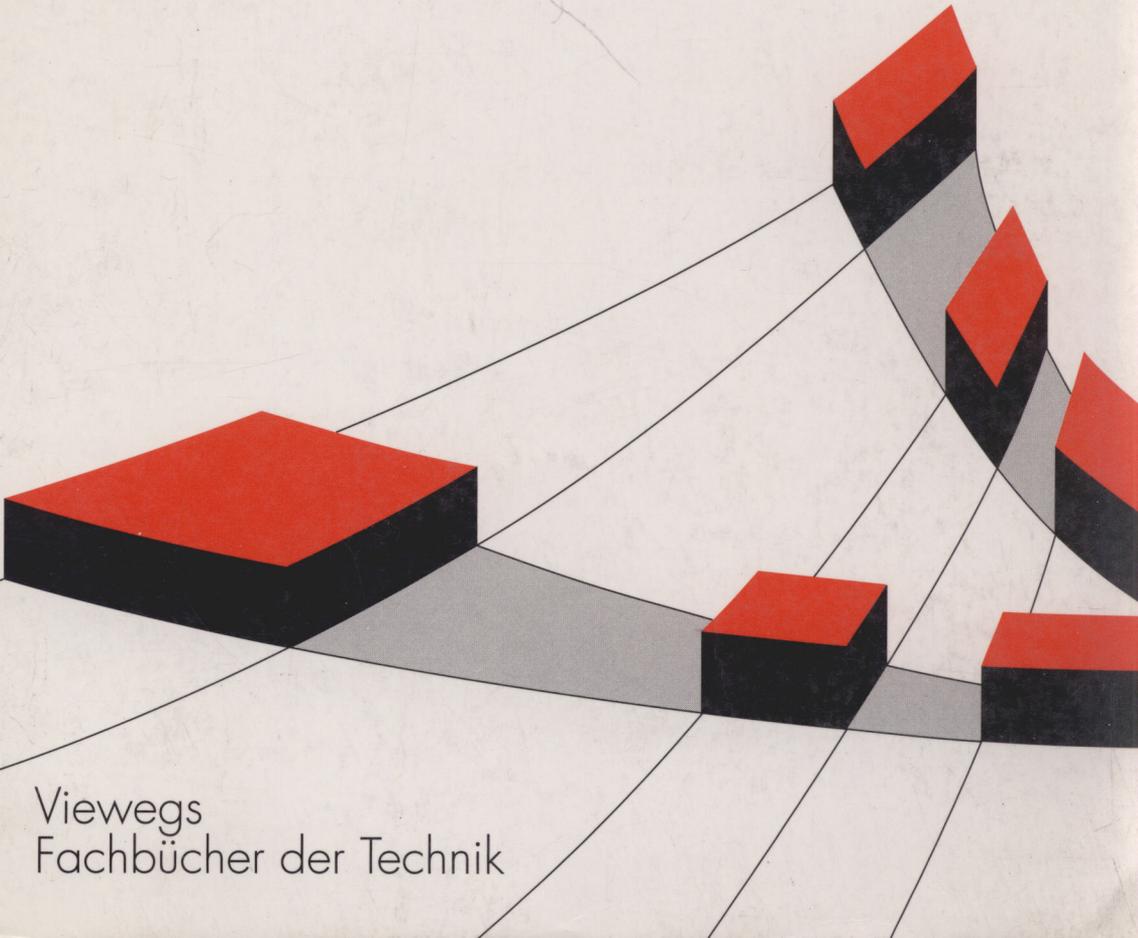




Klaus Langeheinecke (Hrsg.)
Peter Jany
Eugen Sapper

Thermodynamik für Ingenieure



Viewegs
Fachbücher der Technik

W 10
Klaus Langeheinecke (Hrsg.)
Peter Jany
Eugen Sapper

Thermodynamik für Ingenieure

Mit 291 Abbildungen und 51 Tabellen

江苏工业学院图书馆
藏书章



vieweg

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Langeheinecke, Klaus:

Thermodynamik für Ingenieure: mit 59 Tabellen /
Klaus Langeheinecke (Hrsg.); Peter Jany; Eugen Sapper. –
Braunschweig; Wiesbaden: Vieweg, 1993
(Viewegs Fachbücher der Technik)
ISBN 3-528-04785-2

NE: Jany, Peter;; Sapper, Eugen:

Der Herausgeber:

Prof. Dr.-Ing. Klaus Langeheinecke, Fachhochschule Ravensburg-Weingarten, Weingarten/Württ.

Die Autoren:

Prof. Dr.-Ing. Klaus Langeheinecke, Fachhochschule Ravensburg-Weingarten, Weingarten/Württ.
Prof. Dr.-Ing. Peter Jany, Fachhochschule Ravensburg-Weingarten, Weingarten/Württ.
Prof. Dr.-Ing. Eugen Sapper †, Fachhochschule Konstanz, Konstanz

Alle Rechte vorbehalten

© Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden, 1993

Der Verlag Vieweg ist ein Unternehmen der Verlagsgruppe Bertelsmann International.



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Umschlaggestaltung: Klaus Birk, Wiesbaden

