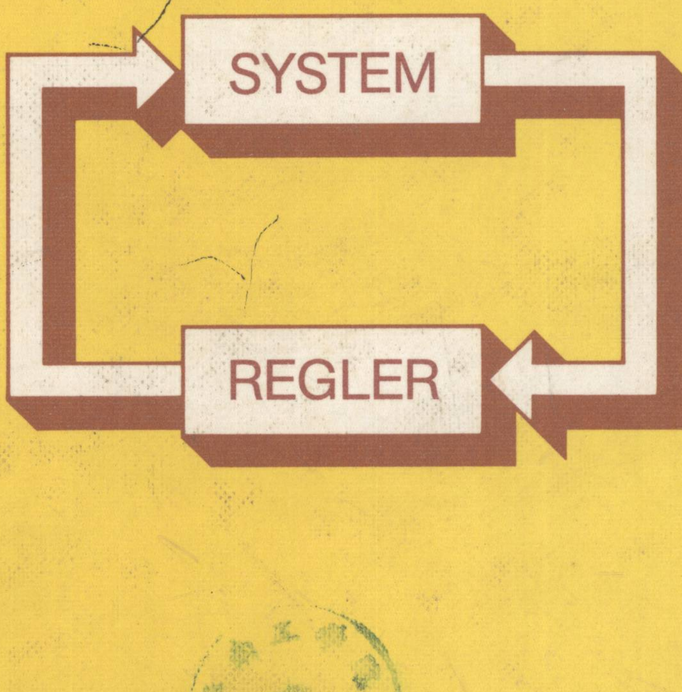
H. W. Knobloch · H. Kwakernaak

Lineare Kontrolltheorie



Springer-Verlag
Berlin Heidelberg New York Tokyo

H. W. Knobloch · H. Kwakernaak

Lineare Kontrolltheorie

Mit 22 Abbildungen

Springer-Verlag
Berlin Heidelberg New York Tokyo

Prof. Dr. Hans Wilhelm Knobloch

Mathematisches Institut, Universität Würzburg
Am Hubland
D-8700 Würzburg

Prof. Dr. Huibert Kwakernaak

Dept. of Applied Mathematics, Twente University of Technology
NL-7500 AE Enschede

Mathematics Subject Classification (1980): 93C05, 93C45, 93E20, 93B99

ISBN 3-540-13626-6 Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York Tokyo
ISBN 0-387-13626-6 Springer-Verlag New York Heidelberg Berlin Tokyo

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Knobloch, Hans W.:
Lineare Kontrolltheorie/H. W. Knobloch; H. Kwakernaak. —
Berlin; Heidelberg; New York; Tokyo: Springer, 1985.

NE: Kwakernaak, Huibert:

Printed in GDR

Satz- und Druckarbeiten: Th. Müntzer, GDR; Bindearbeiten: Lüderitz & Bauer, Berlin
2144/3020-543210

Vorwort

Die Bezeichnung Kontrolltheorie ist eine etwas unglückliche neudeutsche Sprachschöpfung, die auch von Fachleuten nur zögernd akzeptiert wird. In gängigen Nachschlagewerken wird man ihn vergeblich suchen; denkbar wäre, daß man in Zukunft eine kurze Eintragung folgender Art findet: Die K. befaßt sich mit mathematischen Modellen für die Prozesse der Steuerung und Selbstregulierung, also mit den theoretischen Möglichkeiten der Beeinflussung von dynamischen Systemen. Diese mehr intuitive und vage Definition ist der Ausgangspunkt für die einleitenden Betrachtungen im Kap. 1, welches den Leser über den Gegenstand dieses Buches ausführlicher informiert.

Die Vorgänger der Kontrolltheorie hießen im deutschen Sprachraum Regelungs- und Steuerungstheorie oder auch technische Kybernetik. Aus der Sicht des Mathematikers lebten sie von Anleihen bei verschiedenen mathematischen Disziplinen: Differentialgleichungen, Variationsrechnung, Funktionentheorie und Stochastik. Man brauchte daher – dies war die gängige Meinung – auch nur über die nötigen Grundkenntnisse aus diesen Gebieten zu verfügen, um sich in der Regelungstheorie ohne fremde Hilfe zurechtfinden zu können. Diese Einschätzung mochte noch in den sechziger Jahren bis zu einem gewissen Grade zutreffen; heute liegen die Dinge anders. Die Kontrolltheorie ist eine angewandte Disziplin mit eigenem Profil und nicht mehr einfach eine Anhäufung mathematischer Hilfsmittel. Um mit ihrer spezifischen Problematik vertraut zu werden und einen Überblick über ihr methodisches Instrumentarium zu bekommen, ist man auf speziell ausgerichtete Lehrbücher oder Vorlesungen angewiesen.

