Ist die Basis größer als "zehn", so werden die hierfür zusätzlich zu den Ziffern 0 bis 9 benötigten Ziffern durch große Buchstaben in der Reihenfolge des Alphabetes ersetzt; z.B.

A	=	Ziffer	für	die	dezimale	Zahl	10,
B	=	"	"	"	"	"	11,
F	=	"	"	"	"	"	15.

So hat also das Dezimalsystem die 10 Ziffern 0 bis 9, das Sedezimalsystem die 16 Ziffern 0 bis F, das Duodezimalsystem die 12 Ziffern 0 bis B, das Oktalsystem die 8 Ziffern 0 bis 7 und das Dualsystem die 2 Ziffern 0 und 1.

Alle Zahlen sind, außer im Dezimalsystem natürlich, als Ziffernfolge zu lesen; z.B. 10 als "eins-null", 75 als "sieben-fünf" oder A10,F8 als "a-eins-null-Komma-eff-acht".

In der Tafel 1 sind die Dezimalzahlen 0 bis 19 zum Vergleich in verschiedenen Zahlensystemen angegeben. Man erkennt, daß

Tafel 1: Zahldarstellungen

Zahlensystem	Dezimal	Sedezimal	Duodez.	Oktal	Hexal	Dual
Basis = Anzahl der Ziffern	10	16	12	8	6	2
Ziffernfolge und Zahldarstellung	0	0	0	0	0	0
	1	1	1	1	1	1
	2	2	2	2	2	10
	3	3	3	3	3	11
	4	4	4	4	4	100
	5	5	5	5	5	101
	6	6	6	6	10	110
	7	7	7	7	11	111
	8	8	8	10	12	1000
	9	9	9	11	13	1001
	10	A	A	12	14	1010
	11	B	B	13	15	1011
	12	C	10	14	20	1100
	13	D	11	15	21	1101
	14	E	12	16	22	1110
	15	F	13	17	23	1111
	16	10	14	20	24	10000
	17	11	15	21	25	10001
	18	12	16	22	30	10010
	19	13	17	23	31	10011

je größer die Basiszahl ist, desto geringer im allgemeinen die erforderliche Stellenzahl für die Darstellung einunddeselben ganzzahligen Zahlenwertes ist.

Ein Wechsel der Anzahl der Stellen heißt "Sprung". So gibt es z.B. den Dezimal-, Sedezimal-, Duodezimal-, Oktal- und Dualsprung.

Einige Beispiele zu Zahldarstellungen:

Beispiel 1: Die Sedezimalzahl A1F3,8 ist in ausführlicher Schreibweise und danach als Dezimalzahl anzugeben.

$$\begin{aligned}
 A1F3,8 &= A \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + F \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^{-1} \\
 &\text{in dezimaler Schreibweise:} \\
 &= 10 \cdot 16^3 + 1 \cdot 16^2 + 15 \cdot 16^1 + 3 \cdot 16^0 + 8 \cdot 16^{-1} \\
 &= 40960 + 256 + 240 + 3 + 0,5 \\
 &= 41459,5 \text{ im Dezimalsystem}
 \end{aligned}$$

Beispiel 2: Die Oktalzahl 517,02 ist in ausführlicher

Schreibweise und danach als Dezimalzahl anzugeben.

$$\begin{aligned}
517,02 &= 5 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 + 0 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} \\
&\text{in dezimaler Schreibweise:} \\
&= 5 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 + 0 \cdot 8^{-1} + 2 \cdot 8^{-2} \\
&= 320 + 8 + 7 + 0 + 0,030125 \\
&= 335,030125 \text{ im Dezimalsystem}
\end{aligned}$$

Beispiel 3: Die Dualzahl 1100,1 ist in ausführlicher Schreibweise und danach als Dezimalzahl anzugeben.

$$\begin{aligned}
1100,1 &= 1 \cdot 10^{11} + 1 \cdot 10^{10} + 0 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^{-1} \\
&\text{in dezimaler Schreibweise:} \\
&= 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} \\
&= 8 + 4 + 0 + 0 + 0,5 \\
&= 12,5 \text{ im Dezimalsystem}
\end{aligned}$$

Der ganzzahlige Teil einer Dualzahl hat die Stellenwerte 1 - 2 - 4 - 8 - 16 - 32 usw., der Nachkommateil die Stellenwerte 1/2 - 1/4 - 1/8 - 1/16 usw..

1.3 Basistransformation

Grundsätzlich läßt sich jede Zahl eines beliebigen Zahlensystems in eine Zahl eines anderen Zahlensystems verwandeln. Es ist ratsam, Umwandlungen nicht direkt, sondern über das geläufige Dezimalsystem vorzunehmen.

Eine Ausnahme ist erwähnenswert: eine Dualzahl läßt sich ohne Umrechnen ins Dezimalsystem direkt umwandeln in eine

Oktalzahl durch Zerlegen der Dualzahl vom Komma aus in dreistellige Gruppen, sogenannte Triaden, oder in eine

Sedezimalzahl durch Zerlegen der Dualzahl vom Komma aus in vierstellige Gruppen, sogenannte Tetraden.

Hierzu folgendes Beispiel (vergl. Tafel 1 auf S.13):

<u>Oktalzahl</u> :		6		2		3		7		,		5		4								
<u>Dualzahl</u> :		1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	,		1	0	1	1	0	0	
<u>Sedezimalzahl</u> :		C		9		F		,		B												

Alle 3 Zahldarstellungen ergeben die Dezimalzahl 3231,6875.

