

中国建筑工业出版社

简明建筑基础 计算与设计手册

张季容 朱向荣 编著



913768

简明建筑基础计算与设计手册

张季容 朱向荣 编著

中国建筑工业出版社

(京)新登字 035 号

本书系统地介绍了各类基础的计算和设计方法, 主要内容包括: 地基模型和土参数的确定、刚性基础和扩展基础、柱下条形基础、十字交叉条形基础、筏形基础、箱形基础和桩基础。全书力求系统性、科学性和实用性。为便于实际应用, 书中列有各种表格, 各计算方法都附有例题, 并列有 8 个源程序。

本书可作为高校土木工程专业高年级学生和研究生参考用书, 也可供工程技术人员和研究人员参考。

简明建筑基础计算与设计手册

张季容 朱向荣 编著

*

中国建筑工业出版社出版、发行 (北京西郊百万庄)

新华书店经销

北京二二〇七厂印刷

*

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 17 字数: 413 千字

1997 年 2 月第一版 1997 年 2 月第一次印刷

印数: 1 7000 册 定价: 23.00 元

ISBN 7-112-03013-7

TU·2304 (8128)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

前 言

随着建筑事业的发展,常在各种复杂地质条件下建造多层和高层建筑,如何经济合理地进行基础的计算与设计是一个复杂而又在实际工程中需要解决的问题。

本书系统地介绍了各类基础的计算与设计方法。对于天然地基上的基础,工程中常采用柱下条形基础、十字交叉条形基础、片筏基础和箱形基础等型式。在常规的设计中,假设基础为绝对刚性,按基底反力为直线分布的简化方法计算,这种传统的方法已难以得出满意的结果,比较合理的计算方法应按弹性地基上的梁板理论,即考虑基础与土的共同作用,但这种分析方法比较复杂,随着电子计算机在建筑工程中的应用,使更合理地计算这类基础成为可能。本书介绍了地基模型与土参数的确定、简化计算法、美国混凝土学会(ACI) 436 委员会推荐的计算方法、有限差分法和有限单元法等。各种方法都附有计算例题,并列有 8 个源程序,便于在实际工程中应用。

当在软弱地基上建造多层和高层建筑时,采用天然地基上的基础一般不能满足要求,在工程中常采用桩基础,本书结合当今桩基理论的发展和新颁布的《建筑桩基技术规范》(JGJ 94—94),对桩基础的理论和计算作了详细的介绍,内容有桩的类型、桩的荷载传递机理、单桩和群桩的承载力、桩基沉降计算方法、桩基设计等,为便于在实际工程中应用,书中列有许多表格,并有一工程实例。全书力求系统性、科学性和实用性。

作者曾为浙江大学土木系高年级学生开设选修课《基础工程》,本书以该选修课教材为基础,总结十多年的教学经验,并结合科研成果和当今的发展现状,经修改、补充编写而成。全书共六章,第一章~第五章由张季容撰写,第六章由朱向荣撰写。

在本书编写过程中,得到本校老师和学生的帮助,感谢楼文娟博士和姚坚博士为本书中的源程序作了编制和调试工作,感谢硕士研究生朱赞凌和高浪为本书的书稿作了誊写工作,感谢姚勇和郑馥为本书的插图作了绘图工作,作者在此对所有支持和帮助本书出版的老师和学生致以深切谢意。

