

PHYSICS OF FAST AND INTERMEDIATE REACTORS

Proceedings of a Seminar, Vienna, 3-11 August 1961



INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY • VIENNA 1962

PROCEEDINGS SERIES

PHYSICS OF FAST AND INTERMEDIATE REACTORS

III

PROCEEDINGS OF THE SEMINAR
ON THE PHYSICS OF FAST AND INTERMEDIATE REACTORS
SPONSORED BY
THE INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY
AND HELD IN VIENNA, 3 — 11 AUGUST 1961

INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY
VIENNA 1962

PHYSICS OF FAST AND INTERMEDIATE REACTORS, IAEA, VIENNA, 1962
STI/PUB/49

FOREWORD

It is generally agreed that the ultimate economic advantage of power produced by nuclear fission over that produced by conventional sources depends on the ability of a certain type of reactor to breed precious nuclear fuel out of the plentiful but not readily fissionable isotope of uranium. This fact is mainly responsible for the importance attached to the development of fast power reactors, but many other interesting properties of unmoderated or weakly moderated reactor systems have also been brought to light by reactor physicists.

In August 1961 the Agency organized in Vienna a Seminar on the Physics of Fast and Intermediate Reactors, at which all the topics relating to this important branch of reactor science were discussed. The main feature of this meeting was extensive discussion of the 66 written contributions, which set the stage for a wide exchange of experience and ideas throughout 13 half-day sessions. The Seminar was attended by 132 scientists from 22 Member States and two international organizations.

It is hoped that these Proceedings of the Seminar, which include both the papers presented and a record of the discussions, will be useful as a reference work both to research workers in the field and to newcomers to it for many years to come. The Agency's thanks are due to all the participating scientists for their written or oral contributions and especially to those among them who, as session chairmen, led the discussions and contributed greatly to the success of the meeting.



March 1962

Scientific Secretary
Seminar on the Physics of Fast
and Intermediate Reactors

EDITORIAL NOTE

The papers and discussions incorporated in proceedings published by the International Atomic Energy Agency are checked for scientific accuracy by the Agency's experts in the subjects concerned and edited by the Agency's editorial staff to the extent considered necessary for the reader's assistance. The views expressed and the general style adopted remain, however, the responsibility of the named authors or participants.

The units and symbols employed are to the fullest practicable extent those standardized or recommended by the competent international scientific bodies.

The affiliations of authors are those given at the time of nomination.

The use in these Proceedings of particular designations of countries or territories does not imply any judgement by the Agency as to the legal status of such countries or territories, of their authorities and institutions or of the delimitation of their boundaries.

CONTENTS OF VOLUME III

IV. REACTOR DYNAMICS

IV.1. KINETICS

Courbes d'influence pour le calcul de l'effet des distorsions de la structure sur la réactivité	3
<i>F. Storrer</i>	
The effective lifetime and temperature coefficient in a coupled fast-thermal reactor	19
<i>W. Häfele</i>	
Изучение кинетики физического реактора вероятностным методом	33
<i>А. И. Могильнер</i>	

IV.2. STABILITY

An analysis of the stability of EBR-I, Marks I to III, and conclusions pertinent to the designs of fast reactors	43
<i>R. R. Smith, R. C. Mallock, F. D. McGinnis, M. Novick and F. W. Thalgott</i>	
Etude des régimes transitoires et de la stabilité des piles rapides	93
<i>R. Abdon, J. M. Chaumont, P. P. Clauzon et G. Ghesquière</i>	
Stability analysis of EBR-II	107
<i>H. H. Hummel and L. T. Bryant</i>	

IV.3. DOPPLER EFFECT

The Doppler effect in a large fast oxide reactor — its calculation and significance for reactor safety	121
<i>P. Greebler and B. A. Hutchins</i>	
Effet Doppler du plutonium-239 dans les réacteurs rapides	139
<i>E. A. Fossoul</i>	

IV.4. SAFETY PROBLEMS

A review of the nuclear aspects of fast-reactor safety	155
<i>D. Okrent</i>	
The fast-reactor safety programme in TREAT	171
<i>C. E. Dickerman, D. Okrent and E. Sowa</i>	
Major accident analyses for experimental zero-power fast reactor assemblies	195
<i>G. Fischer, E. W. Barts, S. Kapil and K. Tomabechi</i>	
A theoretical study of destructive nuclear bursts in fast power reactors	209
<i>V. Z. Jankus</i>	