Satz: Vieweg, Braunschweig

Druck und buchbinderische Verarbeitung: Lengericher Handelsdruckerei, Lengerich

Gedruckt auf säurefreiem Papier

Printed in Germany

ISBN 3-528-04785-2

Klaus Langeheinecke (Hrsg.)
Peter Jany
Eugen Sapper

**Thermodynamik
für Ingenieure**

**Thermodynamik
für Ingenieure**

Herausgegeben von
Klaus Langeheinecke (Hrsg.),
Peter Jany und Eugen Sapper

Technische Mechanik für Ingenieure
von J. Berger

Technische Strömungslehre
von L. Böswirth

Das Techniker Handbuch
von A. Böge



Vieweg

Aus dem Programm **Grundlagen für Ingenieure**

Physik für Fachhochschulen

von J. Eichler

Mathematik für Ingenieure, Band 1 und 2

von L. Papula

Mathematische Formelsammlung

von L. Papula

Übungen zur Mathematik für Ingenieure

von L. Papula

Werkstoffkunde für Ingenieure

von R. Laska und C. Felsch

Thermodynamik für Ingenieure

von K. Langeheinecke (Hrsg.),

P. Jany und E. Sapper

Technische Mechanik für Ingenieure 1: Statik

von J. Berger

Technische Strömungslehre

von L. Böswirth

Das Techniker Handbuch

von A. Böge

Vieweg

Vorwort

Die Technische Thermodynamik gehört zu den Grundlagen einer Reihe von Ingenieurwissenschaften. Die Lehre dieses Fachgebietes ist noch immer weitgehend durch die Felder „Geschlossenes System“, „Ideales Gas“ und „Reversible Prozesse“ geprägt. Technische Prozesse laufen jedoch im allgemeinen in offenen Systemen ab, über deren Grenzen Stoff- und Energieströme übertragen werden und in denen häufig Phasenwechsel und nicht vernachlässigbare Dissipationsphänomene auftreten. Daher ist das offene System so früh wie möglich vorzustellen, ist mit Stromgrößen und mit Bilanzansätzen zu arbeiten. Die verschiedenen Energie- und Leistungsarten müssen begrifflich klar unterschieden werden. Dabei ist auf die Wärme, ihre unterschiedlichen Transportmechanismen und ihre Freisetzung durch Verbrennung besonders einzugehen. Die oft unzureichenden Vorkenntnisse in der Physik verlangen eine Darstellung der Phasenwechsel und damit des gesamten Zustandsfeldes bereits am Anfang der Lehrveranstaltung. Die dazu notwendigen Gedankenexperimente können auf Alltagsbeobachtungen aufbauen. Dabei wird in den Umgang mit Zustandsdiagrammen und Dampftafeln eingeführt und dem Modell „Ideale Gase“ der richtige Platz angewiesen.

Für Studenten und Studentinnen des Maschinenbaues, der Energietechnik, der Verfahrenstechnik, der Versorgungstechnik und verwandter Fachrichtungen an Fachhochschulen, Technischen Hochschulen und Universitäten, ferner an Höheren Technischen Lehranstalten, Technikerschulen und Berufsakademien ist dieses Buch geschrieben, zum Gebrauch in und neben der Lehrveranstaltung. Auch bereits Berufstätigen ist es bei der Weiterbildung und beim Wiedereinstieg von Nutzen.

Ausführliche Texte, zahlreiche bildliche Darstellungen, durchgerechnete Beispiele, viele Fragen und Übungsaufgaben zur aktiven Beschäftigung verdeutlichen die Aussagen, Denkweisen, Arbeitsmethoden und Werkzeuge der Thermodynamik und empfehlen besonders das Buch zum Selbststudium. Erheblicher Wert wurde auf die Vermittlung der Fachsprache, der Terminologie, gelegt, da diese sich oft als Hindernis auf dem Weg zum Verstehen der Thermodynamik erweist. Der Umfang orientiert sich an dem, was an Grundlagen für die Teilnahme an weiterführenden Lehrveranstaltungen erforderlich ist.

Das Buch geht im Kern zurück auf das in langer Lehrtätigkeit entwickelte Vorlesungsmanuskript des Herausgebers, das im Rahmen des CAT-Projektes seine erste gedruckte Form fand. Die Professoren W. Schnabel, Dr. G. Kürz und Dr. G. Kürz sowie Ing. (grad.) P. Stotz haben damals teils schreibend, teils erprobend und beratend mitgewirkt. Für das Buchmanuskript konnten zusätzlich Prof. Dr. Eugen Sapper (Konstanz), der jedoch noch während der Bearbeitung verstarb, und Prof. Dr. Peter Jany (Weingarten/Württ.) sowie Dipl.-Ing. Heinz Millner (Dornbirn/Vorarlberg) gewonnen werden. Die sorgfältige Ausführung der Zeichnungen übernahm Dipl.-Ing. (FH) Wolf-Dieter Schnell (Langenargen/Bodensee).

Herausgeber, Mitautoren und Verlag danken allen Beteiligten, die zum Gelingen des Lehrbuches beigetragen haben. Ein besonderer Dank der Autoren gilt ihren Familien, die wegen des Buches so oft auf sie verzichten mußten.

Weingarten/Württ. und Wiesbaden

Herausgeber und Verlag

Register der Beispiele

Beispiel	Seite	Stichwort	Beispiel	Seite	Stichwort
1.1	5	Größengleichung	7.1	136	Luftverdichtung
1.2	6	Berechnungsmuster	7.2	138	Isobare Zustandsänderung
2.1	13	Systemabgrenzung	7.3	140	Isochore Zustandsänderung
2.2	17	Volumen	7.4	142	Isotherme Zustandsänderung
2.3	19	Massenstrom	7.5	146	Druckluftanlage
2.4	23	Druck	7.6	151	Versuchsauswertung
2.5	24	Temperatur	8.1	159	Gasgemisch
2.6	28	Quasistatische Zustandsänderung	8.2	161	Gasgemisch
2.7	29	Nichtstatische Zustandsänderung	8.3	166	Diagramm für feuchte Luft
3.3	33	Thermische Dehnung	8.4	173	Luftmischung
3.2	42	Dampftafel	8.5	174	Lufterwärmung
3.3	42	Naßdampf	8.6	176	Luftkühlung
3.4	43	Verdampfung	8.7	178	Randmaßstab
3.5	50	Gasgleichung	8.8	178	Klimaanlage
3.6	51	Gasmasse	8.9	182	Druckluft
3.7	51	Druckänderung	9.1	194	Industriedampfanlage
3.8	56	Stoffgemisch	9.2	199	Gewerbekälteanlage
4.1	73	Wärmeaustauscher	9.3	202	Wirkungsgrade von Verbrennungsmotoren
4.2	79	Dampfkraftwerk	9.4	205	Wirkungsgrad einer Gasturbinenanlage
4.3	79	Dampferzeugung	9.5	213	Wirkungsgrad von Verbundkraftwerken
4.4	81	Rohrströmung	10.1	227	Aluminiumkugel
5.1	91	Fanno-Linien	10.2	229	Halbunendlicher Körper
5.2	94	Dampfkraftmaschine	10.3	245	Wärmeübergang am Rohr
5.3	105	Thermoelement	10.4	252	Wärmestrahlung
5.4	111	Exergetischer Wirkungsgrad	10.5	259	Wärmedurchgang
5.5	111	Exergieverlust	11.1	269	Kohleverbrennung
5.6	111	Exergieverlust	11.2	273	Erdgasverbrennung
6.1	119	Gasvolumen	11.3	278	Verbrennungstemperatur
6.2	119	Gasdichte			
6.3	131	Wärmekapazität			

