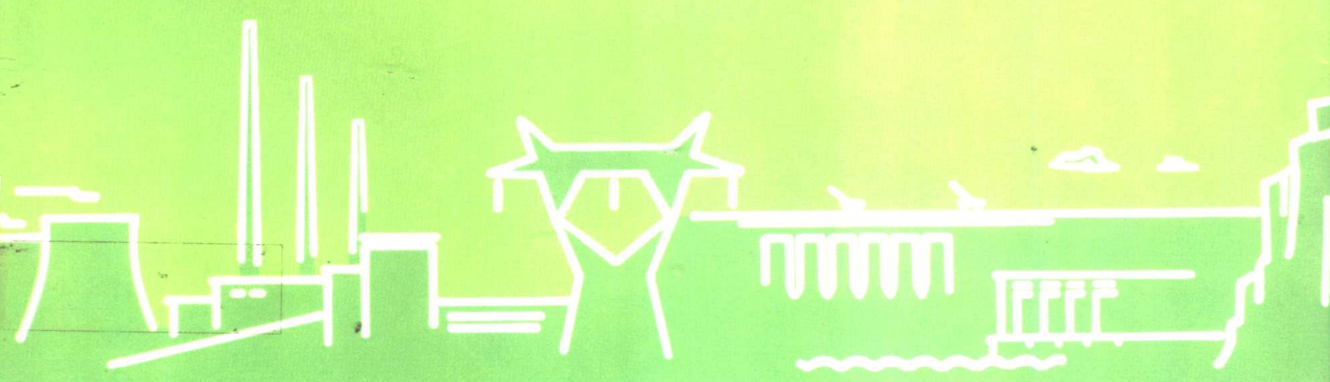
普通高等学校水电工程类专业教学指导委员会推荐使用教材

高等学校教材

水电能源系统规划

武汉水利电力大学 万永华 主编



7
32

中国电力出版社

普通高等学校水电工程类专业教学指导委员会推荐使用教材

高等学校教材

991113

水电能源系统规划

武汉水利电力大学 万永华 主编

中国电力出版社

内 容 提 要

本书是用系统工程的理论和方法来论述水电站群规划设计和运行管理的一门专业课教材。主要内容有：系统分析的基础理论和基本方法，电力系统的负荷预测与电力、电量、调峰能力的平衡计算，水电站库群的径流电力补偿调节，水电站群主要参数的优化选择以及水电能源系统的综合规划等。

本书是高等学校水资源规划及利用专业和水电能源系统规划与管理专业本科必修课教材，也可供水电工程类其他专业师生和从事水电系统规划设计、运行管理的工程技术人员学习、参考。

图书在版编目（CIP）数据

水电能源系统规划/万永华主编．-北京：中国电力出版社，1997

高等学校教材

ISBN 7-80125-326-4

Ⅰ．水… Ⅱ．万… Ⅲ．水电站-水力能源-电力系统规划-高等学校-教材 Ⅳ．TV7

中国版本图书馆 CIP 数据核字（97）第 04574 号

中国电力出版社出版

（北京三里河路 6 号　邮政编码 100044）

北京鑫正大印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

*

1997 年 11 月第一版　　1997 年 11 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米　16 开本　11 印张　244 千字

印数 0001—2000 册　　定价 11.10 元

版 权 专 有　　翻 印 必 究

（本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换）

前　　言

《水电能源系统规划》是由高等学校水电工程类专业教学指导委员会1994年宜昌会议确定的、适用于水资源规划及利用专业和水电能源系统规划与管理专业的本科必修课教材。全书用系统工程的理论与方法论述水电站群规划设计、运行管理等方面的基本概念、基础理论、基本方法和工程实例。主要内容包括：系统分析的基础理论和基本方法，电力系统的负荷预测与电力、电量、调峰能力平衡计算，水电站库群的径流电力补偿调节，水电站群主要参数的优化选择以及水电能源系统的综合规划等。本课程的先修课主要有：数学规划、水能利用或水资源开发利用等。

本教材是在参考国内外有关文献资料的基础上，结合作者教学经验和科研成果编写而成的，编写时尽量做到深入浅出、层次分明，注重概念清晰、理论正确、方法实用。每章后均附有复习思考题，以激发学生的智慧和进取精神，提高学生的学习兴趣和实际运用能力。本教材个别章节内容较深，可供本专业研究生和科研生产单位规划人员学习、参考。

参加本教材编写的作者有：武汉水利电力大学教授、博士生导师万永华，编写第一章第一、四节，第二章和第四章；副教授、博士梅亚东，编写第五章；副教授、博士胡铁松，编写第一章第二、三节；四川联合大学教授、博士马光文，编写第三章。

本教材由华中理工大学教授、博士生导师张勇传主审，提出了许多宝贵意见，对提高教材质量很有帮助，在此表示衷心的感谢。

由于作者水平有限，疏漏、不足和错误之处难免，敬请同行专家和读者批评指正。

作　者

1997年4月于武汉

目　　录

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

第一章　系统分析的基础理论

第一节　最优化技术与数学模拟技术

一、最优化技术

最优化技术是应用数学中的一个重要分支，是系统分析和系统工程的主要组成部分。现代最优化技术主要指线性规划、整数规划、非线性规划和动态规划等。这些优化技术在水电能源的规划设计、运行管理中得到了广泛的应用。由于在数学规划、运筹学课程中已讲述过这些优化技术的基础理论和求解方法，故本节内容不是具体介绍这些优化技术的理论和方法，而是从水电能源系统规划的角度，论述这些优化技术的应用特点。