Das alles gilt auch für den Teil der Kontrolltheorie, mit dem wir uns in diesem Buch vorwiegend beschäftigen wollen und bei dem man sich von vornherein für lineare Differentialgleichungen als mathematische Modelle dynamischer Systeme entscheidet. Wir werden also gewissermaßen nur erste Approximationen realistischer Modelle betrachten und es ist klar, daß in einer konkreten Situation allen Aussagen, die auf dieser Basis gewonnen werden, nur eine relative Bedeutung zukommt. Die Tragweite des linearen Ansatzes hängt ganz gewiß davon ab, ob wesentliche Eigenschaften eines realen Systems bei der Linearisierung erfaßt worden sind. Bis zu einem gewissen Grade können aber Unzulänglichkeiten in der Modellbildung kompensiert werden, dann nämlich, wenn es gelingt, ein lineares Modell quantitativ vollständig zu diskutieren. In dieser Möglichkeit liegt die Stärke der linearen Kontrolltheorie. Es wird einem freilich auch hier nichts geschenkt und nichts ist irriger als die Meinung, lineare Kontrolltheorie bestände im Grunde nur aus Übungsaufgaben zur linearen Algebra. Es ist zwar richtig, daß sich viele der von uns betrachteten Probleme prinzipiell auf die Frage nach der Lösbarkeit von linearen Gleichungen zurückführen lassen. Daß dies aber nicht gleichbedeutend mit der Reduktion auf ein Standardproblem der linearen Algebra ist, liegt an den für die Kontrolltheorie typischen Nebenbedingungen, deren Einhaltung unverzichtbar ist. Die wichtigste ist die sogenannte Polvorgabe. Darunter versteht man, grob gesprochen, Vorgaben für die Eigenwerte einer gewissen aus den Lösungen des Gleichungssystems zu bildenden Matrix. In ihr findet eine der Grundforderungen an die Lösung von Konstruktionsaufgaben, nämlich die Erhaltung oder Herbeiführung von Stabilität, ihren quantitativen Ausdruck. Das Thema Polvorgabe zieht sich wie ein roter Faden durch alle Teile dieses Buches und ist ein charakteristisches Beispiel für die Kontrollproblemen innewohnende spezifische Problematik.

Beschäftigung mit linearer Kontrolltheorie ist mehr als nur eine Propädeutik der Kontrolltheorie schlechthin, sie repräsentiert heute und sicher in absehbarer Zukunft immer noch einen wesentlichen Teil der täglichen Arbeit des Anwenders. Es gibt darüber hinaus eine Vielzahl wichtiger und offener Fragen, die bis jetzt nur im Rahmen der linearen Theorie in Angriff genommen werden können. Sie beziehen sich auf Situationen, in denen Linearisierung die einzige Möglichkeit zu einer quantitativen Analyse bietet: Unzulänglichkeiten in der Modellbildung, hohe Dimension, hochgradige Verkoppelung zwischen Teilsystemen. Es eröffnet sich hier noch ein weites Feld für gegenwärtige und zukünftige Forschung, die auch auf den Grundlagen aufbauen wird, die in der vorliegenden Einführung in die lineare Kontrolltheorie entwickelt werden.

Das Manuskript des Buches ist hervorgegangen aus Vorträgen, die in den Jahren 1976 und 1979 auf Arbeitsgruppen im Rahmen von Ferienakademien der Studienstiftung gehalten worden sind. Man findet das Programm dieser Arbeitsgruppen in den Kap. 1–4 und den ersten Abschnitten der Kap. 9–11 wieder. Es vermittelt dem Leser einen ersten Eindruck von den nun schon klassischen Teilen der linearen Kontrolltheorie. Hinzugekommen ist eine vertiefte Behandlung des optimalen Reglers und Beobachters sowie der Themenkreis Steuerungsinvarianz und geometrische Theorie (Kap. 5–7). Drei Gesichtspunkte sind für die Autoren bei der Auswahl des Stoffes maßgeblich gewesen.

1. Vermeidung einseitiger Festlegungen auf bestimmte Betrachtungsweisen. Damit soll der Leser in die Lage versetzt werden, Alternativen kennenzulernen und sich in konkreten Situationen selbst für den einen oder anderen Weg entscheiden zu können.
2. Anwendungsbezug und Aktualität in der Darstellung. Daher haben wir uns um eine Synthese aus deterministischer, stochastischer und geometrischer Kontrolltheorie bemüht. Wir glauben, daß dies eine der Möglichkeiten ist, die wachsende Nachfrage der Anwender nach effizienteren mathematischen Hilfsmitteln zu befriedigen.
3. Konsequente Fortführung der theoretischen Überlegungen bis zur praktischen Umsetzung in Rechenverfahren. Unser besonderes Augenmerk gilt dabei der geometrischen Theorie, wo der Transfer von der Theorie zur Praxis bisher noch unbefriedigend ist. In Kap. 5 werden wir daher neue Wege aufzeigen, um formale Konstruktionen rechnerisch nachzuvollziehen, und zwar in einfacher und praxisnaher Form. Wir hoffen, daß auf diese Weise das Buch

dazu beiträgt, der geometrischen Theorie größeren Einfluß auch auf die praktische Arbeit des Regelungstechnikers zu verschaffen.