V. PHYSICS OF SPECIFIC REACTORS

Physics of the Dounreay fast reactor	241
<i>D. C. G. Smith</i>	
The physics design of EBR-II	263
<i>W. B. Loewenstein</i>	
Физические характеристики реактора БР-5	315
<i>А. И. Лейпунский, О. Д. Казачковский, А. И. Абрамов, Ю. А. Александров, Н. Н. Аристархов, И. И. Бондаренко, Н. В. Краснояров, В. Н. Морозов, М. Н. Николаев, М. С. Пинхасик, О. А. Сальников, Г. Н. Смиренин, Ю. Я. Ставиский, Ф. И. Украинцев и Л. Н. Усачев</i>	
Advanced epithermal thorium reactor (AETR) physics	335
<i>A. V. Campise</i>	
Etudes physiques de RAPSODIE	355
<i>J. L. Campan, J. M. Chaumont, P. P. Clauzon, G. Ghesquière, A. Kania, S. G. Kaufmann, P. Moinereau, A. P. Schmitt, M. Solanes et C. P. Zaleski</i>	

Импульсный реактор на быстрых нейтронах	399
<i>Г. Е. Блохин, Д. И. Блохинцев, Ю. А. Блюмкина, И. И. Бондаренко, Б. Н. Дерягин, А. С. Займовский, В. П. Зиновьев, О. Д. Казачковский, Н. В. Краснояр, А. И. Лейпунский, В. А. Малых, П. М. Назаров, С. К. Николаев, Ю. Я. Стависский, Ф. И. Украинцев, И. М. Франк, Ф. Л. Шапиро и Ю. С. Язвицкий</i>	

PROCEEDINGS

OPENING SESSION	421
SESSION 1	426
SESSION 2	434
SESSION 3	443
SESSION 4	453
SESSION 5	466
SESSION 6	481
SESSION 7	491
SESSION 8	504
SESSION 9	516
SESSION 10	522
SESSION 11	537
SESSION 12	554
SESSIOff 13	581
PANEL SESSION	591
Chairmen of Sessions	609
List of Participants	610
Author Index	615

IV. REACTOR DYNAMICS

1. KINETICS

COURBES D'INFLUENCE POUR LE CALCUL DE L'EFFET DES DISTORSIONS DE LA STRUCTURE SUR LA RÉACTIVITÉ*

F. STORRER**

BELGONUCLÉAIRE, BRUXELLES,
BELGIQUE

Abstract — Résumé — Аннотация — Resumen

Influence curves for calculation of the structural distortion effect on reactivity. Thermal structural expansion and distortion play a basic role in the feedback loop of fast reactors. They are pronounced because of the high figures of temperature increase, and the larger the portion of neutrons which escape from a given unit volume of the core, the greater is their effect on reactivity.

The calculation of the structural distortion effect on reactivity is especially complicated in the case of transients, because the spatial temperature distribution varies with time and the structure is generally hyperstatic to a very great extent. The calculation is far more simple if influence curves are first calculated showing the reactivity corresponding to distortion caused by unit point perturbation, either of the temperature or the radial temperature gradient. These influence curves are analogous, in respect of overall structural distortions, to the curves giving local temperature coefficients. On the basis of these curves, the reactivity corresponding to an arbitrary temperature distribution may be obtained by means of simple integration. Examples are given showing these curves and the method used for obtaining them.

The determination of temperature distribution has been treated by the author in document APDA-132.

Courbes d'influence pour le calcul de l'effet des distorsions de la structure sur la réactivité. Les dilatations et distorsions thermiques de la structure jouent un rôle primordial dans la boucle de rétroaction des réacteurs à neutrons rapides. En effet, elles sont fortes par suite des valeurs élevées de l'accroissement de température, et leur action sur la réactivité est d'autant plus grande que la fraction des neutrons qui s'échappe d'un volume unitaire du cœur est élevée.

