

全国各类成人高等学校 统一招生模拟考试 试题集



数学



北京市成人教育考试办公室

北京师范大学出版社

全国各类成人高等学校
统一招生模拟考试试题集

数 学

北京市成人教育考试办公室 编

登 记

№

1. 为了充分便利读者和提高图书的
利用率, 读者借书应按时归还。

2. 图书不得污损、折角、涂写、撕
毁或遗失, 否则照章处理。

№ 2—3

京 师 范 大 学 出 版 社

(京)新登字160号

全国各类成人高等学校
统一招生模拟考试试题集
数 学

北京市成人教育考试办公室 编
责任校对 贺平 责任印刷 刘林

北京师范大学出版社出版发行
全国新华书店经销
北京市怀柔县渤海印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: 12.25 字数: 304千
1992年8月第1版 1992年8月 第1次印刷
印数: 1—20 000

ISBN7-303-01812-3/G·1150
定价: 8.50元

前 言

为了帮助成人高考考生搞好复习，做好应试前的准备。掌握试题类型，提高应试能力，经国家教委有关部门批准，由北京市成人教育考试办公室会同北京师范大学出版社，组织对于指导成人高考复习具有丰富经验的专家、教授参加编写出《全国各类成人高等学校统一招生模拟考试试题集》丛书。本套丛书包括“语文”、“政治”、“数学”（文、理）、“史地”、“物化”、“英语”共6本。

这套丛书是专为成人高考考生编写的，在编写过程中，我们着重考虑了下列几点：（1）各科不论在内容、题型、题量、难易程度及分数比例上，均严格按照国家教委制定的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》的要求而命题，（2）组织对于指导成人高考复习具有丰富经验的专家、教授参加编写，他们即掌握国家教委对成人高考复习考试的要求，其中多数人参加过成人高考的出题工作，又掌握成人学习的特点、规律。（3）在编写中尽力体现几年来对成人高考要求的新精神、新信息。（4）针对性、实用性是这套丛书的一大特点。

总之，读者可在系统复习的基础上，通过本丛书中的模拟试题测试，达到全面检查和提高学习效果的目的。

这套丛书的编写委员会成员：

主 编：张锡崑

副主编：张宝祥 曹起祥 潘乃新

编 委：沈 淳 刘亚平 李如鸾 潘筱萍

牛瑞纯 王 才 韩景辉 马世言

刘 尧 史景文

参加数学科目编写的同志有：牛瑞纯、李平、张宏、王树强、刘伟、黄同一、吴利、周宾、郑洪伟。

目 录

文史财经类

试题一.....	(1)
试题一参考解答.....	(5)
试题二.....	(12)
试题二参考解答.....	(16)
试题三.....	(25)
试题三参考解答.....	(29)
试题四.....	(37)
试题四参考解答.....	(41)
试题五.....	(50)
试题五参考解答.....	(54)
试题六.....	(64)
试题六参考解答.....	(68)
试题七.....	(75)
试题七参考解答.....	(79)
试题八.....	(86)
试题八参考解答.....	(90)
试题九.....	(97)
试题九参考解答.....	(101)

理工农医类

试题十.....	(107)
试题十参考解答.....	(111)
试题十一.....	(119)
试题十一参考解答.....	(122)
试题十二.....	(132)
试题十二参考解答.....	(136)
试题十三.....	(143)
试题十三参考解答.....	(147)
试题十四.....	(155)
试题十四参考解答.....	(159)
试题十五.....	(166)
试题十五参考解答.....	(170)

试题十六.....	(179)
试题十六参考解答.....	(183)

试题 一

(文史财经类)

题 号	一	二	三					总 分
			21	22	23	24	25	
分 数								

考生注意：这份试卷共三道大题（计25个小题），满分100分。

得分	评卷人

一、选择题（本大题共12小题，每小题3分，共36分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后括号内。）

(1) 在0到 2π 之间，满足 $\sin x = -\frac{1}{2}$ 的 x 值是

(A) $\frac{2\pi}{3}$ 或 $\frac{5\pi}{3}$

(B) $\frac{4\pi}{3}$ 或 $\frac{5\pi}{3}$

(C) $\frac{7\pi}{6}$ 或 $\frac{5\pi}{6}$

(D) $\frac{7\pi}{6}$ 或 $\frac{11\pi}{6}$

[]