Es versteht sich von selbst, daß wir im Sinne dieser Zielsetzung an explizit durchgerechneten Beispielen nicht gespart haben. Dort, wo es von der Sache her geboten ist, haben wir uns nicht gescheut, auch einmal ein höherdimensionales System zu diskutieren. Die benutzten Anwender-Computerprogramme aus der Numerik haben sich zumeist am MATLAB-Verfahren orientiert (Mohler, 1981).

An wen wendet sich das Buch? Nach unserem Dafürhalten sind es in erster Linie Studierende der Mathematik und der Ingenieurwissenschaften, die den theoretischen Unterbau der Regelungstechnik kennenlernen möchten. Darüber hinaus gibt es sicher einen weitgestreuten Kreis von potentiellen Interessenten aus den Bereichen Natur- und Wirtschaftswissenschaften, die in irgendeiner Form mit mathematischen Modellen für Steuerungsprobleme zu tun haben. (Man vergleiche hierzu auch die kurze Zusammenstellung von Anwendungsgebieten der Kontrolltheorie in Abschnitt 1.3). Schließlich denken wir auch an Dozenten an Hoch- und Fachschulen, die zwar selbst nicht auf dem Gebiet der Kontrolltheorie arbeiten, die aber gerne das Vorlesungsangebot für ihre Studenten in dieser Richtung ergänzt sehen möchten. Aus diesem Grunde haben wir den Landau-Stil konsequent vermieden und mit kommentierenden Bemerkungen nicht gegeizt.

Die Gretchenfrage nach der mathematischen Vorbildung, die vom Leser dieses Buches erwartet wird, ist nicht mit einem Satz zu beantworten. Unerläßlich sind in jedem Fall Kenntnisse auf dem Gebiet der linearen Algebra und der linearen Differentialgleichungen, etwa in dem Umfange, wie sie in den mathematischen Anfängervorlesungen des ersten Studienabschnittes vermittelt werden. Darüber hinaus wird man hie und da nicht darum herum kommen, ein Lehrbuch über lineare Algebra oder Differentialgleichungen zu Rate zu ziehen. Die drei mit [K], [S], [KK] (vgl. Literaturverzeichnis) bezeichneten Werke, auf die wir zumeist verweisen, passen nach unserer Meinung von der Terminologie, Bezeichnungsweise und auch von der Darstellung des Stoffes her am besten zu diesem Buch. Doch wird man die benötigte Information auch in fast jedem der auf dem Markt befindlichen Lehrbücher ohne Mühe finden können.

Eine kurze Bemerkung noch zum Thema Wahrscheinlichkeitsrechnung/Stochastik. Die Elemente der stochastischen System- und Kontrolltheorie die einen integrierenden Bestandteil dieses Buches bilden, bauen streng genommen auf einfachen Grundtatsachen über stochastische Prozesse auf, mit denen aber erfahrungsgemäß die meisten der potentiellen Leser dieses Buches nicht vertraut sind. Wir haben uns daher entschlossen, ein einführendes Kapitel über stochastische Prozesse aufzunehmen. Ausgangspunkt ist die intuitive Definition eines Prozesses; anschließend werden dann die wichtigsten Regeln des stochastischen Differentialkalküls mit heuristischen Argumenten hergeleitet. Dieses Wenige an Fakten vorausgesetzt, werden wir dann mit relativ einfachen Überlegungen und ohne weitere Zugeständnisse hinsichtlich mathematischer Strenge die lineare stochastische Kontrolltheorie im wesentlichen vollständig entwickeln. Bei der Einführung des Kalman-Bucy-Filters bieten wir zudem zwei Alternativen. Zum einen den „Normalweg“, den man sozusagen auch in Halbschuhen begehen kann, und der mit elementaren Überlegungen zur Charakterisierung als optimaler Beobachtet führt. Zum anderen den „Weg für Geübte", der in ein wesentlich weitreichenderes und aus der Sicht der Stochastik erst befriedigendes Resultat mündet.

Die Verfasser können sicher nicht für sich in Anspruch nehmen, beim Schreiben des Manuskriptes im zeit- oder energieoptimalen Sinne verfahren zu sein. Sie hoffen aber, daß die lange Zeit des Experimentierens mit einem Stoff, der noch vor zwei Jahrzehnten terra incognita war, der Verständlichkeit und der Aktualität des Buches zugute gekommen ist. Ohne die wohlwollende Haltung des Springer-Verlages, der lange auf das Manuskript hat warten müssen, und ohne die Unterstützung durch Mitarbeiter und Kollegen wäre es wohl kaum zu einem erfolgreichen Abschluß des Projektes gekommen. Zu besonderem Dank fühlen sich die Autoren denjenigen Mitarbeiterinnen der Abteilung für Angewandte Mathematik der TH Twente verpflichtet, die das Manuskript mit großer Gewissenhaftigkeit geschrieben (und etliche Male auch wieder umgeschrieben) haben. Es sind dies Frau Dinie Ticheler, Frau Manuela Fernandez und Frau Marja Langkamp. Herr M. W. van der Mey, ebenfalls von der TH Twente, hat mit großer Sorgfalt alle Abbildungen angefertigt. Für ihre Mithilfe bei der endgültigen Fertigstellung des Manuskripts danken wir auch Frau Ingrid Böhm (Mathematisches Institut der Universität Würzburg).