Le calcul de l'effet des distorsions de la structure sur la réactivité est compliqué surtout lors de transitoires, car la distribution spatiale des températures varie avec le temps et la structure est en général hyperstatique à un très haut degré. Ce calcul est fortement simplifié si on calcule au préalable des courbes d'influence indiquant la réactivité correspondant à la distorsion provoquée par une perturbation ponctuelle unitaire, soit de la température soit du gradient radial de température. Ces courbes d'influence sont analogues pour les distorsions d'ensemble de la structure aux courbes donnant les coefficients locaux de température. A partir de ces courbes, la réactivité correspondant à une distribution arbitraire de la température peut être obtenue par simple intégration. Des exemples sont donnés, montrant de telles courbes, ainsi que la méthode employée pour les obtenir.

Le problème de la détermination de la distribution des températures a été traité par l'auteur dans le document APDA—132.

* Travail effectué à l'Atomic Power Development Associates, Detroit, Mich. (Etats-Unis).

** Détaché par Euratom au CEA.

Кривые влияния для расчета действия искажения структуры на реактивность. Тепловые расширения и искажения структуры играют первостепенную роль в контуре обратной связи реакторов на быстрых нейтронах. Действительно, они велики в связи с высокими значениями роста температуры и их действие на реактивность тем сильнее, чем больше доля нейтронов, вылетающих с единицы объема активной зоны.

Расчет действия искажений структуры на реактивность является сложным делом, особенно во время переходных режимов, так как пространственное распределение температур изменяется со временем, а структура, как правило, отличается очень высокой гиперстатичностью. Этот расчет значительно упрощается, если предварительно вычисляются кривые влияния, указывающие реактивность, соответствующую искажению, вызываемому точечным возмущением либо температуры, либо радиального температурного градиента. Кривая влияния искажения всей структуры подобна кривым, дающим местные коэффициенты температуры. Исходя из этих кривых, реактивность, соответствующая произвольному распределению температуры, можно определить при помощи простого интегрирования. Даются примеры таких кривых, а также методы их получения.

Напомним также, что проблема определения распределения температур обсуждалась автором в документе APDA-123.

Curvas de influencia para calcular el efecto de la distorsión de la estructura sobre la reactividad. Las dilataciones y distorsiones térmicas de la estructura ejercen una influencia primordial sobre el circuito de retroacción de los reactores rápidos. En efecto, se trata de fuertes deformaciones debido a los grandes aumentos de temperatura y su influencia sobre la reactividad es tanto mayor cuanto más elevada es la fracción de neutrones que escapa de un volumen unitario del cuerpo del reactor. El cálculo del efecto producido por las distorsiones de la estructura sobre la reactividad es complicado, especialmente durante el funcionamiento en régimen transitorio, pues la distribución espacial de las temperaturas varía en función del tiempo y en general la estructura es considerablemente hiperestática. El cálculo se puede simplificar apreciablemente si se establecen de antemano las curvas de influencia que indican la reactividad correspondiente a la distorsión provocada por una perturbación puntual unitaria, sea de la temperatura, sea del gradiente radial de ésta. Estas curvas de influencia son análogas, para las distorsiones del conjunto de la estructura, a las curvas que dan los coeficientes locales de temperatura. A partir de estas últimas curvas, la reactividad correspondiente a una distribución arbitraria de la temperatura puede determinarse por integración simple. El autor cita ejemplos de estas curvas y del método empleado para obtenerlas.

El problema de la determinación de la distribución de las temperaturas ha sido tratado en el documento APDA-132.

Introduction

Les dilatations et les distorsions des divers constituants et des éléments structuraux d'un réacteur rapide fournissent la plus grande partie de la contre-réaction de réactivité. Ceci provient, d'une part, de la faible valeur des autres sources de contre-réaction, et, d'autre part, de la grande influence des détails de la géométrie sur la réactivité dans un cœur où les fuites de neutrons sont élevées.

Ce dernier point peut être illustré par un exemple simple. On montre facilement [1] que, dans un réacteur nu, la variation de réactivité résultant d'une dilatation uniforme du réacteur est donnée par:

$$\frac{\Delta k}{k} = -4 \frac{\Delta L}{L} \frac{K_{\infty} - 1}{k_{\infty}} \quad (1)$$

où $\Delta L/L$ est la variation relative des dimensions linéaires du réacteur. Dans

un réacteur critique $(k\infty-1)/k\infty$ n'est autre que la fraction des neutrons s'échappant du réacteur. $k\infty$ et par conséquent $(k\infty-1)/k\infty$ sont particulièrement élevés dans un réacteur rapide, même de grandes dimensions. $\Delta L/L = \alpha \Delta T$ est également élevé dans un réacteur rapide, par suite de la grande valeur des accroissements de température ΔT .