（一）线性规划

线性规划是最早建立起来的最简单、因而也是应用最广泛的一种数学规划方法，是求解静态数学模型最有效的一种优化技术。在线性规划中目标函数和约束条件式都是线性的，且所有决策变量是非负的。由于现代计算技术的进步，线性规划几乎不受变量数目多少的限制，均能解出方程中所有全部变量，使目标函数在约束条件下达到极值。

利用线性规划来求解大系统的优化问题具有一个显著的特点，即线性规划的理论和方法比较成熟，已有在一般情况下均适用的单纯形法及改进单纯形法，并有通用程序的计算软件，规划分析人员仅仅需要知道如何使用可以买到的计算软件，无需了解线性规划求解的全部细节，更无需自编源程序。正因为如此，常常促使我们将水电能源系统中非线性问题通过线性化处理构成线性模型来求解。

在水电能源系统开发研究阶段，采用线性规划模型可以从大量的规划方案中筛选掉一些不利方案，保留一些较优方案，作为下一阶段进一步研究的对象。例如，70 年代美国麻省理工学院与阿根廷水资源部为开发科罗拉多河（R.Colarado）研制的筛选模型就是一个静态的线性规划模型，用来从几十个可能的水库坝址、电站站址、引水地点、灌区位置的组合方案中，筛选出工程布局、工程规模经济合理的数个较佳方案，作为下一阶段建立更完善的模拟模型的依据[1]。

规划水电能源系统的线性模型，常以表达工程规模大小的设计参数作为变量，一般均按净效益最大准则来建立目标函数，约束条件多数是上、下级水库出、入流之间水量平衡和各用水部门之间的水量限制，都是线性的等式或不等式。这类课题所采用径流资料，多数是确定性的实测资料。

在使用线性规划模型时，如遇个别表达式是非线性时，此时应作线性化处理。非线性函数线性化方法可参阅文献[2]第二章第八节。

在线性规划中，每一个最大值的问题，都相应地存在一个最小值问题。一般把最大值问题称为原型问题，而与之相应的最小值问题，称为对偶问题。因之只要得到了对偶问题

的最优解，也就得到了原型问题的最优解。利用对偶性可以达到简化计算、节省计算工作量的目的。在一般情况下，由变量数 n 与约束条件数 m 的大小而定。如果 $n>m$，则选原型问题计算较方便；如果 $n<m$，则用对偶问题计算较好。

（二）整数规划

在水电能源系统规划中，有许多问题的答案要求必须是整数，如工程选点、装机台数、电厂人员编制等都不能不是整数。如果当采用上述线性规划方法求出的最优解不是整数时，采用四舍五入等办法变为整数，则有时这个数值超出了可行域范围成为非可行解，有时虽是可行解但又不是最优解，这时就要建立整数规划模型。整数规划模型也与线性规划模型一样，目标函数和全部约束方程都必须是线性的，区别仅在于决策变量必须取非负的整数。

整数规划可分为三种：如果规划中决策变量都限于取正整数，就叫纯（全）整数规划；如果仅一部分决策变量取正整数，其余取实数，就叫混合整数规划；如果变量取值仅限于逻辑值 0 或 1，就叫 0－1 整数规划。

0－1 整数规划特别适用于水电能源工程的方案筛选、工程开发时序的确定和机组台数的最优组合等问题的求解。工程的建与不建、先建与晚建等逻辑关系，都可用 0－1 整数变量来表示，所以 0－1 整数的应用增强了数学模型的表达能力。

（三）非线性规划

如果数学模型中的目标函数或约束方程不完全是线性的，有一个或几个是非线性的，求解这类问题的最优化技术，需采用非线性规划。非线性规划求解方法很多，一般可分两大类：对无约束极值的问题，可用梯度法、共轭梯度法、步长加速法等直接求解的方法；对有约束极值的问题，求解时除了要使目标函数值不断下降（对极小化问题而言）之外，还要时刻注意解的可行性问题，即看是否处于约束条件所限的范围之内，这就给规划问题的优化带来较大困难。为了简化寻优工作，通常可采用以下方法：将不等式约束转化为等式约束；将约束问题转化为无约束问题；将非线性规划问题转化成线性规划问题。例如，对仅含有等式约束的非线性规划问题，常用拉格朗日（Lagrangian)乘子法，将其化为无约束问题求解。对含有等式和不等式约束的一般非线性规划问题，可用库恩—塔克（Kuhn-Tucker）条件来确定某点为极值点的必要条件，一般而言它不是充分条件；但对凸规划来说，库恩—塔克条件不仅是必要条件，它同时也是充分条件。

总之，解非线性规划问题要比解线性规划问题困难得多，它不像线性规划问题那样有单纯形法这一通用方法，非线性规划目前还没有适用于各种问题的一般算法，各种方法都有自己特定的适用范围，有些方法对目标函数和约束方程有较严格的要求，使用时应特别予以注意。

（四）动态规划

动态规划是解决多阶段决策问题的一种数学规划方法，而水电能源系统的优化过程多数是一个多阶段决策过程，所以动态规划是解决水电能源系统优化问题最常用、最有效的优化技术。而且动态规划对系统方程的类型、约束条件和费用、效益函数没有任何限制，因此，它能解决诸如时间因素、随机变量、非线性函数等一类线性规划难于解决的问题，