Teile des Manuskriptes sind von Kollegen und Mitarbeitern kritisch gelesen und in Seminaren und Übungen erprobt worden. Für Verbesserungsvorschläge und Anregungen danken wir den Herren H. Wimmer, D. Flockerzi, B. Gollan, K. Wagner (alle Mathematisches Institut der Universität Würzburg).

Enschede und Würzburg, im Frühjahr 1985 Die Verfasser

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

1.1 Was ist Kontrolltheorie?

Kontrolltheorie befaßt sich, ganz allgemein gesprochen, mit der Steuerung dynamischer Systeme. Ein dynamisches System ist ein mathematisches Modell für einen Teil der Realität, an dessen zeitlicher Veränderung man interessiert ist. Solche Veränderungen können teilweise aus der Vorgeschichte heraus erklärt werden, d. h. sie hängen von Ereignissen ab, die bis zu einem gewissen Zeitpunkt im System stattgefunden haben. Teilweise sind sie das Resultat von äußeren Einflüssen, denen das System nach diesem Zeitpunkt ausgesetzt ist. Diese Einflüsse faßt man unter dem Begriff des *Eingangs* zusammen. Es können dies Möglichkeiten der Einwirkung von außen sein, die man vollständig in der Hand hat. In diesem Fall spricht man von Steuerung und nennt die Größen, die solche Einflüsse beschreiben, Steuervariable oder Stellgrößen. Es können dies aber auch Einflüsse sein, die man nicht kontrollieren kann, ja oft nicht einmal genau kennt. Dann spricht man von äußeren Störungen.

Was sich von den Vorgängen in einem dynamischen System nach außen hin manifestiert, bezeichnet man als *Ausgang* des Systems. An verschiedenen Stellen des Buches werden wir statt von Ausgang auch von „beobachteten" bzw. „zu kontrollierenden Variablen" sprechen. Darin kommt die inhaltliche Bedeutung, die der Begriff Ausgang in konkreten Situationen zumeist hat, zum Ausdruck: Es sind zum einen Größen, die man aus der Umgebung heraus am System beobachtet. Zum anderen sind es Größen, welche die vom System auf seine Umgebung ausgeübten Wirkungen beschreiben und auf deren Beherrschung man daher besonderen Wert legt. Bei der Festlegung dessen, was der Ausgang in einer konkreten Situation bedeutet, spielen daher naturgemäß subjektive Kriterien eines äußeren Beobachters eine gewisse Rolle.

Kontrolltheorie im engeren Sinne befaßt sich mit der Formulierung und Lösung von Kontrollproblemen. Bei Kontrollproblemen geht es vor allem um die Frage, inwieweit sich ein System über die Steuervariablen so beeinflussen läßt, daß sein Verhalten einem vorgegebenen Muster möglichst nahe kommt. Genaugenommen teilen sich in die Lösung solcher Probleme zwei mathematische Disziplinen, nämlich die *Systemtheorie* und die Kontrolltheorie. Beide sind Gegenstand dieses Buches. Systemtheorie ist gewissermaßen der Unterbau der Kontrolltheorie, sie befaßt sich vorwiegend mit der Analyse dynamischer Systeme und mit der Beschreibung ihrer Eigenschaften. Kontrolltheorie dagegen widmet sich vor allem der Frage nach der Synthese, d. h. der Schaffung neuer oder der Veränderung existierender dynamischer Systeme.

Systemtheorie kann auf verschiedenen Abstraktionsebenen betrieben werden, wie wir in Kap. 2 sehen werden. Doch ist für viele konkrete Systeme eine Beschreibung durch (gewöhnliche oder partielle) Differentialgleichungen das mathematische Modell der Wahl. Man spricht dann auch von differentiellen Systemen. Wir werden uns in diesem Buch vorwiegend mit solchen Systemen beschäftigen, die durch gewöhnliche lineare Differentialgleichungen beschrieben werden.

Eigenschaften differentieller Systeme lassen sich oft als Eigenschaften von Differentialgleichungen auffassen und ganz im Stil der einschlägigen Theorie behandeln (wie z. B. Stabilität). Andererseits sind aber fundamentale Begriffe der Systemtheorie, wie etwa Steuerbarkeit, in der Theorie der Differentialgleichungen nicht vorgezeichnet, weil dort ein wesentliches Element der Systemtheorie fehlt, nämlich die Möglichkeit einer Veränderung der Dynamik durch Eingriff von außen. Historisch gesehen markiert daher die Formulierung des Begriffs der Steuerbarkeit durch Kalman Anfang der 60er Jahre die Loslösung der Systemtheorie von der Theorie der Differentialgleichungen und den Beginn ihrer Existenz als selbständige Wissenschaft. Zu dieser Entwicklung hat nicht nur das Entstehen eigener Begriffsbildungen beigetragen, sondern auch die Tatsache, daß neben der Theorie der Differentialgleichungen auch Funktionentheorie, Algebra, Stochastik und Differentialgeometrie die Rolle des „Zulieferers" übernommen haben.