Dans ce rapport nous présentons une méthode qui permet de calculer la contre-réaction de réactivité résultant de ces dilatations et distorsions. L'emploi de cette méthode est utile en régime stationnaire, tandis qu'il est impératif dans le cas de transitoires.

Pour les phénomènes usuels entraînant une contre-réaction de réactivité, tels que l'effet Doppler et l'expansion du réfrigérant, la contre-réaction de réactivité $R(t)$, tant en régime stationnaire qu'au cours d'un transitoire, se calcule en général par une ou plusieurs intégrales du type :

$$R(t) = \int^v T(\mathbf{r}', t) E(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (2)$$

où $T(\mathbf{r}', t)$ est la température au point $\mathbf{r}'$ et au temps t , mesurée à partir d'une certaine référence, et où $E(\mathbf{r}')$ est le coefficient local de température. Cette intégrale suppose qu'il existe au moins un certain domaine de valeurs où la réactivité dépend linéairement des températures.

En pratique, on écrit des intégrales séparées pour chaque constituant du réacteur, et même souvent pour chaque phénomène amenant une contre-réaction. Notons que, dans la plupart des cas, le calcul du coefficient de température $E(\mathbf{r}')$ est basé sur des valeurs locales de certaines propriétés du matériau envisagé, telles que le coefficient de danger.

Déjà, dans le calcul de l'effet de la dilatation axiale des éléments combustibles du cœur, le calcul de $E(\mathbf{r}')$ fait appel non seulement à la valeur locale du coefficient de danger mais aussi à sa valeur à l'extrémité de l'élément. Dans le cas des dilatations ou distorsions d'ensemble de la structure et des assemblages d'éléments combustibles, provoquées par des pointes de température ou par des gradients de température, le calcul de la fonction $E(\mathbf{r}')$ est plus compliqué. En effet, une perturbation locale de température au point $\mathbf{r}'$ peut provoquer des distorsions et des déplacements de matériaux dans une région étendue ou même dans tout le réacteur. Le calcul de $E(\mathbf{r}')$ à ce point $\mathbf{r}'$ implique donc dans ce cas les déplacements et les coefficients de danger dans tout le volume affecté par une perturbation de température en $\mathbf{r}'$. On peut voir que $E(\mathbf{r}')$ est la contre-réaction de réactivité pour une température qui est une fonction de Dirac à trois dimensions au point $\mathbf{r}'$. Le calcul est souvent compliqué, car la structure du réacteur est en général hyperstatique à un haut degré.

Nous présenterons tout d'abord la formulation générale liant la contre-réaction de réactivité au champ vectoriel des déplacements et au champ scalaire des températures. Cette formulation générale est appliquée à titre d'exemple à des cas simples et bien connus — tels que l'expansion du réfrigérant et la dilatation axiale des éléments combustibles — et ensuite à des cas plus compliqués, tels que l'arcage des assemblages provoqué par des gradients transversaux de température.

Notons que la formulation générale se simplifie souvent dans des cas particuliers. C'est ainsi que la variable $\mathbf{r}'$ de l'intégrale peut souvent être remplacée par une seule coordonnée, ce qui réduit l'intégrale à trois dimensions à une intégrale à une dimension.

Nous verrons aussi que, dans certains cas, il est préférable de prendre un gradient de température comme variable indépendante, plutôt que la température. Au coefficient de température $E(r')$ vient alors se substituer un coefficient de gradient.

En général, la fonction $E(r')$ portée en graphique en fonction de r' ou d'une de ses coordonnées est une courbe d'influence indiquant la contre-réaction de réactivité pour une perturbation en fonction de Dirac — nous dirons «perturbation unitaire» — de la température ou du gradient de température au point r' .

Il est important de noter que, pour ces distorsions d'ensemble de la structure, la fonction $E(r')$ peut atteindre des valeurs élevées pour des points r' où les coefficients de danger des matériaux sont pratiquement nuls, par exemple à un point de la structure de support aval des assemblages. Ceci est particulièrement important par suite à la fois des hautes températures prévalant dans ces régions et des grands retards affectant ces températures.

1. Formulation générale

Les formules analytiques liant l'effet de réactivité d'une distorsion ou dilatation de la structure aux champs des déplacements et des températures sont présentées ici dans leur forme la plus générale. Elles peuvent évidemment se simplifier dans des cas particuliers.