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Aufgabe und Geschichte	1
1.2	Zur Lehrveranstaltung	3
1.3	Physikalische Größen und Größengleichungen	3
1.4	Fragen und Übungen	7
2	Die Systeme und ihre Beschreibung	8
2.1	Systeme und Energien	8
2.2	Gleichgewicht und Beharrungszustand	13
2.3	Stoff und Menge	16
2.4	Zustand, Zustandsgrößen und Zustandsdiagramme	19
2.5	Druck, Temperatur, Energie	21
2.6	Zustandsänderungen, Prozesse	25
2.7	Fragen und Übungen	29
3	Stoffeigenschaften	32
3.1	Thermische Dehnung	32
3.2	Verdampfen und Verflüssigen	33
3.3	Kritischer Punkt	37
3.4	Naßdampf	38
3.5	Erstarren, Sublimieren, Tripelzustände	44
3.6	Dämpfe und Gase	50
3.7	Stoffgemische	55
3.8	Fragen und Übungen	57
4	Energien	59
4.1	Energiegrößen und Erster Hauptsatz	59
4.2	Arbeit und Arbeitsleistung	64
4.3	Wärme, Wärmestrom und Innere Energie	69
4.4	Enthalpie und Enthalpiestrom	70
4.5	Energiebilanz von Kreisprozessen	74
4.6	Strömungsprozesse	80
4.7	Fragen und Übungen	82
5	Der Zweite Hauptsatz	84
5.1	Aussagen über Prozesse	84
5.2	Entropie und Entropiestrom	88
5.3	Zustandsdiagramme	92
5.4	Energieumwandlung	99
5.5	Exergie und Anergie	106
5.6	Fragen und Übungen	112
6	Zustandsgleichungen Idealer Gase	117
6.1	Gasgleichung, Gaskonstanten, Normmolvolumen	117
6.2	Kalorische Zustandsgleichungen	120
6.3	Entropie und Entropiediagramme	124
6.4	Wärmekapazitäten und Isentropenexponent	128
6.5	Fragen und Übungen	132

7	Zustandsänderungen Idealer Gase	135
7.1	Allgemeine und spezielle Zustandsänderungen	135
7.2	Isobare Zustandsänderung	136
7.3	Isochore Zustandsänderung	139
7.4	Isotherme Zustandsänderung	140
7.5	Isentrope Zustandsänderung	143
7.6	Polytrope Zustandsänderungen	148
7.7	Fragen und Übungen	152
8	Gas- und Gas-Dampf-Gemische	156
8.1	Anteile und Teilgrößen von Gasgemischen, DALTONSches Gesetz	156
8.2	Gasgleichung, Gaskonstanten und Molmassen von Gasgemischen	158
8.3	Kalorische Zustandsgrößen von Gasgemischen	160
8.4	Gas-Dampf-Gemische, Feuchte Luft	162
8.5	Zustandsgrößen und Zustandsdiagramme feuchter Luft	164
8.6	Luftbehandlungsanlagen	170
8.7	Mischen, Erwärmen und Kühlen feuchter Luft	171
8.8	Einsprühen von Wasser in feuchte Luft	176
8.9	Verdunstung und Taubildung	179
8.10	Druckluft	182
8.11	Übungen	183
9	Thermische Maschinen	186
9.1	Vergleichsprozesse	186
9.2	Dampfkraftmaschinen	187
9.3	Dampfkältemaschinen	196
9.4	Verbrennungsmotoren	200
9.5	Gasturbinen	203
9.6	Gaskältemaschinen	208
9.7	Verbundkraftwerke	211
9.8	Fragen und Übungen	213
10	Wärmeübertragung	219
10.1	Wärmeleitung	219
10.2	Stationäre Wärmeleitung	222
10.3	Instationäre Wärmeleitung	225
10.4	Numerische Lösungsmethoden	229
10.5	Konvektiver Wärmeübergang	233
10.6	Wärmeübergang bei erzwungener Konvektion	237
10.7	Wärmeübergang bei freier Konvektion	239
10.8	Wärmeübergang bei Phasenänderung	242
10.9	Wärmestrahlung	245
10.10	Wärmestrahlung zwischen festen Oberflächen	250
10.11	Wärmedurchgang	252
10.12	Wärmeaustausch im Gleichstrom und Gegenstrom	254
10.13	Wärmedämmung	256
10.14	Fragen und Übungen	260