Wir geben nun eine kurze Beschreibung der wesentlichen Arbeits- und Forschungsrichtungen in der System- bzw. Kontrolltheorie.

Systemtheorie hat sich zu einer deduktiven mathematischen Wissenschaft entwickelt, an deren Spitze ein axiomatisch faßbarer Systembegriff steht, aus dem man durch fortgesetzte Spezialisierung dann alle Klassen von Systemen erhält, die als mathematische Modelle realer Systeme in Frage kommen. Mit der Klassifikation von Systemen ist der Inhalt der Systemtheorie aber keineswegs erschöpft, ihre wesentliche Aufgabe sieht sie vielmehr in der Mathematisierung dessen, was man in der Umgangssprache mit Eingangs-Ausgangsverhalten bezeichnet. Typische Begriffe aus diesem Bereich der Systemtheorie sind *Steuerbarkeit* und *Beobachtbarkeit* sowie ihre Abschwächungen *Stabilisierbarkeit* und *Entdeckbarkeit*, die auch in diesem Buch eine wichtige Rolle spielen werden. Diese fast schon klassische Arbeitsrichtung in der Systemtheorie betrachtet Modellbildung als etwas, was schon vor der eigentlichen Anwendung mathematischer Methoden erfolgt und abgeschlossen ist.

Eine grundsätzlich andere Position bezieht man in zwei neuen Ansätzen der Systemtheorie, die sich in den letzten Jahren entwickelt haben, in diesem Buch jedoch nicht zur Sprache kommen werden. Wir wollen sie aber der Vollständigkeit halber noch kurz erwähnen. Beim Thema Realisierung geht es um die Frage, wie man zu einer direkten Eingangs-Ausgangsbeschreibung ein Zustandsraum-Modell konstruiert, welches alle internen Vorgänge, die zur Erklärung des Eingangs-Ausgangsverhaltens notwendig sind, wiedergibt. Identifizierung schließlich ist ein Versuch, auf systematischem Weg aus Beobachtungen, die von außen erfolgen, Rückschlüsse auf die unbekannte innere Dynamik eines Systems zu ziehen.

Wir kommen nun zur Kontrolltheorie. Problemlösung spielt sich hier auf drei Ebenen ab, die durch die Stichworte

Steuerung, Regelung, Anpassung

charakterisiert werden. Eine Steuerung bedeutet ein Programm, d. h. einen Zeitplan für die vorzunehmenden Steueraktionen, an dessen Ende in dem zu kontrollierenden System eine bestimmte Veränderung erreicht sein soll. Da mit solchen Aktionen zumeist gewisse Zielvorstellungen verbunden sind, die sich in die Form von Optimierungsaufgaben kleiden lassen, ist das wichtigste mathematische Hilfsmittel zur Konstruktion solcher Programme die Theorie der optimalen Steuerungen.

Regelung ist eine unverzichtbare Ergänzung einer Steuerung. Allgemein gesprochen versteht man unter Regelung eine Strategie zur Überwindung all derjenigen Umstände, die den Erfolg eines Programms bei der praktischen Durchführung gefährden können: Diskrepanzen zwischen dem realen System und dem mathematischen Modell, äußere Störungen, die bei der Modellbildung nicht berücksichtigt worden sind, unexakte Ausführung des Programms. Das wesentliche Element einer solchen Strategie ist die Rückkoppelung, d. h. die kontinuierliche Überwachung des Systemzustands während des Steuervorgangs und die unmittelbare Korrektur der Steueraktion, falls Abweichungen vom Programm erkennbar werden. Eine Regelung ist dann effizient, wenn sie verhindert, daß Störungen im Programmablauf sich überhaupt „entfalten" können.

Regelung ist auch heute noch zentrales Thema der Kontrolltheorie, die im deutschen Sprachraum daher gelegentlich Regelungstheorie heißt und die ihre eigene Terminologie entwickelt hat. So bezeichnet man das zu regelnde System als die *Strecke*. Ein *Regler* ist ein dynamisches System, welches die Aufgabe des Regelns – die Beobachtung der Strecke und die Umwandlung der Beobachtung in Steuersignale – selbsttätig ausführt. Die Verbindung von Strecke und Regler bildet einen *Regelkreis* oder auch einen *geschlossenen Kreis* (Abb. 1.1, in das Diagramm sind die Zielvorgaben für den Regler unter der Bezeichnung *Referenzgröße* einbezogen). Unter *Reglerentwurf* versteht man die Konstruktion eines Modells für einen Regler.