1.1. CALCUL DES DÉPLACEMENTS $\delta(r, t)$ EN FONCTION DES TEMPÉRATURES $T(r', t)$

Si la structure du réacteur est élastique, c'est-à-dire si elle répond partout à la loi de Hooke, si les supports sont élastiques et s'il n'y a pas de discontinuité dans les contacts entre les éléments eux-mêmes, ou entre ceux-ci et leurs supports, et si le coefficient de dilatation thermique est également constant, on peut appliquer le principe de superposition, pour les petites déformations, même si la structure est fortement hyperstatique:

$$\delta(r, t) = \int^v T(r', t) d(r', r) dr'. \quad (3)$$

Ici le vecteur δ indique à la fois l'amplitude et la direction du déplacement du point r de la structure, et T est la température. On peut vérifier facilement que le noyau vectoriel de l'intégrale $d(r', r)$ donne le déplacement du point r pour une température qui soit une fonction de Dirac en trois dimensions au point r' . Dans certains cas, lorsque la distribution de température dans des éléments de grand allongement peut s'écrire:

$$T(z, y) = T(z) + y G(z)$$

où $T(z)$ est la température moyenne à la position axiale z et $G(z)$ est le gradient de température dans la direction transversale y , il est plus simple de scinder l'intégrale (3) en deux parties:

$$\delta_1(r) = \int T(z') d_1(z', r) dz' \quad (4)$$

et

$$\delta_2(r) = \int G(z') d_2(z', r) dz' \quad (5)$$

où $d_2(z', r)$ est le déplacement en r résultant d'un gradient unitaire en z' .

Dans la suite de cet exposé nous emploierons la notation (3), étant bien entendu que T peut représenter soit une température soit un gradient de température, et que l'intégrale à trois dimensions peut être remplacée par une intégrale à une ou deux dimensions.

L'intégrale est étendue à tout le volume du réacteur, mais il est évident que le noyau $d(r', r)$ s'annule lorsque la température au point r' n'influe pas sur le déplacement au point r .

Il est à noter que l'expression (3) suppose qu'il n'y a aucun retard entre les températures et les déplacements qui en résultent. Elle ne peut donc être employée telle quelle que pour des transitoires suffisamment lents pour que l'inertie de la structure puisse être négligée. C'est le cas de tous les transitoires envisagés lors de la conduite normale du réacteur et lors d'études de stabilité, le retard entre la puissance et la contre-réaction de réactivité provenant presque exclusivement des délais inhérents à l'échange thermique.

1. 2. CALCUL DE LA RÉACTIVITÉ $R(t)$ EN FONCTION DES DÉPLACEMENTS $\delta(r, t)$

Dans l'hypothèse où tous les déplacements sont suffisamment faibles pour qu'on puisse calculer leur effet de réactivité par une méthode de perturbation, on peut, à nouveau, invoquer le principe de superposition dans le calcul de la contre-réaction de réactivité. Si le réacteur ne comportait qu'un seul constituant homogène dont le coefficient de danger par unité de volume serait $\varrho(r)$, la contre-réaction de réactivité résultant de distorsions ou de dilatations pourrait se calculer par une quelconque des deux expressions suivantes :

$$R(t) = \int^v \delta(r, t) \cdot \text{grad } \varrho(r) dr \quad (6. a)$$

ou

$$R(t) = - \int^v \varrho(r) \text{div } \delta(r, t) dr. \quad (6. b)$$

Ces deux expressions sont équivalentes, car leur différence

$$\int^v (\delta \cdot \text{grad } \varrho + \varrho \text{div } \delta) dr = \int^v \text{div}(\varrho \delta) dr = \int^s \varrho \delta \cdot d\sigma \quad (7)$$

Cette dernière expression est nulle si la surface S est prise suffisamment grande pour que le vecteur $\varrho \delta$ s'y annule.

Dans un réacteur hétérogène où les fonctions figurant dans l'intégrale présentent des discontinuités, il faut employer l'une ou l'autre des expressions (6.a) ou (6.b), selon le cas : pour l'expansion du réfrigérant, il faut employer l'expression (6.b), tandis que pour les distorsions il faut employer l'expression (6.a).