Das Oktal- und das Sedezimalsystem können als abkürzende Schreibweise des Dualsystems bezeichnet werden.

Die Basistransformation erfolgt also über das Dezimalsystem. Da die Exponenten der Bewertungspotenzen für den ganzzahligen Teil einer beliebigen positiven Zahl, im Folgenden kurz "Ganzteil" genannt, positiv und für den Nachkommanteil, im Folgenden kurz "Bruchteil" genannt, negativ sind, ergeben sich unterschiedliche Rechenvorschriften für die Umwandlung von Ganz- und Bruchteilen.

1.3.1 Umrechnung einer Dezimalzahl in eine Zahl zur Basis B

Die umzuwandelnde Dezimalzahl wird in ihren Ganz- und ihren Bruchteil zerlegt.

Der Ganzteil wird mit der Basis B des vorgesehenen Zahlensystems dividiert. Der sich ergebende Quotient besteht wiederum aus einem Ganz- und einem Bruchteil. Dieser Ganzteil wird wieder mit der Basis B dividiert, wodurch ein neuer Quotient mit Ganz- und Bruchteil entsteht. Die Division des Ganzteils mit der Basis B wird fortgesetzt, bis der Ganzteil NULL ist. Die jeweiligen Bruchteile werden mit der Basis B multipliziert. Diese Produkte sind stets ganzzahlig und ergeben die Ziffern der gesuchten Zahl zur Basis B. Diese Ziffern entstehen in der Reihenfolge steigender Stellenwerte, also von rechts nach links vom Komma aus.

Der Bruchteil wird mit der Basis B des vorgesehenen Zahlensystems multipliziert. Das sich ergebende Produkt besteht wiederum aus einem Ganz- und einem Bruchteil. Dieser Bruchteil wird wieder mit der Basis B multipliziert, wodurch ein neues Produkt mit Ganz- und Bruchteil entsteht. Die Multiplikation des Bruchteils mit der Basis B wird fortgesetzt, bis der Bruchteil NULL ist oder bis die gewünschte Genauigkeit erreicht wird. Die jeweiligen Ganzteile ergeben die Ziffern der gesuchten Zahl zur Basis B. Diese Ziffern entstehen in der Reihenfolge fallender Stellenwerte, also von links nach rechts vom Komma aus.

Beispiel 4: Die Dezimalzahl 97546,64 ist als Sedezimalzahl darzustellen.

Ganzteil:

$$\begin{array}{r}
 97546:16 = 6096 + 0,625 \\
 \qquad\qquad\qquad 0,625 \cdot 16 = 10 \hat{=} A \\
 6096:16 = 381 + 0,0 \\
 \qquad\qquad\qquad 0,0 \cdot 16 = 0 \\
 381:16 = 23 + 0,8125 \\
 \qquad\qquad\qquad 0,8125 \cdot 16 = 13 \hat{=} D \\
 23:16 = 1 + 0,4375 \\
 \qquad\qquad\qquad 0,4375 \cdot 16 = 7 \\
 1:16 = 0 + 0,0625 \\
 \qquad\qquad\qquad 0,0625 \cdot 16 = 1
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \text{also:} \\
 \underline{97546}_{(10)} \hat{=} \underline{17DOA}_{(16)}
 \end{array}$$

Bruchteil:

$$\left. \begin{array}{l}
 0,64 \cdot 16 = 10,24 = 0,24 + 10 \hat{=} A \\
 0,24 \cdot 16 = 3,84 = 0,84 + 3 \\
 0,84 \cdot 16 = 13,44 = 0,44 + 13 \hat{=} D \\
 0,44 \cdot 16 = 7,04 = 0,04 + 7 \\
 0,04 \cdot 16 = 0,64 = 0,64 + 0 \\
 0,64 \cdot 16 = 10,24 = 0,24 + 10 \hat{=} A
 \end{array} \right\}
 \begin{array}{l}
 \text{Der Bruchteil ist perio-} \\
 \text{disch} \\
 \text{also:} \\
 \underline{0,64}_{(10)} \hat{=} \underline{0, \overline{A3D70} \dots}_{(16)}
 \end{array}$$

damit: $\underline{97546,64}_{(10)} \hat{=} \underline{17DOA, A3D7}_{(16)}$ in guter Näherung

Beispiel 5: Die Dezimalzahl 25,40625 ist als Dualzahl darzustellen.

Ganzteil:

Bruchteil:

$$\begin{array}{r}
 25:2 = 12 + 0,5 \\
 \qquad\qquad\qquad 0,5 \cdot 2 = 1 \\
 12:2 = 6 + 0,0 \\
 \qquad\qquad\qquad 0,0 \cdot 2 = 0 \\
 6:2 = 3 + 0,0 \\
 \qquad\qquad\qquad 0,0 \cdot 2 = 0 \\
 3:2 = 1 + 0,5 \\
 \qquad\qquad\qquad 0,5 \cdot 2 = 1 \\
 1:2 = 0 + 0,5 \\
 \qquad\qquad\qquad 0,5 \cdot 2 = 1
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 0,40625 \cdot 2 = 0,8125 = 0,8125 + 0 \\
 0,8125 \cdot 2 = 1,625 = 0,625 + 1 \\
 0,625 \cdot 2 = 1,25 = 0,25 + 1 \\
 0,25 \cdot 2 = 0,5 = 0,5 + 0 \\
 0,5 \cdot 2 = 1,0 = 0,0 + 1
 \end{array}$$

also:

$$\underline{25,40625}_{(10)} \hat{=} \underline{11001,01101}_{(2)}$$