Bei allen Betrachtungen, die in diesem Buch zum Thema Steuerung und Regelung angestellt werden, gehen wir von der Annahme aus, daß die Zuverlässigkeit des mathematischen Modells der Strecke nicht zur Diskussion steht. Wenn man diese Annahme relativiert, gelangt man zu Aufgabenstellungen, die im Rahmen dieses Buches nicht mehr behandelt werden können und die in den Problemkreis „Anpassung" hineinführen.

Wir stellen zum Schluß eine Auswahl von Lehrbüchern zusammen, in welchen die Grundlagen der System- und Kontrolltheorie unter verschiedenen Aspekten behandelt werden: Anderson und Moore (1979), Athans und Falb (1966), Bryson und Ho (1969), Casti (1977), Csáki (1977), Eykhoff (1974), Jamshidi (1983), Jazwinski (1970), Kalman, Falb und Arbib (1969), Kailath (1980),

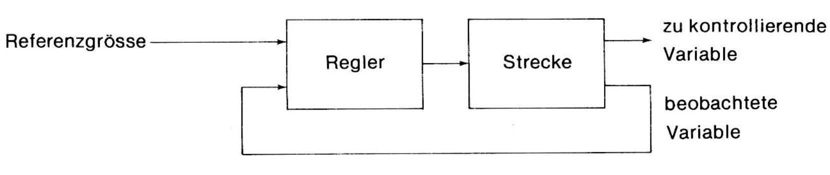


Abb. 1.1 Regelkreis

Kwakernaak und Sivan (1972), Luenberger (1979), Padulo und Arbib (1974), Pichler (1975), Schwarz (1979), Thoma (1973), Wonham (1979), Zadeh und Desoer (1963).

1.2 Anwendungsgebiete der Kontrolltheorie

Keine andere mathematische Disziplin weist ein so großes Spektrum von Anwendungsgebieten auf wie die Kontrolltheorie.

Ein besonderes Verhältnis unterhält die Kontrolltheorie zu den Ingenieurwissenschaften. Nicht ohne Grund ist im Russischen die Bezeichnung technische Kybernetik für Kontrolltheorie gebräuchlich. Die Bewältigung komplexer Steuerungs- und Regelungsaufgaben in der Luft- und Raumfahrt ist der Motor für die historische Entwicklung der Kontrolltheorie gewesen. Als weitere Anwendungsbereiche nennen wir: Steuerung von Prozessen in der industriellen Fertigung, vor allem bei chemischen Anlagen und Kernreaktoren, Stabilisierung von Funktionsabläufen in elektrischen Netzwerken und Verbundsystemen, Steuerung von Robotern und Manipulatoren und vieles andere mehr.

Kommunikations- und Informationswissenschaften profitieren von den Resultaten der Kontrolltheorie, etwa beim Problem der Steuerung von Datenflüssen. Umgekehrt bedarf die Kontrolltheorie der Kooperation mit diesen Wissenschaften, wenn es um die Realisierung von mathematischen Modellen für Regler in konkreten Situationen geht.

Auch für die experimentellen Naturwissenschaften gewinnt die Kontrolltheorie zunehmend an Bedeutung. Die Durchführung von Versuchen, etwa in der Hochenergiephysik, ist ohne Einsatz von Reglern zur Aufrechterhaltung konstanter Bedingungen über einen längeren Zeitraum nicht mehr denkbar. Systemtheoretische Begriffe und Untersuchungsmethoden haben schon seit langem Eingang in die Biologie gefunden und zur Entstehung einer eigenen Disziplin, der Biokybernetik, geführt. Sie befaßt sich mit der Analyse und Beschreibung von Regelungsmechanismen, wie sie im lebenden Organismus in großer Zahl vorkommen (z. B. Stoffwechsel, Koordination von Bewegungen). In jüngster Zeit leistet die Kontrolltheorie auch Hilfestellungen in der Medizin, etwa beim Problem der Reaktivierung verlorengegangener oder mangelhaft ausgebildeter Körperfunktionen (wie etwa Muskelbewegungen bei gelähmten Patienten).

Anwendungsmöglichkeiten der Kontrolltheorie auf Fragestellungen der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften liegen vor allem in den Bereichen Vorhersage und Planung gesamt- und einzelwirtschaftlicher Entwicklungen. Auch dynamische Phänomene im gesellschaftlichen Sektor, wie Verhaltensweisen von Bevölkerungsgruppen, Wanderungsbewegungen, Veränderungen der Nachfrage (etwa beim Wohnbedarf) lassen sich mathematisch modellieren und als Kontrollprobleme formulieren.