11 Verbrennung	263
11.1 Der Verbrennungsprozeß	263
11.2 Brennstoffe, Brennluft und Grundreaktionen	264
11.3 Sauerstoffbedarf, Luftbedarf, Verbrennungsgasanfall	266
11.4 Brennwert und Heizwert	274
11.5 Übungen	279
Memory (gelb)	281
1 Einführung	281
2 Die Systeme und ihre Beschreibung	282
3 Stoffeigenschaften	285
4 Energien	287
5 Der Zweite Hauptsatz	292
6 Zustandsgleichungen Idealer Gase	296
7 Zustandsänderungen Idealer Gase	298
8 Gas- und Gas-Dampf-Gemische	298
9 Thermische Maschinen	303
10 Wärmeübertragung	309
11 Verbrennung	314
Tabellen (gelb mit Griffstreifen)	321
T-1 Einheiten und Einheitenumrechnung	321
T-2 Angelsächsische Einheiten	322
T-3 Stoffwerte Idealer Gase	323
T-4 Mittlere molare Wärmekapazitäten	324
T-5 Sättigungsdampf tabel für Wasser (Temperatur tabel)	325
T-6 Sättigungsdampf tabel für Wasser (Druck tabel)	327
T-7 Sättigungsdampf tabel für Ammoniak	329
T-8 Sättigungsdampf tabel für R134a	330
T-9 Stoffwerte gesättigter feuchter Luft	331
T-10 Thermophysikalische Stoffgrößen	332
T-11 Zahlenwerte der GAUSSschen Fehlerfunktion	334
T-12 Emissionsgrade technischer Oberflächen	335
T-13 Feste Brennstoffe	335
T-14 Flüssige Brennstoffe I	335
T-15 Flüssige Brennstoffe II	336
T-16 Gasförmige Brennstoffe I	336
T-17 Gasförmige Brennstoffe II	336
Ergebnisse	337
Literatur	343
Sachwortverzeichnis	345

1 Einführung

1.1 Aufgabe und Geschichte

Wozu Technische Thermodynamik?

Was ist Technische Thermodynamik?

Woher kommt Technische Thermodynamik?

Die Technische Thermodynamik ist die ingenieurwissenschaftliche Basis für eine ganze Reihe technischer Aufgaben:

- Energieumwandlung in Wärmekraftwerken mit Dampf- und Gasturbinen
- Energieumwandlung in Verbrennungsmotoren und Gasverdichtern
- Kühlung, Klimatisierung, Heizung
- Wärmeübertragung und Wärmedämmung
- Thermische Herstellungsverfahren

Bei diesen Aufgaben geht es entweder darum, Energie in nutzbare Formen umzuwandeln oder mit Hilfe von Energie bestimmte Wirkungen zu erzielen.

So wird in Wärmekraftanlagen die in fossilen oder nuklearen Brennstoffen gespeicherte Energie als Wärme an ein Arbeitsmittel übertragen, um einen möglichst großen Teil davon in Form mechanischer Arbeit oder elektrischer Energie nutzbar zu machen (Bild 1-1 und 1-2).

Die Technische Thermodynamik, früher als *Technische Wärmelehre* bezeichnet, ist heute als allgemeine Energielehre eine der Grundlagen der Technik.

Ingenieure und Physiker haben in gleicher Weise an der Entwicklung des Wissensgebietes Thermodynamik mitgewirkt. Für den Ingenieur ist es zweckmäßig, die Thermodynamik phänomenologisch zu betreiben und sie auf wenigen, durch makroskopische Beobachtungen gewonnenen Erfahrungssätzen aufzubauen. Physiker betrachten die Welt mikroskopisch (atomistisch). Mit Modellen wie dem Idealen Gas gaben sie eine Deutung der phänomenologisch gefundenen Gesetzmäßigkeiten.

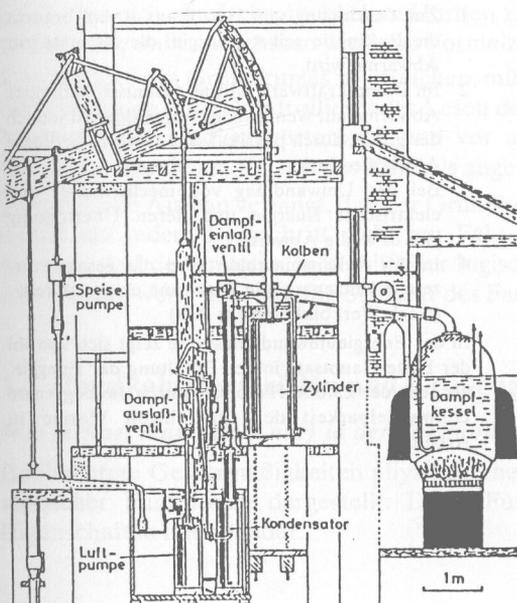


Bild 1-1

Dampfmaschine zum Antrieb einer Wasserpumpe nach WATT, 1788

Diese Maschine enthält bereits die Hauptbauteile moderner Kolbendampfmaschinen, den Dampfkessel, die Kolbenmaschine, den Kondensator und die Speisepumpe. Die Bewegung der Kolbenstange wird über den „Balancier“ auf das Gestänge der hier nicht abgebildeten Pumpe übertragen. [11]

Hauptsätze – Diese Erfahrungssätze werden als *Hauptsätze* bezeichnet. Historische Gründe haben zu einer eigentümlichen Numerierung geführt.

Erster Hauptsatz – Satz von der Erhaltung der Energie

Zweiter Hauptsatz – Satz von der begrenzten Umwandelbarkeit von Energieformen

Dritter Hauptsatz – Satz von der Nichterreichbarkeit des absoluten Nullpunktes

Nullter Hauptsatz – Satz über das thermische Gleichgewicht.

Es fing an mit der Untersuchung der Eigenschaften von Luft und Wasser im 17. Jahrhundert. ROBERT BOYLE (1627–1691) und EDME MARIOTTE (1620–1684) fanden die Gasgesetze. Die Erkenntnisse über den Wasserdampf führten zum Bau der ersten Dampfmaschinen – D. PAPI (1647–1712) um 1690, TH. NEWCOMEN (1663–1729) um 1711 und dann mit wesentlichen Verbesserungen JAMES WATT (1736–1819) um 1788 (Bild 1-1).