所以在水电能源系统规划中，动态规划应用得最广泛。特别在求解系统最优运行方式这类“时序”概念很强的课题时，几乎都采用动态规划法。

动态规划的基本思想是贝尔曼（R.Bellman）的最优化原理，即“作为整个过程的最优策略应具有这样的性质：无论过去的状态和决策如何，对面临的决策所形成的状态而言，余留的诸决策必须构成最优策略”。其规划思想简明易懂，且求解问题方法很灵活，其数学模型不像线性规划那样有一成不变的标准形式和求解方法。要把一个具体系统优化问题转化成动态规划模型，一般需要：①将问题的求解过程划分成若干阶段；②巧妙地选取状态变量和决策变量；③确定递推方向；④给出状态转移方程；⑤确定目标函数、约束条件和递推方程。其中关键是如何选取状态变量，所选状态变量应能用来描述受控过程的演变特征和应满足“无后效性”的要求。状态变量选择不当，可能增加计算的复杂性或计算工作量，当“无后效性”条件不满足时，不能用动态规划方法求解。因此按实际问题建立动态规划模型往往需要有一定创造性才能。

应用动态规划法求解实际问题时，常遇到“维数障碍”的困难，当系统的维数超过 4～5 维时，其所要求的计算机内存量将超出现有计算机的存贮容量。为克服动态规划这一“维数灾”的主要缺点，国内外学者前后提出不少改进的方法，计有：微分动态规划法（DDP）、状态增量动态规划法（SIDP）或简称增量动态规划法（IDP）、离散微分动态规划法（DDDP）以及逐次逼近动态规划法（DPSA）。在水电能源系统规划中最常用的是后两种方法。

1．离散微分动态规划法

离散微分动态规划法是以迭代方法为基础的一种计算方法，其求解过程可概述如下：

（1）先假定一个满足约束条件的初始策略 $\{d_n\}$，$n=1, 2, \cdots, N$。由此按状态转移可得一初始状态序列 $\{S_n\}$，$n=1, 2, \cdots, N$，称试验轨迹，它也应满足约束条件。与此同时可得相应的目标函数初始值 F'_N。应注意的是初始策略和试验轨迹，假定得好坏将影响收敛速度，一般可根据经验或常规方法来确定。

（2）在试验轨迹上下各取一个状态增量 $\pm\Delta S$，形成一个每一阶段有 3 个离散状态和 9 种决策的廊道，如图 1-1 所示。状态增量 ΔS 取法有两种，一种是取很小增量值，在整个迭代过程中均保持不变；另一种先取较大增量值，然后在迭代过程中逐步减小增量值。通常认为后者达到收敛速度较快。

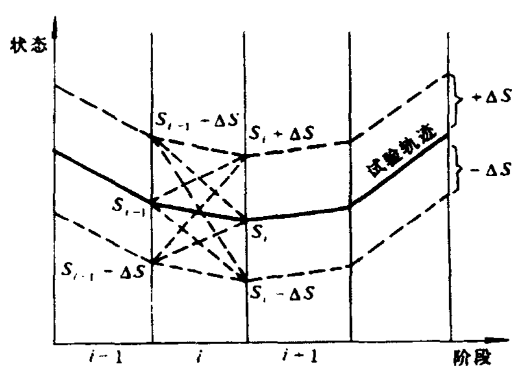


图 1-1　DDDP 法推递示意图

（3）对每个阶段 3 个状态和 9 种决策进行满足约束条件下的择优计算，得出最优决策，并从阶段 1 递推到阶段 N，得一新的轨迹及相应目标函数。

（4）如果所得目标函数值有所改善，则用新的轨迹代替原先试验轨迹，重复（2）、

(3) 步骤进行计算。否则缩小增量值 ΔS 后重算。

(5) 每次迭代后，均比较前后所得目标函数值 F_N，直到增量 ΔS 已缩小到给定值而 F_N 仍无改善，或 F_N 虽有改善但前后相邻两次 F_N 差值小于某规定值 ϵ 时，则认为迭代计算已收敛于最优轨迹和最优策略，计算到此结束。

DDDP 法由于每次迭代计算都局限在所得轨迹为中心的一个 $\pm\Delta S$ 邻域内，这样大大缩小了可行域的范围，减少了内存量和节省了机时。此法主要缺点是只能获得局部最优解。因此，必须从若干不同试验轨迹出发，按上述步骤进行迭代计算，如果所得稳定策略各不相同，则只能选择目标函数值最优的那个策略作为问题的最优解。

2. 逐次逼近动态规划法

逐次逼近动态规划法（简称逐次逼近法）是将原来 m 维状态向量的动态规划问题分解成只有一个状态变量的 m 个子问题，使这些子问题的优化序列收敛于原问题的解。为说明问题方便起见，现举有 m 个水库的系统为例，逐次逼近法的基本步骤如下：

(1) 先假定各库的初始策略或状态序列，一般可从单库优化而得。

(2) 先对水库 1 进行优化，其余 $m-1$ 个水库运行决策和状态序列暂时保持不变，这相当于对 m 维决策向量加 $m-1$ 个等式约束。这样，该子问题转变成只有一个状态变量和一个决策变量，就可用一维动态规划法求解，从而可得水库 1 的新的运行策略。

(3) 再对水库 2 进行优化，除水库 1 保持新的策略外，其余水库仍保持初始策略，用一维动态规划法求得水库 2 的新的运行策略。

(4) 用同样方法对水库 3、水库 4……水库 m 分别进行优化，得各库的新策略。

(5) 再从水库 1 开始，重复以上步骤，进行第二轮、第三轮……迭代计算，直到目标函数值不再改善或前后相邻两轮迭代结果目标函数差值满足收敛要求为止。

逐次逼近法的优点是将 m 维动态规划问题简化成 m 个一维的子问题来求解，因而其计算工作量只随维数 m 成线性增长而不是成指数增长。由此可见，问题的维数愈高，该法所节省计算工作量也愈显著。实践证明，逐次逼近法是求解高维问题特别有希望的方法。