(2) 不等式 $\lg(x^2 + 2) < 0$ 的解集是

(A) $(-1, 1)$

(B) $\mathbb{R}$

(C) $\emptyset$

(D) $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

[]

(3) 由曲线 $y = |x + 1|$ 和 $(x + 1)^2 + y^2 = 4$ 所围成的最小区域的面积是

(A) $\frac{\pi}{4}$

(B) $\frac{\pi}{2}$

(C) π

(D) 2π

(4) 当 $m > n > 1$ 且 $0 < a < 1$ ，下列不等式成立的是

(A) $a^m > a^n$

(B) $a^m > a^n$

(C) $a^{-m} < a^{-n}$

(D) $m^a < n^a$

[]

(5) 已知 $\operatorname{tg} A + \operatorname{ctg} A = 2\left(\frac{m^2+n^2}{m^2-n^2}\right)$, ($m > 0, n > 0$),

$\frac{\pi}{4} < A < \frac{\pi}{2}$, 则 $\cos 2A$ 的值是

- (A) $\frac{m^2-n^2}{m^2+n^2}$ (B) $\frac{-2mn}{m^2+n^2}$
(C) $\frac{2mn}{m^2+n^2}$ (D) $\frac{-2mn}{m^2+n^2}$ 或 $\frac{2mn}{m^2+n^2}$

[]

(6) 甲: $m+n$ 是偶数, 乙: m^2+n^2 是偶数, 那么

- (A) 甲是乙的充分而不必要条件
(B) 甲是乙的必要而不充分条件
(C) 甲是乙的充要条件
(D) 甲对乙既不充分也不必要条件

[]

(7) 双曲线 $9x^2 - 7y^2 + 63 = 0$ 的焦点坐标是

- (A) $(0, -\sqrt{2}), (0, \sqrt{2})$ (B) $(-\sqrt{2}, 0), (\sqrt{2}, 0)$
(C) $(0, -4), (0, 4)$ (D) $(-4, 0), (4, 0)$

[]

(8) 设集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{y \mid y \leq A\}$, 则 A 与 B 之间的关系是

- (A) $A \in B$ (B) $A \subset B$
(C) $A \supset B$ (D) $A \subseteq B$

[]

(9) 若实数 x, y, z 满足 $(8y-1)^2 + |x-16y| + \sqrt{z^2-4z+4} = 0$, 那么 $\log_z y^x$ 的值是

- (A) -6 (B) 0
(C) $\frac{1}{64}$ (D) $\frac{1}{8}$

[]

(10) 函数 $f(x) = \frac{(x+1)^0}{\sqrt{|x|-x}}$ 的定义域是

- (A) ϕ (B) $x \leq 0$
(C) $x < 0$ (D) $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$

[]

(11) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 若 n 为奇数, $\frac{a_n+1}{2} = m$, 则 $\frac{a_{2n}+1}{2}$ 等于

(A) mq^{n-1}

(B) mq^n

(C) $mq^{\frac{n+1}{2}}$

(D) $mq^{\frac{2n-1}{2}}$

(12) $(4x-3)^6 = a_0x^6 + a_1x^5 + a_2x^4 + a_3x^3 + a_4x^2 + a_5x + a_6$

那么 $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$ 等于

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

得分	评卷人

二、填空题 (本大题共8小题每小题3分, 共24分, 把答案填在题中横线上)

(13) 如果 $y = \log_{a^2-1} x$ 在 $(0, +\infty)$ 内是减函数, 那么 a 的取值范围是 $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

(14) $\triangle ABC$ 中, 已知 $B = 60^\circ$, $AB = 63$, $BC = 48$, 则 $AC =$ $21\sqrt{3}$

(15) 如果 $\lg \sin \theta = m$, $\lg \cos \theta = n$, 那么 $\sin 2\theta =$ $2 \times 10^{m+n}$

(16) 当 $m \leq -1$ 时, $|m+1| + m =$ -1

(17) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 20$, $a_n = 54$, $S_n = 999$, 那么公差 $d =$ 37

(18) 已知 F_1, F_2 是椭圆 $4x^2 + y^2 = 4$ 的焦点, 且 P 点是椭圆上一点 (长轴端点除外), 那么 $\triangle PF_1F_2$ 的周长 = $4 + 2\sqrt{3}$

(19) 设 $0 < a < 1$, 则点 $P(\lg \frac{1}{a}, 1 - \lg \frac{1}{a})$ 在第 一 象限.