1.3 Kontrolltheorie und Kybernetik

Der Gegenstand des Buches heißt im Englischen *control theory*. Die sprachlich etwas unglückliche wörtliche Übersetzung dieses Terminus hat sich in den letzten Jahren im deutschen Sprachraum eingebürgert, wohl aus Mangel an einem adäquaten deutschen Fachausdruck, der die umfassende Bedeutung von „control" wiederzugeben vermag. „Regelung" ist ja nur einer unter mehreren Aspekten der modernen Kontrolltheorie. Man könnte sich fragen, ob nicht durch Einordnung der Kontrolltheorie in die Kybernetik – dem Namen nach ja die Wissenschaft vom „Steuerungswesen" – eine Diskussion über die Terminologie zu vermeiden wäre. Daß dies so einfach nicht geht, liegt vor allem an grundsätzlichen Unklarheiten über die Stellung der Kybernetik innerhalb der modernen naturwissenschaftlichen Begriffswelt. Es ist hier nicht der Ort, auf die verschiedenen Versuche einer Standortbestimmung der Kybernetik einzugehen. Der interessierte Leser sei auf Sachssee (1971) und die dort angegebene Literatur verwiesen. Wir begnügen uns mit den folgenden kurzen Bemerkungen. Was heute alles unter den Begriff „Kybernetik" fällt, ist nur zum Teil eine exakte, d. h. einer Mathematisierung zugängliche Wissenschaft. Dieser „harte Kern" der Kybernetik wird aus der Kontrolltheorie und den Informations- und Kommunikationswissenschaften gebildet.

Vereinfacht dargestellt, gibt es zwischen diesen drei Disziplinen eine Art Arbeitsteilung, die sich etwa so beschreiben läßt. Information wird in der Kontrolltheorie zumeist mit dem Begriff „beobachtete Variable" oder „Ausgang" (s. o.) gleichgesetzt. Das Interesse am Thema Information konzentriert sich dabei vor allem auf die Frage: Wie umfangreich muß der Ausgang sein, und welche Fehler können bei der Messung des Ausgangs noch toleriert werden, damit diese oder jene Aufgabe lösbar wird. Mit anderen Worten: Zu den Aufgaben der Kontrolltheorie gehört es, den Bedarf an Information, den sie zur Lösung ihrer Aufgaben benötigt, hinsichtlich Quantität und Qualität festzulegen. Den Informations- und Kommunikationswissenschaften fällt dann die Aufgabe zu, Mittel und Wege zu finden, um diesen Bedarf zu befriedigen.

1.4 Aufbau des Buches

Wir befassen uns mit den Themen Steuerung und Regelung und gehen dabei von endlich-dimensionalen linearen differentiellen mathematischen Modellen aus. Innerhalb dieses begrenzten Rahmens wird die Entwicklung der Kontrolltheorie in ihrer vollen Breite dargestellt. Thematisch ergibt sich dabei eine Aufgliederung in die folgenden Abschnitte:

I. Elemente der Systemtheorie (Kap. 2),
II. Beschreibung linearer zeitinvarianter Systeme im Zustandsraum (Kap. 3, 4).
III. Steuerungsinvarianz und Störungsentkoppelung (Kap. 5–7),
IV. Optimale Regler und Beobachter (Kap. 8–11).

Wir geben nun einen kurzen Überblick über den Inhalt der einzelnen Abschnitte.

I. Elemente der Systemtheorie. Wir beginnen mit einem Exkurs in die axiomatische Systemtheorie und skizzieren den Übergang (durch schrittweise Verschärfung der Voraussetzungen über die zugrundeliegenden Objekte) zum eigentlichen Gegenstand dieses Buches, den linearen differentiellen Systemen.

II. Zustandsraumbeschreibung. Kapitel 3 bringt zunächst die Erörterung der grundlegenden Systemeigenschaft der Steuerbarkeit. Sie spielt eine Schlüsselrolle in der modernen Kontrolltheorie, wofür es im wesentlichen zwei Gründe gibt. Einer von ihnen beruht auf den verschiedenen Möglichkeiten, den Steuerbarkeitsbegriff dynamisch zu interpretieren. Steuerbarkeit bedeutet nämlich zunächst einmal, daß beliebige Veränderungen des Zustandes mit Hilfe von Steuerprogrammen (open-loop-Steuerungen) durchsetzbar sind. Das ist die Definition der Steuerbarkeit. Zum anderen ist die Dynamik eines steuerbaren Systems durch Zustandsrückführung (d. h. Bindung des Eingangs an den Zustand) in weitreichender Weise manipulierbar. Insbesondere läßt sich Instabilität eines steuerbaren Systems durch Zustandsrückführung beseitigen. Das ist der Satz von der *Polvorgabe*, eines der zentralen Resultate der Kontrolltheorie.

Der zweite Grund für die Herausstellung des Steuerbarkeitsbegriffes liegt in der algebraischen Struktur der einschlägigen Kriterien. Sie knüpft eine Verbindung zwischen dem Begriff der Steuerbarkeit und einer anderen wichtigen Systemeigenschaft, der *Rekonstruierbarkeit*, mit der wir uns im Kap. 4 befassen werden. Rekonstruierbarkeit bedeutet, daß sich die inneren Vorgänge am Ausgang des Systems soweit zu erkennen geben, daß man im Prinzip den Zustand aus dem Ausgang vollständig rekonstruieren kann.