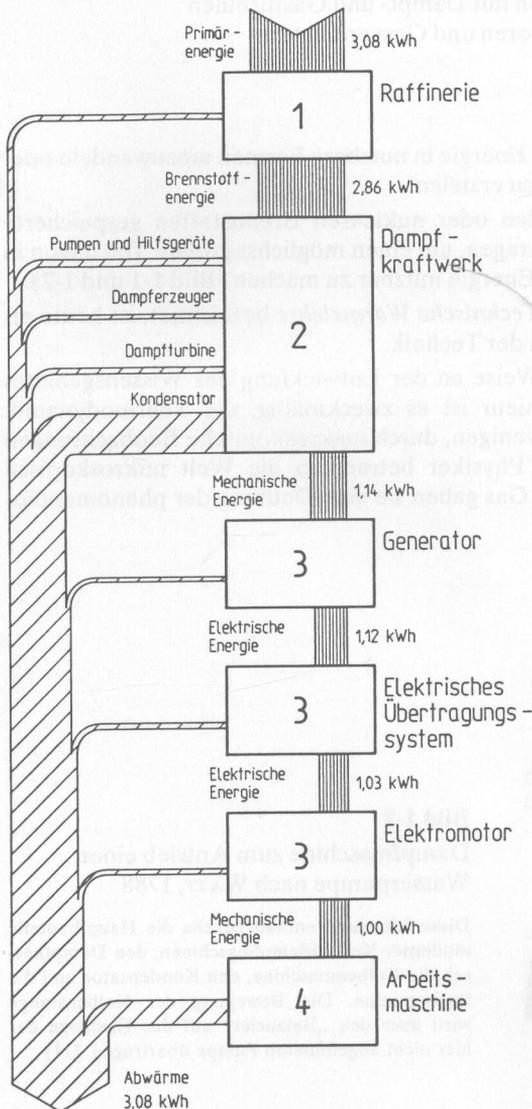


Bild 1-2

Energieumwandlungskette

Um eine Nutzenergie von 1 kWh zu bekommen, wird eine etwa dreimal so große Primärenergie gebraucht, die dann schließlich vollständig als Abwärme in die Umgebung fließt.

- 1 Zur Gewinnung von Heizöl aus Rohöl braucht die Raffinerie selbst Energie, die als erste zur Abwärme wird.
- 2 Im Dampfkraftwerk fällt an technisch bedingter Abwärme nur wenig an; unvermeidbar ist jedoch der große, durch physikalische Gesetze bedingte Abwärmestrom.
- 3 Bei der Umwandlung von mechanischer und elektrischer Energie und deren Übertragung gibt es wenig Abwärme.
- 4 In der Arbeitsmaschine wird die gesamte erzeugte Nutzenergie in Abwärme umgewandelt. (Nach Werkbild Siemens AG)

In der Energieumwandlungskette zeigt sich sowohl der Erste Hauptsatz in der Erhaltung der Energie, als auch der Zweite Hauptsatz durch die begrenzte Umwandelbarkeit der zugeführten Wärme in Arbeit.

Die Thermodynamik als Wissenschaft hat der französische Ingenieuroffizier NICOLAS LEONARD SADI CARNOT (1796–1832) mit seiner einzigen, 1824 erschienenen Schrift begründet, in der er den Zweiten Hauptsatz ausspricht. Den Satz von der Erhaltung der Energie fand J. R. MAYER (1814–1878); J. P. JOULE (1818–1889) lieferte die experimentelle Bestätigung. R. CLAUSIUS (1822–1888) und W. THOMSON, später Lord KELVIN, (1824–1907) formulierten den Zweiten Hauptsatz. Der Dritte Hauptsatz stammt von W. NERNST (1864–1941) und wurde von MAX PLANCK (1858–1947) erweitert. C. CARATHEODORY (1873–1950) führte den Begriff der adiabaten Wand ein und begründete die Thermodynamik axiomatisch.

1.2 Zur Lehrveranstaltung

Wie können Sie sich die Technische Thermodynamik erobern?

Der Grundkurs der Technischen Thermodynamik soll die Kenntnisse und Methoden vermitteln, mit denen einfache Prozesse der Energieumwandlung und der Energieübertragung vorstellungsmäßig und rechnerisch erfaßt und vorausbestimmt werden können. Außerdem soll die Basis für das Verständnis weiterführender Lehrveranstaltungen erworben werden.

Die Hauptsätze der Thermodynamik scheinen zunächst selbstverständliche Aussagen zu enthalten. Die Anwendung bei technischen Problemen hat jedoch zu einer Methodik geführt, die sich dem Anfänger nicht ohne eigenes Bemühen erschließt.

Der mathematische Aufwand ist gering, jedoch bedarf es einer nur durch Übung zu gewinnenden Gewöhnung an zahlreiche neue Begriffe, Formelzeichen und Diagramme, an die Verknüpfung theoretischer Betrachtung mit praktischen Überlegungen.

In der Thermodynamik hat sich wie in jedem anderen Wissensgebiet eine Fachsprache entwickelt. Zur Alltagssprache, die die Basis bildet, sind die Fachausdrücke und die fachüblichen Redewendungen hinzugekommen. Mit dieser Fachsprache können sich Fachleute schnell und präzise verständigen. Der Anfänger muß jedoch diese Sprache erst lernen – im Umgang mit den Gegenständen des Fachgebietes. Um hierbei eine Hilfe zu geben, wurde zum Grundkurs ein Fachwörterbuch *Technische Thermodynamik Stichwörter* zusammengestellt, auf das hier verwiesen sei.

Sie helfen sich, die fachsprachlichen Hürden zu überwinden, wenn Sie die neuen Fachwörter genau so bewußt aufnehmen wie neue Formelzeichen.

Um das Ziel des Grundkurses zu erreichen, müssen die sprachlichen und optischen Eindrücke der Vorlesung durch kontrollierendes Lesen der jeweiligen Abschnitte des Lehrbuches, durch Nachschlagen im Fachwörterbuch und vor allem durch die Bearbeitung der Fragen und Übungen, wie sie am Ende jedes Kapitels angeboten werden, vertieft und verankert werden.