逐次逼近法和 DDDP 法一样，其主要缺点是不能证明在所有情况下均收敛于全局最优解，而且达到收敛所需迭代次数取决于初始解与最优解的逼近程度，为了获得更接近于全局的最优解，也有必要选用若干个不同的初始策略作试算。值得指出的是：贝尔曼等人已证明逐次逼近法可得到单调的收敛。

在解决实际工程问题时，常常将逐次逼近法与 DDDP 法结合应用。首先用逐次逼近法将 m 维动态规划问题分解成只有一维的 m 个子问题，然后用 DDDP 法来实现每个子问题的最优化。求解子问题时所以采用 DDDP 法，因为它与逐次逼近法十分协调，它们都要求有一个可行的初始策略，而且逐次逼近法的初始策略同样可用于 DDDP 法。

二、数学模拟技术

在水电能源系统规划中，常由于系统变量过多和各目标之间关系过于复杂，难于用上述优化技术来建立数学模型，或虽建立了优化模型也无法求解。此时若选用数学模拟技术，可能是解决这类问题最有效的途径。

所谓数学模拟技术，是用数学方程式来模拟原型系统最本质的功能、行为或活动，然后在计算机上求解的一种仿真技术。所以模拟模型必须建立在与原型系统的功能、行为或活动相似的基础上。模拟的过程即是模型产生原型系统的功能、行为或活动的过程，是深化理解原型系统本质的过程。但是数学模拟技术不是一种最优化技术，模拟模型不能直接给出最优解，它只能回答：如果输入……，则得到输出……。

数学模拟技术的内容和步骤，可大致归纳如下：

(1) 明确模拟的目的。根据模拟目的分析研究原型系统内各部分哪些功能、行为或活动需要模拟。

(2) 收集、整理原始资料。收集和整理与建立模拟模型有关的各种资料，从而确定模型的变量、约束范围以及输入信息等。

(3) 建立结点序列模拟模型。根据水电能源系统中水库、电站等分布状况，按一定顺序建立结点序列模拟模型，明确各结点输入与输出的关系。

(4) 模型检验。在可能条件下对已建立的模拟模型，以历史水文资料作为输入，将模拟演算的输出成果，与实际系统输出作对比，检验模型的正确性与可用性，必要时修改模型。

(5) 模拟计算。对经检验合格的模拟模型，给定一组变量不同的初始值，在计算机上进行多次模拟计算，预演实际系统在未来不同条件下的工作过程和输出成果。

(6) 方案评价。按确定的评价标准，评价方案输出成果，对达不到标准的方案，改变参数后重新进行模拟，对达到标准的可行方案，择优选用。

关于模拟模型和优化模型的区别，将在本章第四节中阐述。

第二节　多目标决策技术

一、多目标决策的基本概念

（一）多目标决策的概念及特征

顾名思义，多目标决策是与单目标决策相对而言的，它是指决策者在多个目标相互矛盾的情况下所进行的决策。多目标决策是大多数决策所具有的重要特征之一，如我们在选购商品时要求价廉物美，价廉和物美就是两个相互矛盾的目标。在水资源规划与管理中，要全面考虑水资源工程的经济效益、社会效益与环境效益。在水电能源系统的规划与管理中，要求水电站的发电量和保证出力都尽可能的大，发电量和保证出力也是两个相互矛盾的目标。与单目标决策相比，多目标决策有下列特征：

(1) 不可公度性：不可公度性是指多目标决策问题中各个目标的度量单位大多是不可公度的。例如水资源规划与管理中，经济效益一般以货币量表示，环境效益的表示方法是多样的，如物理量、化学量和生物量等等，社会效益表示形式更是丰富，除前述的定量指标之外，有时还需用定性指标表示。再如规划某一灌溉水库有两个目标，一个是灌溉效益最大，另一个是淹没土地面积最小，前者以货币量计算效益，后者以面积作为度量单位，显然货币量和面积之间是不可公度的。另有一些决策问题，其各个目标的单位是可以公度

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

的，但目标之间存在矛盾，这仍属于多目标决策问题。

(2) 矛盾性：它是指多目标决策问题中各个目标之间相互矛盾、彼此消长的特性。这一特性是多目标决策问题最根本的特性，它表明在多目标决策问题中，某一目标效益的改善，总是以牺牲另一个目标或另一些目标的效益为前提。例如在水电能源规划中，若某水电站的规模一定，发电量最大和保证出力最大就是两个相互矛盾的目标，发电量最大的运行方式往往促使保证出力下降，反之亦然。另如某水库具有发电和为灌区供水的两重目标，且灌溉水量是从水库上游取水，显然在这种情况下，发电量越大，灌溉引水量就相应减少；反之灌溉引水越多，所剩的发电水量就愈少，发电量也相应减少。

(3) 无最优性：它是指多目标决策中不存在象单目标决策中存在最优解，而只存在满意解和最佳均衡（Best Compromise）解。多目标决策问题的"无最优性"是由其目标之间的"矛盾性"所决定的，也就是说多目标问题总是以牺牲一部分目标的利益来换取另一些目标利益的改善的特性，决定了不存在一个方案（或某个解）各个目标效益均优于其他方案（或其它解），且决定了多目标决策问题解的不唯一性，是一个解的集合，称为非劣解集（Noninferior Set）。如双目标决策问题至少存在两个非劣解。非劣解有时也称为有效解或Pareto最优解。在求解多目标决策问题时，通常首先生成非劣解集，然后依据决策者的偏好，生成满意解。