(20) 如果双曲线的实轴长为16, 离心率 $e = \frac{5}{4}$, 焦点在 y 轴上, 那么此双曲线标准方程为 $\frac{y^2}{64} - \frac{x^2}{48} = 1$

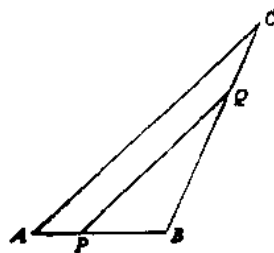
三、解答题 (本大题共5小题, 共40分)

得分	评卷人

(21) (本小题满分6分)

如图所示在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 8\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$, $\angle B = 120^\circ$, 点 P 从点 A 开始向点 B 以 1cm/秒 的速度在 AB 边上移动, 点 Q 从点 C 开始向点 B 以 2cm/秒 的速度在 CB 边上移动, 如果 P, Q 分别从 A, C 同时出发, 求 (1) 几秒钟后 $\triangle PBQ$ 的面积是 $\triangle ABC$ 的面积的一半. (2) 这时 P, Q 两点间的距离是多少?

〔解〕



得分	评卷人

(22) (本小题满分7分)

已知圆的方程为 $x^2 + y^2 = 4$, 求斜率为2且与圆相切的切线方程。

〔解〕

得分	评卷人

(23) (本小题满分7分)

求证: $1 + \operatorname{tg} A \operatorname{tg} \frac{A}{2} = \sec A$.

〔证〕

得分	评卷人

(24) (本小题满分10分)

设抛物线 $y = -x^2 + 4$ 和直线 $y = 3x$ 的二交点为 A, B , 点 P 在抛物线上由 A 到 B 运动, 求

当 $\triangle APB$ 的面积最大时, P 点的坐标.

〔解〕

得分	评卷人

(25) (本小题满分10分)

设有数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_0 = 7$, $a_1 = 10$, 且 $2a_{n+1} - 3a_n + a_{n-1} = 0$, 求 a_n .

〔解〕

试题一参考解答

(文史财经类)

一、选择题 本题考查基本知识和基本运算.

(1) $\because \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $\sin x = -\frac{1}{2} < 0$, $\therefore x$ 在第三、四象限. $\sin \frac{7\pi}{6}$

$$= \sin \left(\pi + \frac{\pi}{6} \right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}, \quad \sin \frac{11\pi}{6} = \sin \left(2\pi - \frac{\pi}{6} \right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}.$$

所以本小题答案应选择D.

(2) $\because \lg(x^2 + 2) < 0$, 即 $\lg(x^2 + 2) < \lg 1$, $x^2 + 2 < 1$, 所以 $x^2 < -1$.

$\therefore$ 在实数范围内 x 不存在, 也就是原不等式的解集为 ϕ .

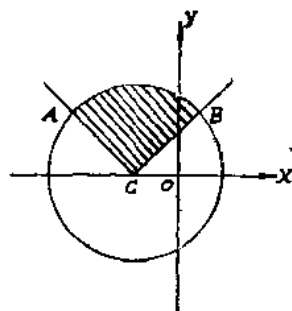
所以本小题答案应选择C.

(3) $y = |x + 1| = \begin{cases} x + 1 & (x \geq -1) \\ -x - 1 & (x < -1) \end{cases}$ 的图

象是以 $C(-1, 0)$ 为端点的射线 CB 和 CA , 且 $CB \perp CA$.

又 $(x + 1)^2 + y^2 = 4$ 是以 $C(-1, 0)$ 为圆心, 2 为半径的圆, 它们所围成的最小区域如图所示的阴影部分为圆面积的四分之一, 即 $\frac{1}{4} \pi 2^2 = \pi$.

所以本小题答案应选择C.