Der logische Aufbau verlangt, daß der Grundkurs möglichst ohne Lücken aufgenommen wird, zumal mit jedem Lernschritt nicht nur Fakten, sondern auch Arbeitsmethoden vermittelt werden. Auf der anderen Seite hilft der logische Aufbau beim Erreichen der Lernziele, vor allem dann, wenn man sich die Struktur des Fachgebietes Thermodynamik erarbeitet hat.

1.3 Physikalische Größen und Größengleichungen

Wie rechnet man (nicht nur) in der Thermodynamik?

Beobachtete Gesetzmäßigkeiten physikalischer Vorgänge werden möglichst in Form mathematischer Funktionen dargestellt. Diese Funktionen verknüpfen meßbare physikalische Eigenschaften miteinander.

Größen – Eine meßbare physikalische Eigenschaft wird als *physikalische Größe* oder kurz als *Größe* bezeichnet. Beispielsweise ist die Länge einer Strecke eine physikalische Größe.

Der Wert einer Größe wird an einer durch Gesetz oder Konvention festgelegten Einheit gemessen und als Vielfaches dieser Einheit angegeben. Das bedeutet im Beispiel, daß eine Länge gleich drei mal ein Meter ist. Allgemein gilt:

$$\text{Größe gleich Zahlenwert mal Einheit} \quad (1.1)$$

Diese Aussage ist als Gleichung aufzufassen und kann entsprechend umgeformt werden.

$$\text{Zahlenwert gleich Größe durch Einheit}$$

$$\text{Einheit gleich Größe durch Zahlenwert}$$

Der Zahlenwert kann also allgemein als das Verhältnis von Größe und Einheit dargestellt werden. Der Zahlenwert drei des Beispiels heißt also allgemein Länge durch Meter.

Die zunächst mit Worten vorgestellte Gleichung 1.1 läßt sich mit Formelzeichen schreiben, wenn für Größen G deren Zahlenwert mit geschweiften Klammern und deren Einheit mit eckigen Klammern angegeben wird [DIN 1313].

$$G = \{G\} \cdot [G] \quad (1.2)$$

Mit dieser Schreibweise wird noch mehr als mit den Wortgleichungen deutlich, daß die Einheiten mathematisch in gleicher Weise wie die Zahlenwerte zu behandeln sind.

Der vielfach noch praktizierte Brauch, Einheiten in eckige Klammern zu setzen, ist nicht sinnvoll, da sonst nach der beschriebenen Festlegung beispielsweise [s] die Einheit der Einheit Sekunde bedeutete.

Der Wert einer Größe ist unabhängig (invariant) von der Einheit. So ist die Länge einer Strecke unabhängig vom gewählten Maßsystem, aber der Zahlenwert ändert sich mit der Einheit. Die Entfernung von Stuttgart nach Bonn ist gleich 330 Kilometern gleich 44 württembergischen Meilen gleich 37 badischen Meilen.

Größen und Einheiten werden durch Buchstaben oder Buchstabengruppen dargestellt, die als *Formelzeichen* oder *Symbole* bezeichnet werden, Einheiten durch entsprechende Einheiten-symbole. Beispiele sind die Länge L , das Drehmoment M_d , die Reynoldszahl Re , das Meter m und das Pascal Pa . Im Druck werden physikalische Größen *kursiv* und Einheiten gerade gesetzt.

Da nur eine begrenzte Menge von Buchstaben verfügbar ist, muß mit Indizes unterschieden werden. Die Strecke zwischen den Punkten 1 und 2 kann man L_{12} , eine Anfangstemperatur t_1 nennen. Für den zeitabhängigen Druck in einem Kessel wird man p_K schreiben und einen bestimmten Wert dieses Druckes als p_{K1} bezeichnen.

Einheitengleichungen – Zwei verschiedene Einheiten gleicher Art (Dimension) werden durch eine Einheitengleichung verknüpft.

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m} \qquad 1 \text{ kp} = 1 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \quad (1.3)$$

Aus der Einheitengleichung ergibt sich der Umrechnungsfaktor, dessen mathematischer Wert immer gleich eins ist.

$$1 = \frac{\text{km}}{1000 \text{ m}} = \frac{1000 \text{ m}}{\text{km}} \qquad 1 = 9,81 \frac{\text{m kg}}{\text{kp s}^2} = \frac{\text{kp s}^2}{9,81 \text{ m kg}} \quad (1.4)$$

Größengleichungen – Die Beziehungen zwischen Größen heißen *Größengleichungen*. Sie gelten unabhängig davon, in welchen Einheiten die Größen eingesetzt werden. Zur Auswertung der Größengleichungen sind für die Formelzeichen der Größen *stets* die Produkte

aus Zahlenwert und Einheit einzusetzen. Im folgenden Beispiel steht das Formelzeichen m für die Masse, V für das Volumen und ρ für die Dichte.

$$m = V \cdot \rho \quad \text{Volumen } V = 0,054 \text{ m}^3 \quad \text{Dichte } \rho = 1,03 \text{ kg/m}^3$$

$$m = 0,054 \text{ m}^3 \cdot 1,03 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

Zahlenwerte und Einheiten werden getrennt, jedoch innerhalb der Gleichung ausgerechnet und dabei die Umrechnungsfaktoren für die Einheiten einbezogen.

$$m = 0,054 \cdot 1,03 \cdot \text{m}^3 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{dm}^3}{\text{m}^3} = 56 \text{ kg}$$

Zugeschnittene Größengleichungen – Häufig muß eine Größe mit derselben Gleichung mehrfach berechnet werden. Wenn dabei Einheiten umzurechnen sind, ist es zweckmäßig, die Größengleichung in geeigneter Weise abzuändern, sie für diese Aufgabe zuzuschneiden. Das Verfahren hierfür wird am folgenden Beispiel erläutert.