（二）有效解、有效点的概念

从上面介绍的多目标决策问题特征中不难看出，多目标决策问题是一个向量优化问题，问题的目标是一个向量，要比较向量的"大"与"小"关系，即"序"关系，我们先介绍向量序的定义：

定义 1.1 设有两个向量 $\boldsymbol{X}=(x_1, x_2, \cdots, x_m)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{Y}=(y_1, y_2, \cdots, y_m)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{X}\in R^m$，$\boldsymbol{Y}\in R^m$。

(1) 若 $x_i=y_i$ $(i=1, 2, \cdots, m)$，则向量 $\boldsymbol{X}$ 等于向量 $\boldsymbol{Y}$，记为 $\boldsymbol{X}=\boldsymbol{Y}$；

(2) 若 $x_i\leqslant y_i$ $(i=1, 2, \cdots, m)$，则向量 $\boldsymbol{X}$ 小于等于向量 $\boldsymbol{Y}$，记为 $\boldsymbol{X}\leqslant\boldsymbol{Y}$；

(3) 若 $x_i\leqslant y_i$ $(i=1, 2, \cdots, m)$，且其中至少有一个不等式严格成立，则向量 $\boldsymbol{X}$ 小于向量 $\boldsymbol{Y}$，记为 $\boldsymbol{X}<\boldsymbol{Y}$；

(4) 若 $x_i<y_i$ $(i=1, 2, \cdots, m)$，则向量 $\boldsymbol{X}$ 严格小于向量 $\boldsymbol{Y}$，记为 $\boldsymbol{X}<<\boldsymbol{Y}$。

由此我们可以引出多目标决策中两个重要的概念：有效解与弱有效解。

设有多目标优化问题 VOP

$$\mathrm{VOP}:\begin{cases}\min\limits_{\boldsymbol{X}\in G}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X})=\{f_1(\boldsymbol{X}),f_2(\boldsymbol{X}),\cdots,f_P(\boldsymbol{X})\}\\ G=\{\boldsymbol{X}\mid\ g_i(\boldsymbol{X})\geqslant0,i=1,2,\cdots,m;\\ \qquad\qquad h_j(\boldsymbol{X})=0,j=1,2,\cdots,n\}\end{cases}$$

其中 G 称为约束集，P 为目标函数的数目，m、n 分别为不等式约束和等式约束的数目。

定义 1.2 对于上述多目标优化问题 VOP，设 $\boldsymbol{X}\in G$，若不存在 $\boldsymbol{X}'\in G$，使得向量 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}')$ 小于向量 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X})$，即 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}')<\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X})$，则称 $\boldsymbol{X}$ 为VOP的有效解，或称Pareto解或非劣解，VOP 问题有效解的集合记为 G^*_{pa}。

定义 1.3 对于上述多目标优化问题 VOP，设 $\boldsymbol{X}\in G$，若不存在 $\boldsymbol{X}'\in G$，使得向量 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}')$严格小于向量 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X})$，即 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}')<<\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X})$，则称 $\boldsymbol{X}$ 为VOP 问题的弱有效解，弱有效解的集合记为 G_{wp}^{*}。

下面我们举例说明有效解与弱有效解的概念以及它们之间的关系。

【例 1.1】 考虑下述单变量双目标优化问题

$$\mathrm{VOP}:\begin{cases}\min\limits_{X\in G}\boldsymbol{F}(x)=\{f_1(x),f_2(x)\}\\ f_1(x)=(x-1)^2+1\\ f_2(x)=\begin{cases}-x+3 & x\leqslant 2\\ 1 & 2\leqslant x\leqslant 3\\ x-2 & x\geqslant 3\end{cases}\\ G=\{x\mid x\geqslant 0\}\end{cases}$$

确定 VOP 问题的有效解集与弱有效解集。

解 由 VOP 问题我们可以画出 $f_1(x),f_2(x)$的图像

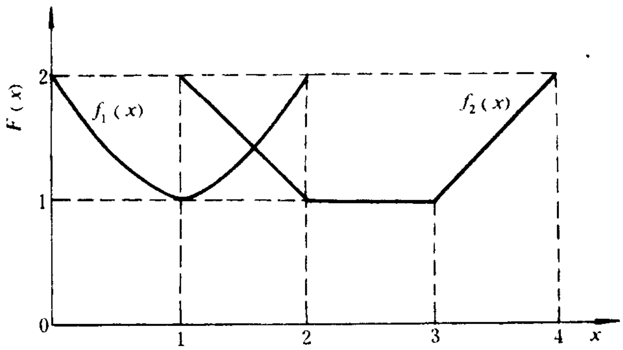


图 1-2 $f_1(x),f_2(x)$图像示意图

由图 1-2 可以看出：$G_{\mathrm{pa}}^{*}=[1,2]$，$G_{\mathrm{wp}}^{*}=[1,3]$。

由上述定义，可以证明有效解与弱有效解之间存在下述关系：

定理 1.1 $G_{\mathrm{pa}}^{*}\subseteq G_{\mathrm{wp}}^{*}\subseteq G$

对应地我们可以定义有效点与弱有效点，目标函数空间 F 可表示为：

$$F=\{\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X})\mid \boldsymbol{X}\in G,\text{对所有的 }\boldsymbol{X}\}$$

$$\text{且 } F\in R^{P}$$

定义 1.4 设有向量 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X})\in F$，若不存在 $\boldsymbol{F}'(\boldsymbol{X})\in F$，使得 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}')$小于向量 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X})$，则称 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X})$为 VOP 问题目标空间中的有效点，有效点的集合记为 E_{pa}^{*}。