Die Ausnutzung der Dualität zwischen Steuerbarkeit und Rekonstruierbarkeit ist ein wichtiges Arbeitsprinzip der Kontrolltheorie. So führt die Suche nach einem Gegenstück zum Konzept der Zustandsrückführung in naturgemäßer Weise auf den Begriff des dynamischen *Beobachters.* Man geht im Grunde nur einer Frage nach, wie sie sich in ähnlicher Form beim Thema Steuerbarkeit gestellt hat, und die hier so lautet: Wie läßt sich das, was ein äußerer Beobachter im Prinzip perfekt leisten kann – nämlich den Systemzustand durch Messung des Ausgangs zu bestimmen –, auch ohne dessen Zutun wenigstens approximativ erreichen?

Eine weitere indirekte Anwendung des Dualitätsprinzips wird uns im Kap. 11 begegnen. Wir werden dort für ein tiefliegendes Problem aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung (Konstruktion des optimalen Filters) vom dualen Problem her zu einem elementaren, aber keinesfalls naheliegenden Lösungsansatz geführt.

Steuerbare Systeme sind – nach dem Satz von der Polvorgabe – durch Zustandsrückführung stabilisierbar. Dies aber kann auf vielen Wegen geschehen, und es erhebt sich die Frage, inwieweit man Stabilität mit der Erreichung zusätzlicher Systemeigenschaften verbinden kann. Diese Fragen werden wir in diesem Buch in zwei Richtungen weiter verfolgen. Als zusätzliche Entwurfsziele diskutieren wir die Aufgaben „Störungsentkoppelung" bzw. „Minimierung von quadratischen Zielfunktionalen".

III. Steuerungsinvarianz und Störungsentkoppelung. Unter „Störung" versteht man den unerwünschten Anteil am gesamten Eingang des Systems. Die Frage liegt nahe, ob und wie man die Steuerung – also den erwünschten Anteil – dazu benutzen kann, um den Einfluß von Störungen auf den Ausgang zu eliminieren. Das mathematische Handwerkszeug, welches man zur Behandlung dieses Problemes benötigt, stellt die Theorie der steuerungsinvarianten Räume bereit. Sie geht in ihrer heutigen Form vor allem auf das grundlegende Werk von Wonham (1979) zurück; ihre wesentlichen Elemente werden in Kap. 5 und 6 organisch aus den Grundlagen der Kontrolltheorie heraus entwickelt. Dabei wird u. a. ein neuer Algorithmus zur Berechnung steuerungsinvarianter Räume vorgestellt.

IV. Optimale Regler und Beobachter. Methoden der Optimierungstheorie und der Variationsrechnung spielen seit Ende der fünfziger Jahre eine immer größere Rolle bei der Lösung von Entwurfsaufgaben. Optimierung ist daher auch ein wichtiges Thema dieses Buches. Entsprechend dem allgemeinen Rahmen, den wir uns gesetzt haben, beschränken wir uns auf die Behandlung linear-quadratischer Probleme, die – nach den Maßstäben der allgemeinen Optimierungstheorie – relativ einfach sind, da es hier „nur" um die Minimierung eines quadratischen Zielfunktionals unter linearen Nebenbedingungen geht. Die Bedeutung der Theorie des optimalen linearen Reglers und Beobachters liegt in der expliziten Form der Lösung, die eine unmittelbare Umsetzung in konkrete Anweisungen für die Behandlung praktischer Probleme ermöglicht. Das gilt insbesondere für das Problem der optimalen Zustandsschätzung, d. h. der bestmöglichen Rekonstruktion des Systemzustands aus unvollständigen und verfälschten Beobachtungen. Man spricht in diesem Zusammenhang auch vom Problem des Filterns, d. h. der Gewinnung eines Maximums an Information aus einer von zufälligen Störungen überlagerten Signalfolge.

Die generelle Lösung dieser Aufgabe geht auf die grundlegenden Arbeiten Norbert Wieners zurück (vgl. Wiener (1949)). Die spezielle Form, die man der Wienerschen Lösung des Filterproblems im Falle eines linearen differentiellen Kontrollsystems geben kann, ist in den 60er Jahren gefunden und unter dem Namen Kalman-Bucy Filter bekannt geworden. Ihre Bedeutung für die Anwendungen liegt vor allem in dem Umstand begründet, daß sich die Erstellung der besten Zustandsschätzung on-line, d. h. parallel zum Prozeß der Messung des Ausgangs und der Erzeugung des Steuersignals vornehmen läßt.

Für zeitinvariante lineare Systeme, welche die Eigenschaft der Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit besitzen, enthalten die Kap. 9–11 eine umfassende Darstellung der Theorie des optimalen Reglers und Beobachters, die die wesentlichen Aspekte der Anwendungen berücksichtigt und hinsichtlich der mathematischen Fundierung lückenlos ist. Unser wichtigstes Werkzeug, welches tiefliegendere Hilfsmittel aus der Analysis und der Wahrscheinlichkeitsrechnung entbehrlich macht, ist dabei ebenso elementar wie effizient: Es sind Vergleichssätze für (lineare und nichtlineare) Matrix-Differentialgleichungen, die sich in völliger Analogie zu den wohlbekannten Aussagen für skalare Differentialgleichungen entwickeln lassen.