- **Beispiel 1.1** Es soll das Gewicht m von Metalltafeln in kg aus Flächen A in m^2 , Dicken b in cm und Dichten ρ in kg/m^3 ermittelt werden.

$$m = A \cdot b \cdot \rho$$

Jede Größe der Gleichung wird durch ihre Einheit dividiert und wieder mit ihrer Einheit multipliziert, damit die mathematische Gleichheit beider Seiten erhalten bleibt.

$$\left(\frac{m}{\text{kg}}\right) \text{ kg} = \left(\frac{A}{\text{m}^2}\right) \text{m}^2 \cdot \left(\frac{b}{\text{cm}}\right) \text{cm} \cdot \left(\frac{\rho}{\text{kg/dm}^3}\right) \text{kg/dm}^3$$

Durch geeignete Zusammenfassung entsteht eine Gleichung, die nur noch Zahlenwerte enthält, und zwar

- die einzusetzenden und die zu berechnenden Zahlenwerte in allgemeiner Form als Quotient Größe/Einheit (zur Verdeutlichung in Klammern gesetzt)
- Zahlenwerte aus mathematischen Operationen wie 2, π usw. und
- den Zahlenwert aus den eingefügten Einheiten.

Die beiden letzten Zahlenwerte wird man zu einem konstanten Faktor zusammenfassen.

$$\left(\frac{m}{\text{kg}}\right) = \frac{\text{m}^2 \text{ cm kg}}{\text{kg dm}^3} \cdot \left(\frac{A}{\text{m}^2}\right) \cdot \left(\frac{b}{\text{cm}}\right) \cdot \left(\frac{\rho}{\text{kg/dm}^3}\right)$$

Der Zahlenwert aus den eingeführten Einheiten wird hier

$$\frac{\text{m}^2 \text{ cm kg}}{\text{kg dm}^3} \cdot \frac{\text{m}}{10^2 \text{ cm}} \cdot \frac{10^3 \text{ dm}^3}{\text{m}^3} = 10$$

Als zugeschnittene Größengleichung ergibt sich im Beispiel

$$\left(\frac{m}{\text{kg}}\right) = 10 \cdot \left(\frac{A}{\text{m}^2}\right) \cdot \left(\frac{b}{\text{cm}}\right) \cdot \left(\frac{\rho}{\text{kg/dm}^3}\right)$$

Die gezeigte Methode, Größengleichungen zuzuschneiden, spart viel Zeit bei der Auswertung von Messungen und ist erforderlich zur Vorbereitung von EDV-Programmen.

Zahlenwertgleichungen, in denen die Formelzeichen Zahlenwerte bei Verwendung bestimmter Einheiten bedeuten, sollen nicht benutzt werden, da sie nur bei diesen Einheiten richtige Ergebnisse liefern.

Technische Berechnungen – Um technische Berechnungen schnell und sicher auszuführen, ist es ratsam, sich an einige Grundsätze zu halten. Das gilt sowohl jetzt für Übungs- und Prüfungsaufgaben als auch später in der Praxis. Mit dem folgenden Beispiel soll ein Verfahren vorgeführt werden.

Zunächst sollte man sich mit der gestellten Aufgabe durch Lesen der entsprechenden Texte, Briefe usw. vertraut machen. Dann wird man die gegebenen Daten mit Zahlenwert und Einheit herausziehen und bei deren Auflistung sofort eindeutige Formelzeichen festlegen. Manchmal ist auch eine Skizze zweckmäßig.

Die Berechnung selber läßt sich durch die zu bestimmenden Größen übersichtlich gliedern. Grundsätzlich wird mit Größengleichungen gearbeitet werden. Für den Ansatz genügt manchmal eine Gleichung, oft müssen jedoch mehrere Gleichungen herangezogen werden, um zu der – zunächst allgemeinen – Lösung zu kommen.

Erst wenn die allgemeine Lösung vorliegt, werden die gegebenen und aus Tabellen usw. ermittelten Zahlenwerte eingesetzt und die Rechnungen mit Zahlen ausgeführt.

Zahlen sind in der Technik mit wenigen Ausnahmen *Zahlen beschränkter Genauigkeit*. Häufig sind die Ausgangswerte von Berechnungen nur mit zwei oder drei Stellen bekannt. Es ist dann sinnlos, das Ergebnis mit acht Stellen anzugeben, nur weil es vom Taschenrechner so angezeigt wird.

- **Beispiel 1.2** Eine Gasturbine gibt an der Welle 141 PS* je kg der in der Sekunde durch die Turbine strömenden Luft ab. Der Luftstrom beträgt 56,7 kg/s. Das Verhältnis von Luftmasse zu Brennstoffmasse beträgt 80 : 1. Wie hoch ist der spezifische Brennstoffverbrauch in g/PSH?

Daten

Leistung	$\left(\frac{P}{\dot{m}_L}\right) = 141 \frac{\text{PS}}{\text{kgL/s}}$
Luftstrom	$\dot{m}_L = 56,7 \text{ kgL/s}$
Luft je Brennstoff	$\left(\frac{\dot{m}_L}{\dot{m}_B}\right) = 80 \frac{\text{kgL/s}}{\text{kgB/s}}$

Wenn es wie hier für eine der gegebenen Größen kein bestimmtes Formelzeichen gibt, sollte es aus den üblichen sinnvoll zusammengesetzt werden. Die dabei benutzten Klammern sind mathematisch nicht erforderlich, sollen aber anzeigen, daß es sich um ein für eine einzelne Größe zusammengesetztes Formelzeichen handelt.

Für den Massenstrom wird das Formelzeichen für die Masse mit einem darübergesetzten Punkt (entsprechend der zeitlichen Ableitung) verwendet.

Größen- und Einheitensymbole werden hier zweckmäßigerweise mit *L* für Luft und *B* für Brennstoff gekennzeichnet.

Für die Floskel „80 : 1“ wird einfach eine „80“ gesetzt; diese wird mit einer (dimensionslosen**) Einheit versehen.