(4) $\because y=a^x$ 在 $0 < a < 1$ 时为减函数, 当 $m > n$ 时有 $a^m < a^n$, 即 $a^n > a^m$. 所以本小题答案应选择B. (本小题也可将 a, m, n 用符合题设条件的特殊数值进行验证方法得到答案.)

$$(5) \operatorname{tg} A + \operatorname{ctg} A = 2 \left(\frac{m^2 + n^2}{m^2 - n^2} \right),$$

$$\text{而 } \operatorname{tg} A + \operatorname{ctg} A = \frac{\sin A}{\cos A} + \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\sin A \cos A} = \frac{2}{\sin 2A} = 2 \left(\frac{m^2 + n^2}{m^2 - n^2} \right).$$

$$\therefore \sin 2A = \frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2}, \text{ 又 } \frac{\pi}{4} < A < \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} < 2A < \pi.$$

$$\cos 2A = -\sqrt{1 - \sin^2 2A} = -\sqrt{1 - \left(\frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2} \right)^2} = -\frac{2mn}{m^2 + n^2}.$$

所以本小题答案应选择B.

(6) 若 $m+n$ 是偶数, 则 $m^2 - n^2 = (m+n)(m-n)$ 也是偶数, 这是显然的.

反之, 若 $m^2 - n^2$ 是偶数, 则 $m+n$ 也是偶数也是成立的.

否则若 $m+n$ 不是偶数而是奇数,

令 $m+n=2k+1$ ($k \in \mathbb{Z}$), 有 $m=2k+1-n$,

$m-n=2k+1-n-n=2(k-n)+1$ 也是奇数.

$m^2 - n^2 = (m+n)(m-n)$ 也就是奇数. 这和已知条件相矛盾. $\therefore m+n$ 必是偶数.

所以本小题答案应选择C.

$$(7) \text{ 将 } 9x^2 - 7y^2 + 63 = 0 \text{ 化为 } -\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

$$a^2 = 9, b^2 = 7, c^2 = a^2 + b^2 = 9 + 7 = 16, c = 4,$$

且焦点在 y 轴上, 焦点坐标为 $(0, -4), (0, 4)$.

所以本小题答案应选择C.

(8) $y \subseteq A = \{1, 2\}$, y 是 A 的子集, 有 $\phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$.

$$\therefore B = \{y \mid y \subseteq A\} = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}.$$

则集合 A 是集合 B 的一个元素, $\therefore A \in B$.

故本小题答案应选择A.

(9) 由 $(8y-1)^2 + |x-16y| + \sqrt{z^2 - 4z + 4} = 0$, 得

$$\begin{cases} 8y-1=0 \\ x-16y=0 \\ z^2-4z+4=0. \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} y=\frac{1}{8} \\ x=2 \\ z=2. \end{cases}$$

$$\log_2 y^2 = \log_2 \left(\frac{1}{8} \right)^2 = \log_2 (2)^{-6} = -6.$$

所以本小题答案应选择A.

$$(10) \text{ 在函数 } f(x) = \frac{(x+1)^0}{\sqrt{|x|-x}} \text{ 中,}$$

$$\begin{cases} x+1 \neq 0 & x \neq -1 \\ |x| - x > 0 & |x| > x. \text{ 若 } x > 0, \text{ 则 } x > x \text{ 舍去. 若 } x < 0, \text{ 则 } -x > x, 2x < 0, \\ & x < 0. \end{cases}$$

即 $x < 0$ 且 $x \neq -1$, 定义域为 $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$.

所以本小题答案应选择D.

$$(11) \frac{a_{2n+1}}{a_{2n+1}} = -\frac{a_1 q^n}{a_1 j^{2n}} = -\frac{1}{q^n}.$$

$$a_{2n+1} = a_{2n+1} q^n = 2mq^n, \quad \frac{a_{2n+1}}{2} = mq^n.$$

所以本小题答案应选择B.

$$(12) \text{ 在 } (4x-3)^6 = a_0 x^6 + a_1 x^5 + a_2 x^4 + a_3 x^3 + a_4 x^2 + a_5 x + a_6,$$

当 $x=1$ 时, 右式 $= a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$.

而左式 $= (4 \times 1 - 3)^6 = 1$.

$$\therefore a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1.$$

所以本小题答案应选择B.