定义 1.5 设有向量 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X})\in G$，若不存在 $\boldsymbol{F}'(\boldsymbol{X})\in F$，使得 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}')$严格小于向量 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X})$，则称 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X})$为 VOP 问题目标空间中的弱有效点，弱有效点的集合记为 E_{wp}^{*}。

同样可以证明目标空间 F 中的有效点一定是弱有效点，即：

定理 1.2 $E_{\mathrm{pa}}^{*}\subseteq E_{\mathrm{wp}}^{*}\subseteq F$

由例 1.1 中可以粗略地画出 VOP 问题的目标空间如图 1-3 所示。

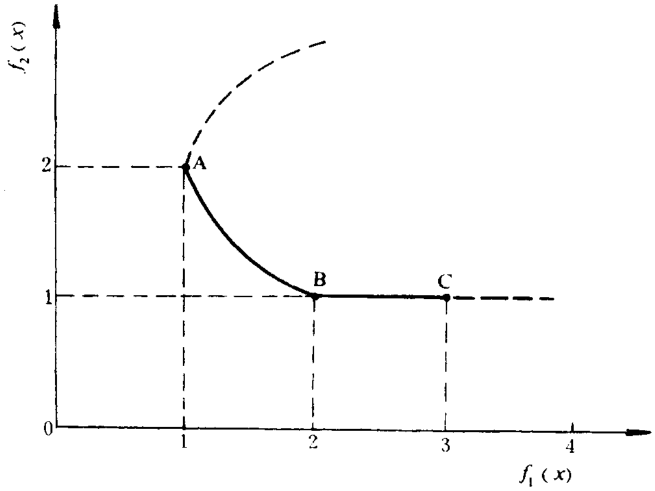


图 1-3 VOP 问题的目标空间示意图

从图 1-3 可以看出，曲线 $\overset{\frown}{AB}$ 段为 E_{pa}^{*}，曲线$\overset{\frown}{ABC}$段为 E_{wp}^{*}。

二、多目标决策问题的求解技术

多目标决策问题的求解在于寻求使决策者感到最为满意的方案，即最佳均衡解。它的求解需要决策两个基本问题：一是生成多目标决策问题的非劣解集；二是从非劣解集中根据决策者的偏好、价值观对非劣解集建立所有方案的偏好序列，借以得到最佳均衡解。前者通过向量优化理论得以求解，后者通过效用理论得以建立。效用是指测度决策者对决策方案的偏好或其价值的尺度，它是能用实数表示决策者偏好程度的量化指标，如果各方案的效用确定以后，就可以比较、评价各方案的优劣，作出最终的选择。研究决策者偏好关系、偏好结构和构造效用函数的理论称为效用理论。具体地说，效用理论是使决策者的偏好结构能用显式函数——效用函数来表示，借以进行满意的选择，这是多目标决策评价技术的基础。

多目标决策问题的求解技术发展到今天已达数十种之多，大体上可以分为三大类：非劣解生成技术，结合偏好的评价决策技术和结合偏好的交互式决策技术。

非劣解生成技术是指用以求解多目标决策问题非劣解集（或方案集）的技术，生成的非劣解集供决策者作最后的决策。因此这类技术并不需要知道决策者的偏好，常用的方法有权重法、约束法以及它们在多目标线性规划、多目标动态规划中应用的方法，如多目标线性规划的单纯形法以及多目标动态规划的扰动约束法。

结合偏好的评价决策技术是指决策者偏好一次性给出的多目标决策技术，基本上可以分为方案集无限、决策变量连续和方案集有限、决策变量离散两大类技术。前者如替代价值函数法、目的规划法、Geoffrion 的双准则法；后者如字典序法、ELECTREⅠ和ELECTREⅡ法、广义理想点法。决策者偏好的给出形式有权重、优先权、目的和理想点等等。

结合偏好的交互式决策技术可以理解为决策者的偏好无法一次性明确地给出，只能给

出偏好用以生成非劣解，如果决策者感到满意，则多目标决策问题求解结束；否则决策者依据求出的非劣解修改自己的偏好，重新生成非劣解，这样的过程重复直至决策者感到满意为止。这类决策技术的决策者与分析者反复交换信息，逐步明确多目标决策问题，所以称为交互式多目标决策技术。而结合偏好的评价决策技术则不进行反复信息交流，偏好一次性给出，以后亦不进行修改。这类技术目前的主要方法有：逐步（STEM）法，均衡规划法、序贯多目标问题解（SEMOPS）法、概率权衡（PROTRAD）法、Geoffrion法、Zionts-Wallenius法。

下面以多目标动态规划法、目的规划法和逐步（STEM）法为例分别介绍多目标决策问题的三大类求解技术，读者可以从中理解三大类求解技术各自的特征以及它们之间的区别和联系。因篇幅有限，各大类求解技术中尚有许多其他的方法，感兴趣的可参考有关书籍[4]和论文。

（一）多目标动态规划法（权重法、约束法）

水资源系统的多目的性和动态性使得多目标动态规划成为水资源系统规划与管理中一种重要的多目标决策方法，同时也是多目标决策的一个重要分支领域。在这里，我们主要介绍多目标动态规划的模型、非劣解生成的权重法以及数值例。