Spezifischer Brennstoffverbrauch *b* in g/(PSH)

$$b = \frac{\dot{m}_B}{P} \qquad \dot{m}_B = \frac{\dot{m}_L}{(\dot{m}_L/\dot{m}_B)}$$

$$P = \left(\frac{P}{\dot{m}_L}\right) \dot{m}_L$$

$$b = \frac{\dot{m}_L}{(\dot{m}_L/\dot{m}_B)} \frac{1}{(P/\dot{m}_L) \cdot \dot{m}_L}$$

$$b = \frac{1}{(\dot{m}_L/\dot{m}_B) (P/\dot{m}_L)}$$

Die Überschrift nennt die zu berechnende Größe, legt außerdem das dafür verwendete Formelzeichen fest und gibt die verlangte Einheit an.

Da keine Gleichung („Formel“) für die zu berechnende Größe bekannt ist, wird sie aus der geforderten Einheit abgeleitet.

Dabei zeigt sich, daß mehrere Größen in dieser Gleichung nicht gegeben sind, sondern erst mit weiteren Gleichungen ermittelt werden müssen.

Beim Zusammenfassen der drei Gleichungen fällt der gegebene Luftmassenstrom \dot{m}_L heraus; für technische Berechnungen ist es typisch, daß eine Vielzahl von Größen zahlenmäßig bekannt ist; aus denen müssen die zur Berechnung notwendigen herausgesucht werden. Oft fehlen auch Zahlenangaben, die dann erst noch zu ermitteln oder wenigstens abzuschätzen sind.

* Die heute nicht mehr zulässige Einheit der Leistung *Pferdestärke* wird mit PS abgekürzt.

** In der Technik ist es üblich, Größen mit der Dimension 1 als *dimensionslos* zu bezeichnen.

$$b = \frac{1 \text{ kgB/s}}{80 \text{ kgL/s}} \frac{1 \text{ kgL/s}}{141 \text{ PS}}$$

$$b = 8,86 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kgB/s}}{\text{PS}} \cdot 10^3 \frac{\text{gB}}{\text{kgB}} \cdot 3,6 \cdot 10^3 \frac{\text{s}}{\text{h}}$$

$$b = 319 \frac{\text{gB}}{\text{PSh}}$$

Bei der zahlenmäßigen Berechnung werden noch die Umrechnungsfaktoren für die Einheiten berücksichtigt.

Da die gegebenen Daten nur mit drei Stellen bekannt sind, ist das Ergebnis auch nur auf höchstens drei Stellen genau, wobei der Wert der letzten Stelle als unsicher anzusehen ist. Die Angabe von mehr als drei Stellen ist sinnlos.

1.4 Fragen und Übungen

Versuchen Sie, die Fragen zunächst ohne Benutzung von Hilfsmitteln zu beantworten, also ohne Rechner, ohne Tabellen und ohne in dem entsprechenden Abschnitt nachzuschlagen. Gelingt dies nicht, versuchen Sie es mit einer dieser Hilfen. Ihre Antwort können Sie mit den im Anhang angegebenen richtigen Antworten kontrollieren.

Bitte beachten Sie, daß bei den Fragen, bei denen mehrere Antworten zur Auswahl angegeben sind, grundsätzlich nur eine einzige Antwort richtig ist (von ganz wenigen Ausnahmen abgesehen).

Für die Bearbeitung der Übungen wird im allgemeinen die Benutzung von Rechnern, Tabellen und auch des Memory im Anhang angebracht sein. Die Lösungen finden Sie ebenfalls im Anhang.

Frage 1.1 Welche der folgenden Einheitenkombinationen hat die Dimension 1?

(a) $(\text{kg} \cdot \text{m}^3) (\text{m}^2/\text{s}) (\text{m} \cdot \text{s}/\text{kg})^{-1}$

(d) $(\text{kg}/\text{m}^3 \cdot \text{m}) (\text{m}/\text{s}) (\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s}))^{-1}$

(b) $(\text{kg}/\text{m}^3) (\text{m}^2/\text{s}) (1/\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s})$

(e) $(\text{kg}/\text{m}^3 \cdot \text{m}) (\text{m}^2/\text{s}) (\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s}))^{-1}$

(c) $(\text{m}/\text{s}) (\text{kg}/\text{m}^3) (\text{m}^2 \cdot \text{s}/\text{kg})^{-1}$

Frage 1.2 Welcher Buchstabe oder welche Buchstabenkombination steht *nicht* für eine SI-Basiseinheit?

(a) A (b) C (c) cd (d) K (e) mol

Frage 1.3 Mit welcher der folgenden Gleichungen kann eine Kraft F aus einer Geschwindigkeit c , einer Masse m und einem Radius r ermittelt werden?

$[F] = \text{kg m s}^{-2}$ $[c] = \text{m/s}$ $[m] = \text{kg}$ $[r] = \text{m}$

(a) $F = r c^2 / m$

(c) $F = m c^2 / r$

(e) $F = c^2 / m r$

(b) $F = r \sqrt{m c}$

(d) $F = m^2 r c$

Übung 1.1 In Dampfturbinen wird die im Dampf enthaltene kalorische Energie zum Teil in kinetische Energie des Dampfes umgewandelt.

Die kalorische, auf die Masse bezogene Energie hat das Formelzeichen h und wurde früher in kcal/kg gemessen.

In der Gleichung für die auf die Masse bezogene kinetische Energie steht das Formelzeichen c für die Geschwindigkeit.

Die durch die Energieumwandlung erzielbare Geschwindigkeit c ergibt sich aus der Gleichung

$$c = \sqrt{2 \Delta h}$$

Entwickeln Sie aus dieser Gleichung eine zugeschnittene Größengleichung, um die Geschwindigkeit c in m/s aus der Abnahme des Energiegehaltes Δh in kcal/kg zu berechnen (Umrechnungsfaktoren siehe Tabelle T-1 im Anhang).