1. 3. CALCUL DE LA RÉACTIVITÉ EN FONCTION DES TEMPÉRATURES $T(r', t)$

En substituant l'expression (3) dans l'expression (6.a) ou (6.b) on obtient respectivement :

$$R(t) = \int^v \int^v T(r', t) d(r', r) \cdot \text{grad } \varrho(r) dr dr' \quad (8. a)$$

ou

$$R(t) = - \int^v \int^v T(r', t) \varrho(\bar{r}) \text{div}_r d(r', r) dr dr'. \quad (8. b)$$

La notation div_r indique que la divergence doit être prise par rapport à la variable r .

En posant:

$$E(r') = \int^v d(r', r) \cdot \text{grad } \varrho(r) dr \quad (9. a)$$

ou:

$$E(r') = - \int^v \varrho(r) \text{div}_r d(r', r) dr \quad (9. b)$$

les expressions deviennent:

$$R(t) = \int^v T(r', t) E(r') dr'. \quad (10)$$

Le noyau scalaire $E(r')$ de l'intégrale représente la contre-réaction de réactivité pour une température qui soit une fonction de Dirac en r' .

Rappelons qu'ici aussi on peut dans certains cas préférer prendre comme variable un gradient de température plutôt que la température:

$$R(t) = \int G(z', t) E_G(z') dz'. \quad (11)$$

Les fonctions $E(r')$ et $E_G(z')$ doivent être déterminées au préalable, à partir des valeurs des coefficients de danger et des distorsions résultant de perturbations locales de température.

Les fonctions $T(r', t)$ et $G(z', t)$ peuvent être obtenues par des méthodes analytiques, digitales ou analogiques.

La contre-réaction de réactivité peut dès lors être obtenue par simple intégration ou sommation.

Les fonctions $E(r')$ et $E_G(z')$ ne sont autres que les coefficients locaux de température ou de gradient. Elles peuvent être définies pour tous les phénomènes amenant une contre-réaction de réactivité, mais dans ce rapport nous insistons plus particulièrement sur leur application aux distorsions ou dilatations de la structure ou du combustible.

2. Exemples de calcul

Nous appliquons tout d'abord la formulation générale à deux exemples triviaux et ensuite nous traitons divers cas de distorsion par arcage des assemblages d'éléments combustibles.

2.1. EXPANSION DU RÉFRIGÉRANT

Dans ce cas:

$$\text{div}_r d(r', r) = 3\alpha \delta(r - r') \quad (12)$$

où 3α est le coefficient volumétrique d'expansion thermique, et par (9.b):

$$\begin{aligned} E(r') &= -3\alpha \int^v \varrho(r) \delta(r - r') dr \\ &= -3\alpha \varrho(r') \end{aligned} \quad (13)$$

où ϱ est le coefficient de danger du réfrigérant par unité de volume.

$$R(t) = -3\alpha \int^v T(r', t) \varrho(r') dr' \quad (14)$$

les intégrales s'étendant évidemment au volume du réfrigérant uniquement.

On peut remplacer cette intégrale par une intégrale s'étendant à tout le volume du cœur:

$$R(t) = -3\alpha V_R \int^V T(r', t) \varrho(r') dr' \quad (14')$$

où V_R est la fraction volumétrique du réfrigérant dans le cœur. Il est évident que la fonction $T(r', t)$ doit être rendue artificiellement continue.

Dans ce cas très simple où un accroissement de température n'a qu'un effet purement local, la fonction $E(r')$ n'est donc autre que le coefficient de danger.

2. 2. DILATATION AXIALE DES ÉLÉMENTS COMBUSTIBLES DU CŒUR

Prenons, par exemple, le cas où les éléments combustibles du cœur sont attachés à leur base $z=0$, et où ils sont libres de coulisser axialement par rapport à la structure de l'assemblage. Leur déplacement axial ne sera fonction que de la température moyenne à chaque section transversale z' , température que nous appellerons $T_i(z')$ pour l'élément i .

Pour cet élément, le déplacement $d_i(z', z)$ à la section z pour une variation unitaire de la température moyenne en z' est donné par:

$$\begin{aligned} d_i(z', z) &= \alpha 1_z && \text{pour } z > z' \\ &= 0 && \text{pour } z < z' \end{aligned} \quad (15)$$

où 1_z est le vecteur unitaire dans la direction z .