二、填空题 (本题考查基础知识和基本运算)

(13) $\eta = \log_{a-1} x$ 在 $(0, +\infty)$ 内是减函数,

$$\therefore 0 < a^2 - 1 < 1, 1 < a^2 < 2, 1 < a < \sqrt{2}.$$

即 a 的取值范围是 $1 < a < \sqrt{2}$.

(14) $\triangle ABC$ 中由余弦定理得:

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos B = 63^2 + 48^2 - 2 \times 63 \times 48 \cos 60^\circ \\ &= 3249, \quad \therefore AC = \underline{57}. \end{aligned}$$

(15) $\lg \sin \theta = m, \lg \cos \theta = n, \therefore \sin \theta = 10^m, \cos \theta = 10^n.$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta = 2 \cdot 10^m \cdot 10^n = \underline{2 \cdot 10^{m+n}}.$$

(16) 当 $m \leq -1$ 时, $m+1 \leq 0$.

$$\text{则 } |m+1| + m = -(m+1) + m = -m-1+m = \underline{-1}.$$

$$(17) S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}, 999 = \frac{(20 + 54)n}{2}, n = \underline{27}.$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d, 54 = 20 + (27-1)d, \therefore d = \underline{\frac{17}{13}}.$$

$$(18) \text{ 将椭圆 } 4x^2 + y^2 = 4 \text{ 化为 } \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 1,$$

$$a^2 = 4, b^2 = 1, c^2 = a^2 - b^2 = 4 - 1 = 3,$$

$$a = 2, b = 1, c = \sqrt{3}, |PF_1| + |PF_2| = 2a = 2 \times 2 = 4.$$

$$|F_1 F_2| = 2c = 2\sqrt{3}, \triangle PF_1 F_2 \text{ 的周长} = \underline{4 + 2\sqrt{3}}.$$

(19) $0 < a < 1$, 则 $\frac{1}{a} > 1, \lg \frac{1}{a} > 0$.

$$1 - \log_a \frac{1}{a} = 1 - (\log_a 1 - \log_a a) = 1 - (0 - 1) = 2 > 0.$$

$\therefore$ 点 $P(\lg \frac{1}{a}, 1 - \log_a \frac{1}{a})$ 在第一象限.

(20) $2a = 18$, 则 $a = 8, e = \frac{c}{a}, c = a \cdot e = 8 \cdot \frac{5}{4} = 10$,

$$b^2 = c^2 - a^2 = 10^2 - 8^2 = 36, b = 6.$$

$\therefore$ 焦点在 y 轴上, $\therefore$ 双曲线方程为 $\frac{y^2}{64} - \frac{x^2}{36} = 1$.

三、解答题

(21) 如图在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 8\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$, $\angle B = 120^\circ$, 点 P 从点 A 开始向点 B 以 1cm/秒 的速度在 AB 边上移动, 点 Q 从点 C 开始向点 B 以 2cm/秒 的速度在 CB 边上移动, 如果 P, Q 分别从 A, C 同时出发, 求 (1) 几秒钟后 $\triangle PBQ$ 的面积是 $\triangle ABC$ 的面积的一半.

(2) 这时 P, Q 两点的距离是多少?

本题考查三角形面积公式、余弦定理以及一元二次方程的应用.

分析: (i) 要依条件将 $\triangle PBQ$ 和 $\triangle ABC$ 的面积表示出来, 并列方程求解.

(ii) 利用余弦定理.

解: (i) 设 t 秒后 $\triangle PBQ$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积的一半 ($0 \leq t \leq 6$).

则 $PB = AB - AP = 8 - t$, $QB = CB - CQ = 12 - 2t$.

$$S_{\triangle PBQ} = \frac{1}{2} PB \cdot QB \sin B = \frac{1}{2} (8 - t) (12 - 2t) \sin 120^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} (8 - t) (12 - 2t).$$