对于多维决策变量的多目标多阶段决策问题（多目标动态规划问题）—VDP的数学描述如下：

$$
\mathrm{VDP}:\begin{cases}
\mathrm{V}-\min\limits_{x_1,\cdots,x_N\in X}\boldsymbol{F}\{R^1(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{y}_1),R^2(\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{y}_2),\cdots,R^n(\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{y}_n),\cdots,\\
\qquad R^N(\boldsymbol{x}_N,\boldsymbol{y}_N)\}\\
\mathrm{s.t.}\quad R^n(\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{y}_n)=\{\gamma_{1n}(\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{y}_n),\gamma_{2n}(\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{y}_n),\cdots,\\
\qquad \gamma_{pn}(\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{y}_n)\}\\
\boldsymbol{y}_{n-1}=T_n(\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{y}_n)\\
n=1,2,\cdots,N
\end{cases}
$$

其中 $X=\{\boldsymbol{X}\in R^{q\times N}\mid G_{kn}(\boldsymbol{x}_n)\geqslant 0,\boldsymbol{x}_n\in S_n(\boldsymbol{y}_n),\ n=1,\ 2,\ \cdots,\ N,\ k=1,\ 2,\ \cdots,\ K\}$ 称为 VDP 问题的策略空间，$G_{kn}(\boldsymbol{x}_n)(k=1,\ 2,\ \cdots,\ K,\ n=1,\ 2,\ \cdots,\ N)$ 为 VDP 问题第 n 阶段的第 k 个约束条件，$S_n(\boldsymbol{y}_n)$为第 n 阶段的允许决策集合，$\boldsymbol{x}_n=(x_{n1},\ x_{n2},\ \cdots,\ x_{nq})$ 为第 n 阶段的 q 维决策向量，$\boldsymbol{y}_n=(y_{n1},\ y_{n2},\ \cdots,\ y_{nm})$ 为第 n 阶段 m 维状态变量，$R^n(\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{y}_n)$为第 n 阶段多个目标的阶段效益函数，状态转移方程为$\boldsymbol{y}_{n-1}=T_n(\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{y}_n)$。

$$
\dot{\boldsymbol{y}}_{n-1}=\{\boldsymbol{y}_{n-1}\mid\boldsymbol{y}_{n-1}=T_n(\boldsymbol{x}_n,\ \boldsymbol{y}_n),\ \boldsymbol{x}_n\in S_n(\boldsymbol{y}_n)\}
$$

$\forall\, n(n=1,2,\cdots,N)$，有：

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{y}_{n-1}&=T_n(\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{y}_n)\\
&=T_n\{\boldsymbol{x}_n,T_{n+1}(\boldsymbol{x}_{n+1},\boldsymbol{y}_{n+1})\}\\
&=T_n{}'(\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{x}_{n+1},\boldsymbol{y}_{n+1})\\
&=T_n{}''(\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{x}_{n+1},\boldsymbol{x}_{n+2},\cdots,\boldsymbol{x}_N,\boldsymbol{y}_N)
\end{aligned}
$$

同样有：

$$
\begin{aligned}
R^n(x_n,y_n) &= R^n\{x_n,T_{n+1}(x_{n+1},y_{n+1})\} \\
&= R_n{}'(x_n,x_{n+1},y_{n+1}) \\
&= R_n{}''(x_n,x_{n+1},x_{n+2},\cdots,x_N,y_N)
\end{aligned}
$$

将上述状态转移方程和阶段效益函数的数学表达式代入 VDP 问题的数学表达式中，VDP 问题可进一步描述为 VDP′的形式：

$$
\mathrm{VDP}':\begin{cases}\mathrm{V}-\min\ \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}_1,\ \boldsymbol{x}_2,\ \cdots,\ \boldsymbol{x}_N,\ \boldsymbol{y}_N)\\ \boldsymbol{x}_1,\ \boldsymbol{x}_2,\ \cdots,\ \boldsymbol{x}_N\in \boldsymbol{X}\end{cases}
$$

VDP′的形式并不是一个多阶段的多目标决策问题数学表达式，引入式 VDP′的目的纯粹是为了说明下文中用多目标动态规划权重法生成非劣解的数学性质，VDP′中的 $\boldsymbol{F}$ $(\boldsymbol{x}_1,\ \boldsymbol{x}_2,\ \cdots,\ \boldsymbol{x}_N,\ \boldsymbol{y}_N)$ 为一向量函数，即

$$
\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}_1,\ \boldsymbol{x}_2,\ \cdots,\ \boldsymbol{x}_N,\ \boldsymbol{y}_N)=\{f_1(\boldsymbol{x}_1,\ \boldsymbol{x}_2,\ \cdots,\ \boldsymbol{x}_N,\ \boldsymbol{y}_N),\ f_2(\boldsymbol{x}_1,\ \boldsymbol{x}_2,\ \cdots,\ \boldsymbol{x}_N,\ \boldsymbol{y}_N),\ \cdots,\ f_p(\boldsymbol{x}_1,\ \boldsymbol{x}_2,\ \cdots,\ \boldsymbol{x}_N,\ \boldsymbol{y}_N)\}
$$

对于多目标动态规划 VDP 问题，我们可以给出非劣解的具体定义如下：

定义 1.6 若对于给定的状态 $\boldsymbol{y}_N$ 有策略 $\boldsymbol{X}^*=(\boldsymbol{x}_1^*,\ \boldsymbol{x}_2^*,\ \cdots,\ \boldsymbol{x}_N^*)\in X$，不存在 $\boldsymbol{X}=(\boldsymbol{x}_1,\ \boldsymbol{x}_2,\ \cdots,\ \boldsymbol{x}_N)\in X$，使得下式成立：

$$
\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}_1,\ \boldsymbol{x}_2,\ \cdots,\ \boldsymbol{x}_N,\ \boldsymbol{y}_N)<\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}_1^*,\ \boldsymbol{x}_2^*,\ \cdots,\ \boldsymbol{x}_N^*,\ \boldsymbol{y}_N)
$$