Pour cet élément on aura donc, si la variation radiale du coefficient de danger à l'intérieur de chaque élément peut être négligée:

$$\begin{aligned} E_i(z') &= A \int_0^H d_i(z', z) \cdot \text{grad } \varrho_i(z) dz \\ &= A \alpha \int_{z'}^H \frac{d\varrho_i(z)}{dz} dz = A \alpha [\varrho_i(H) - \varrho_i(z')] \end{aligned} \quad (16)$$

où A est l'aire de l'élément combustible.

On obtient ensuite:

$$R_i(t) = A \alpha \int_0^H T_i(z', t) [\varrho_i(H) - \varrho_i(z')] dz'. \quad (17)$$

La contre-réaction de réactivité provenant de la dilatation axiale de tous les éléments du cœur peut s'obtenir en prenant la somme des $R_i(t)$ pour tous les éléments i . Cette somme peut être remplacée approximativement par l'intégrale:

$$R(t) = 2\pi \alpha V_c \int_0^H \int_0^R r' T(r', z', t) [\varrho(r', H) - \varrho(r', z')] dz' dr' \quad (18)$$

où V_c est la fraction volumétrique du combustible dans le cœur. Notons que, par suite de l'emploi du facteur V_c , l'intégrale s'étend à tout le volume du cœur. $T(r', z', t)$ est une fonction rendue artificiellement continue dont la valeur au centre de chaque élément combustible représente la température moyenne de cet élément à la cote z' .

2. 3. ARCAGE DES ASSEMBLAGES — CAS ISOSTATIQUE

Prenons le cas où les assemblages sont encastrés à leur base et où le gradient radial de température dans les assemblagesarque ceux-ci vers l'extérieur, entraînant avec eux le combustible. Nous supposons que les assemblages n'entrent jamais en contact entre eux. Le comportement de chaque assemblage est donc indépendant.

Nous prenons le gradient radial comme variable indépendante, soit $G_i(z', t)$ pour l'assemblage i .

$d_i(z', z)$ est le déplacement de l'assemblage au niveau z , causé par un gradient en fonction de Dirac à une dimension au niveau z' :

$$G_i(z) = \delta(z - z'). \quad (19)$$

On trouve facilement qu'un tel gradient produit une cassure d'angle α au niveau z' , tandis que pour $z \neq z'$ l'assemblage reste rectiligne. α est le coefficient de dilatation thermique.

Dès lors:

$$\begin{aligned} d_i(z', z) &= \alpha(z - z') \mathbf{1}_r, & \text{pour } z > z' \\ &= 0 & \text{pour } z < z' \end{aligned} \quad (20)$$

où $\mathbf{1}_r$ est le vecteur unitaire dans le sens radial. On obtient alors:

$$\begin{aligned} E_i(z') &= A \int_0^H d_i(z', z) \cdot \text{grad } \varrho_i(r, z) dz \\ &= \alpha A \int_{z'}^H (z - z') \frac{\delta \varrho_i(r, z)}{\delta r} dz \end{aligned} \quad (21)$$

où A et ϱ sont l'aire et le coefficient de danger du combustible dans l'assemblage. Les variations de réactivité provenant du déplacement des matériaux structuraux et du réfrigérant sont beaucoup plus faibles, et on peut éventuellement en tenir compte en ajustant la fonction $A \varrho$.

On a donc pour l'assemblage i :

$$R_i(t) = \alpha A \int_0^H dz' G_i(z', t) \int_{z'}^H (z - z') \frac{\delta \varrho_i(r, z)}{\delta r} dz. \quad (22)$$

Pour l'ensemble des assemblages on peut à nouveau remplacer la sommation par une intégrale, et on obtient:

$$R(t) = 2\pi \alpha V_c \int_0^R \int_0^H dz' dr' r' G(r', z', t) \int_{z'}^H (z - z') \frac{\delta \varrho(r', z)}{\delta r'} dz \quad (23)$$

où V_c est la fraction volumétrique du combustible dans le cœur.

2. 4. ARCAGE DES ASSEMBLAGES — CAS HYPERSTATIQUE SIMPLE

Nous considérons ici le cas où chaque assemblage est hyperstatique, mais où les assemblages n'ont aucun contact entre eux. Ce serait le cas, par exemple, si les assemblages étaient encastrés à leur base et reliés en plus à une plaque de tête par une attache rigide ou élastique. Le principe de superposition est toujours applicable, et les formules sont similaires à celles du paragraphe pré-