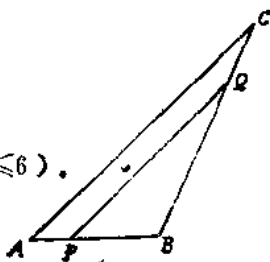
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \sin B = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8 \times 12 = 24\sqrt{3}.$$

$$\therefore S_{\triangle PBQ} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{4} (8 - t) (12 - 2t) = \frac{1}{2} \times 24\sqrt{3}.$$

$$\text{即 } t^2 - 14t + 24 = 0.$$

$$\text{解得 } t_1 = 2, t_2 = 12 (\text{舍}).$$



$$\therefore PB = 8 - 2 = 6, QB = 12 - 4 = 8.$$

(ii) 由余弦定理得

$$PQ^2 = PB^2 + QB^2 - 2PB \cdot QB \cos B$$

$$= 6^2 + 8^2 - 2 \times 6 \times 8 \cos 120^\circ$$

$$= 36 + 64 - 2 \times 6 \times 8 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 148.$$

$$PQ = \sqrt{148} = 2\sqrt{37} \text{ (cm)}.$$

(22) 已知圆的方程为 $x^2 + y^2 = 4$, 求斜率为 2 且与圆相切的切线方程.

本题考查应用直线和圆有关知识求圆的切线方程.

分析: 本题关键在求切线的截距.

解法一: 设切线为 $y = 2x + m$, 代入 $x^2 + y^2 = 4$ 并化简得

$$5x^2 + 4mx + m^2 - 4 = 0.$$

$\because$ 直线与圆相切, $\therefore \Delta = 16m^2 - 20(m^2 - 4) = 0$.

则 $m = \pm 2\sqrt{5}$.

所求的切线方程为 $y = 2x + 2\sqrt{5}$ 和 $y = 2x - 2\sqrt{5}$.

解法二: 由圆心 $(0, 0)$ 到切线 $y = 2x + m$ 的距离等于圆的半径 2, 有

$$\frac{|2 \times 0 - 0 + m|}{\sqrt{2^2 + 1}} = 2, \quad |m| = 2\sqrt{5}, \quad m = \pm 2\sqrt{5}.$$

所求圆的切线为 $y = 2x \pm 2\sqrt{5}$.

(23) 求证 $1 + \operatorname{tg} A \operatorname{tg} \frac{A}{2} = \sec A$.

本题主要考查三角函数的恒等变形.

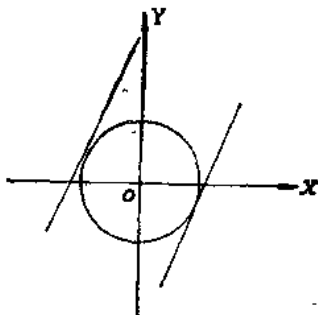
分析: 先将右边化为半角函数进行变形, 再化为单角函数.

$$\text{证: 左式} = 1 + \frac{2\operatorname{tg} \frac{A}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{A}{2}} \cdot \operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{A}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{A}{2}}$$

$$= \frac{1 + \frac{\sin^2 \frac{A}{2}}{\cos^2 \frac{A}{2}}}{1 + \frac{\sin^2 \frac{A}{2}}{\cos^2 \frac{A}{2}}} = \frac{\cos^2 \frac{A}{2} + \sin^2 \frac{A}{2}}{\cos^2 \frac{A}{2} - \sin^2 \frac{A}{2}}$$

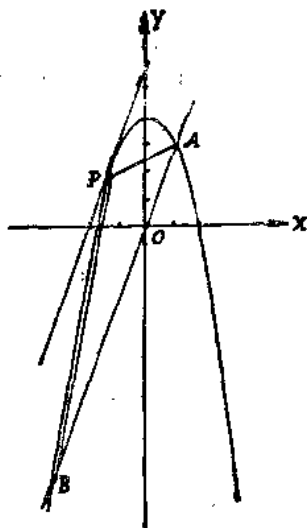
$$= \frac{1}{\cos A} = \sec A = \text{右式}.$$

(24) 设抛物线 $y = -x^2 + 4$ 和直线 $y = 3x$ 的二交点为 A, B . 点 P 在抛物线上由 A 到 B 运动, 求当 $\triangle APB$ 的面积最大时 P 点的坐标.



本题主要考查直线、抛物线以及二次函数等有关知识的综合应用能力。

分析：因为抛物线 $y = -x^2 + 4$ 及直线 $y = 3x$ 的交点 A 、 B 是确定的，则 $|AB|$ 是定长，那么 $S_{\triangle PAB}$ 的面积由 AB 边上的高在何时最大而取得。最大面积。也就是 P 点在何处，它和 AB 距离最大。



解法一：
$$\begin{cases} y = 3x \\ y = 4 - x^2 \end{cases} \text{ 消去 } y \text{ 得 } x^2 + 3x - 4 = 0,$$

故有 $x_1 = -4, x_2 = 1$.