$\boldsymbol{X}^*=(\boldsymbol{x}_1^*,\ \boldsymbol{x}_2^*,\ \cdots,\ \boldsymbol{x}_N^*)$ 为 VDP 问题的非劣解，VDP 问题的非劣解集用 $\boldsymbol{X}^*$ 表示。

多目标动态规划问题各个目标的效益值可以是其各个阶段效益值的不同函数，如各阶段效益和的形式，各阶段效益乘积的形式、各阶段效益极值（最大值或最小值）的形式。对于各目标函数值取其各阶段效益和的形式，前述 VDP 问题可进一步表述为下述 VDP″问题的形式：

$$
\mathrm{VDP}'':\begin{cases}\mathrm{V}-\min\limits_{x_i\in X}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_N,\boldsymbol{y}_N)\\ \boldsymbol{F}=\{f_1,f_2,\cdots,f_p\}\\ f_i=\sum\limits_{n=1}^{N}\gamma_{in}(\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{y}_n)\end{cases}
$$

为了生成多目标动态规划问题的非劣解，设有权向量 $\boldsymbol{W}$

$$
\boldsymbol{W}=\left\{\boldsymbol{W}\,\middle|\,\boldsymbol{W}\in R^p,w_i\geqslant 0,i=1,2,\cdots,p,\sum_{i=1}^{p}w_i=1\right\}
$$

其中 w_i 为 VDP 问题第 i 个目标的假设权重，由权向量 $\boldsymbol{W}$，多目标动态规划问题（VDP″）可以转化为下述单目标动态规划问题 P（w）求解。

$$
P(w):\begin{cases}\min\limits_{x_i\in X}\sum\limits_{j=1}^{p}w_jf_j(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_N,\boldsymbol{y}_\mathrm{N})\\ =\min\limits_{xi\in X}\sum\limits_{j=1}^{p}w_j\sum\limits_{n=1}^{N}\gamma_{jn}(\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{y}_n)\\ i=1,2,\cdots,N\end{cases}
$$

对于求解单目标动态规划问题 $P(w)$，有递推方程：

$$
\begin{aligned}
& F_{n+1}^{*}(\boldsymbol{y}_{n+1,1}, \boldsymbol{y}_{n+1,2}, \cdots, \boldsymbol{y}_{n+1,m}) \\
= & \min_{x_i \in X} \left\{ \sum_{j=1}^{P} w_j \gamma_{jn}(x_{n1}, x_{n2}, \cdots, x_{nq}, y_{n1}, y_{n2}, \cdots, y_{nm}) \right. \\
& \left. + F_n^{*}(y_{n1}, y_{n2}, \cdots, y_{nm}) \right\}
\end{aligned}
$$

定理 1.3 对于给定的 $\boldsymbol{y}_N$，设 $\boldsymbol{X}^* = (\boldsymbol{x}_1^*, \boldsymbol{x}_2^*, \cdots, \boldsymbol{x}_n^*)$ 是 $P(w)$ 问题经动态规划递推方程求得的最化解，且下述两个条件之一成立：

(1) $w_j > 0$，$\forall j$ $(j=1, 2, \cdots, p)$；

(2) $\boldsymbol{X}^*$ 是 $P(w)$ 问题的唯一解。

则 $\boldsymbol{X}^* = (\boldsymbol{x}_1^*, \boldsymbol{x}_2^*, \cdots, \boldsymbol{x}_N^*)$ 是 VDP″问题的非劣解，即

$$\boldsymbol{x}^* \in X^*$$

上述定理说明对于各个目标函数效益值取其各阶段效益和形式的多目标动态规划问题，用权重法求得的最优解为多目标动态规划问题的非劣解，只要满足定理 1.3 中两个条件之中任意一个。能否通过权重法生成多目标动态规划问题的全部非劣解要看目标函数和约束条件是否具有凸性。对于多目标动态规划问题各目标函数效益取其它形式，读者可以考虑能否用权重法生成多目标动态规划问题的非劣解。

除上述权重法之外，多目标动态规划问题也可以通过约束法生成其非劣解。约束法将多目标动态规划问题 p 个目标函数中的任意一个目标函数作为目标函数，其余目标函数变为约束条件，以一定的约束水平 ϵ_j 加以限制。对于前述 VDP″问题可表述为单目标动态规划问题：

$$
\begin{cases}
\min\limits_{x_i \in X} f_i = \sum\limits_{n=1}^{N} \gamma_{in}(\boldsymbol{x}_n, \boldsymbol{y}_n) \\
0 \leqslant f_j = \sum\limits_{n=1}^{N} \gamma_{jn}(\boldsymbol{x}_n, \boldsymbol{y}_n) \leqslant \epsilon_j \\
G_{kn}(\boldsymbol{x}_n) \geqslant 0 \\
j = 1, 2, \cdots, P, j \neq i \\
i = 1, 2, \cdots, P
\end{cases}
$$

式中 ϵ_j 为第 j 个目标最大可接受水平，或第 j 个目标的上界值。通过求解该问题即可求得非劣解，不断扰动约束 ϵ_j 即可生成非劣解集。

【例 1.2】 用权重法生成下述两个目标函数两个决策变量的双目标动态规划问题的若干个非劣解。

$$
\begin{gathered}
\max \{ f_1(x_1, x_2), f_2(x_1, x_2) \} \\
f_1(x_1, x_2) = 5x_1 - 2x_2 \\
f_2(x_1, x_2) = -x_1 + 4x_2
\end{gathered}
$$

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com