设 P 点坐标为 (x_0, y_0) ，则 $y_0 = 4 - x_0^2$ ，且 $-4 < x_0 < 1$ 。 P 到直线 $AB: 3x - y = 0$ 的距离为 h 。

$$\text{则 } h = \frac{|3x_0 - y_0|}{\sqrt{3^2 + 1}} = \frac{|3x_0 - 4 + x_0^2|}{\sqrt{10}} = \frac{\left| \left(x_0 + \frac{3}{2} \right)^2 - \frac{25}{4} \right|}{\sqrt{10}}.$$

当 $x_0 = -\frac{3}{2}$ 时， $\left| \left(x_0 + \frac{3}{2} \right)^2 - \frac{25}{4} \right|$ 有最大值为 $\frac{25}{4}$ ，也就是 h 有最大值

$-\frac{5}{4\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{8}$ 。此时 $S_{\triangle PAB}$ 最大。

当 $x_0 = -\frac{3}{2}$ 时， $y_0 = 4 - \left(-\frac{3}{2} \right)^2 = \frac{7}{4}$ 。

即 P 点坐标为 $\left(-\frac{3}{2}, \frac{7}{4} \right)$ 。

解法二： $\because$ 在 $\triangle PAB$ 中， AB 边长可以求出，且其长度是确定的，当 AB 边上的高最大时， $\triangle ABC$ 的面积最大，此时过 P 点而与 AB 平行的直线和抛物线相切，因此也可以考虑求和 AB 平行而和抛物线相切的直线，从而求出切点坐标即可。

设和 AB 平行且与抛物线相切的直线为 $y = 3x + m$ 。

则
$$\begin{cases} y = 3x + m \\ y = 4 - x^2 \end{cases} \text{ 只有一个公共点。}$$

$3x + m = 4 - x^2, x^2 + 3m + m - 4 = 0,$

$\Delta = 3^2 - 4(m - 4) = 0, m = \frac{25}{4}.$

$\therefore$ 切线为 $y = 3x + \frac{25}{4}.$

$$\begin{cases} y = 3x + \frac{25}{4} \\ y = 4 - x^2 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ y = \frac{7}{4} \end{cases}$$

所求的P点坐标为 $(-\frac{3}{2}, \frac{7}{4})$ 。

(25) 设有数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_0 = 7$, $a_1 = 10$, 且 $2a_{n+1} - 3a_n + a_{n-1} = 0$, 求 a_n .
 本题考查等比数列有关知识概念以及综和变形能力。

分析: 本题应由所给条件 $2a_{n+1} - 3a_n + a_{n-1} = 0$ 找出项与项之间的关系入手。

解: $\because 2a_{n+1} - 3a_n + a_{n-1} = 2(a_{n+1} - a_n) - (a_n - a_{n-1}) = 0$,

$$\therefore 2(a_{n+1} - a_n) = a_n - a_{n-1}, \text{ 即 } \frac{a_{n+1} - a_n}{a_n - a_{n-1}} = \frac{1}{2}.$$

设 $b_n = a_n - a_{n-1}$, 则 $b_{n+1} = a_{n+1} - a_n$.

$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{1}{2}$, $\therefore$ 数列 $\{b_n\}$ 是公比为 $\frac{1}{2}$ 的等比数列, 首项 $b_1 = a_1 - a_0 = 10 - 7 = 3$,

$$\therefore S_n = \left(\frac{3(1 - \frac{1}{2^n})}{1 - \frac{1}{2}} \right) = 6 \left(1 - \frac{1}{2^n} \right).$$

而 $S_n = b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b_n$

$$\begin{aligned} &= (a_1 - a_0) + (a_2 - a_1) + (a_3 - a_2) + \cdots + (a_n - a_{n-1}) \\ &= -a_0 + a_n = a_n - a_0, \end{aligned}$$

$$\therefore a_n - a_0 = 6 \left(1 - \frac{1}{2^n} \right) = 6 - \frac{6}{2^n},$$

$$a_n = 7 + 6 - \frac{6}{2^n} = 13 - \frac{6}{2^n}.$$