限于作者水平,书中难免有不妥之处,恳请读者批评指正。

目 录

第一章 地基模型与土参数的确定	1
第一节 文克尔地基模型	1
第二节 弹性半空间地基模型	2
第三节 分层地基模型	6
第四节 双参数弹性地基模型	7
第五节 层向各向同性体模型	9
第六节 非线性弹性模型	10
第七节 基床系数的确定	12
第八节 土的波桑比和变形模量的确定	15
第二章 刚性基础与扩展基础	19
第一节 刚性基础	19
第二节 钢筋混凝土独立基础	20
一、构造要求	20
二、基础底面积计算	23
三、基础抗冲切验算	25
四、基础底板弯矩和配筋计算	26
五、杯形基础设计实例	27
第三节 墙下条形基础	30
第三章 柱下条形基础	34
第一节 概述	34
第二节 结构与构造	35
第三节 简化计算法	36
一、基础底面尺寸的确定	36
二、翼板的计算	36
三、基础内力分析	37
第四节 文克尔地基上的梁	41
一、弹性地基梁的挠曲微分方程	41
二、无限长梁和半无限长梁的解	43
三、有限长梁	49
第五节 美国混凝土学会 (ACI) 计算法	51
一、总的原则	51
二、基底反力和基础内力计算	52
三、美国混凝土学会法程序	57
第六节 链杆法	60
一、基本原理	60
二、链杆法程序	66
第七节 有限差分法	70
一、有限差分方程	70
二、文克尔地基上梁的有限差分法	70
三、弹性半空间地基上梁的有限差分法	73
四、有限差分法程序	75
第八节 有限单元法	80
一、梁的刚度矩阵	80
二、地基的刚度矩阵	81
三、总刚度矩阵	82
四、弹性地基梁有限单元法程序	83
第九节 十字交叉条形基础	88
一、节点荷载分配法	89
二、节点荷载分配的简化法	89
三、节点分配荷载的调整	91
四、交叉条形基础柱荷载分配计算程序	94
第四章 片筏基础	104
第一节 概述	104
第二节 片筏基础的设计原则和构造要求	105
第三节 刚性板条法	106
第四节 美国混凝土学会计算法	110
一、刚性方法	110
二、柔性方法	110
三、柔性方法 (一般情况) 程序	120
第五节 有限差分法	124
一、板的弹性挠曲微分方程和板的内力	124
二、差分公式和板内力的差分表示	125
三、基础板的差分方程	126

第六节 有限单元法	130	第一节 概述	166
一、基础板的应力矩阵和刚度矩阵	130	一、引言	166
二、地基刚度矩阵	135	二、桩的作用	166
三、总刚度矩阵	136	三、桩的适用范围	167
四、弹性地基板有限单元法程序	136	四、桩的分类	168
第五章 箱形基础	146	五、对桩基的基本要求	171
第一节 概述	146	六、桩基的两种极限状态	172
第二节 构造要求	147	第二节 桩的荷载传递机理	173
第三节 地基计算	148	一、竖向荷载下单桩的荷载传递	173
一、地基强度验算	148	二、桩侧负摩阻力	177
二、地基变形计算	149	三、关于群桩的荷载传递	179
三、整体倾斜	150	第三节 桩的承载力	181
第四节 基底反力	151	一、单桩承载力	181
第五节 箱形基础的内力分析	153	二、群桩极限承载力	197
第六节 基础强度计算	155	三、群桩软弱下卧层承载力验算	201
一、顶板与底板	155	第四节 桩基础的沉降	204
二、内墙与外墙	155	一、单桩沉降	204
三、洞口	156	二、群桩基础沉降	209
第七节 箱形基础计算实例	157	三、桩基变形允许值	233
一、荷载计算	157	第五节 桩基设计	235
二、地基承载力验算	158	一、桩基设计原则、设计内容和步骤	235
三、基础沉降计算	159	二、桩型和持力层的选择	237
四、基础横向倾斜计算	160	三、桩数和布置	240
五、基底反力计算	160	四、桩身结构设计和计算	242
六、箱基内力计算	161	五、承台设计和计算	247
七、底板配筋计算	164	六、桩基设计实例	253
八、底板强度验算	164	参考文献	264
第六章 桩基础	166		

第一章 地基模型与土参数的确定

合理地选择地基模型是弹性地基上基础计算的一个重要问题。由于土性态的复杂性, 要用一个普遍都能适用的数学模型描述土的这种性状是困难的, 随着人们认识的发展, 曾提出过不少理想化的地基模型。1867 年文克尔 (Winkler) 提出一种最简单的线弹性理想化模型, 假设土介质表面每一点的压力与该点的竖向位移成正比, 而与土和基础界面上其他各点完全无关, 虽然后来的研究指出文克尔假设存在一些缺点, 但仍延用至今。另一种理想化模型是将土介质用弹性半空间的连续体来描述, 即称为弹性半空间地基模型, 它考虑到土连续性的性态, 但在土与基础共同作用分析中需要求解积分方程, 在数学上是复杂的, 并且基础内力计算结果偏大。后来 Filonelko-Borodich (1940)^[2]、Hetenyi (1946)^[1] 等人提出一种介于文克尔地基模型和弹性半空间地基模型之间的中间模型, 即双参数地基模型, 其中的一种是在文克尔模型的各弹簧之间引入相互的力学作用, 使土介质表面的位移不仅发生在受荷面积之内, 也发生在受荷面积之外, 其计算结果更为合理。层向各向同性体模型也是一种线弹性模型, 它考虑到土介质在形成过程中的成层特点。近年来, 在土与结构的共同作用分析中, 广泛应用分层地基模型, 其计算结果一般介于文克尔地基和弹性半空间地基模型之间, 更接近于实际。此外, 考虑到土的非线性性态、弹塑性性态以及随时间而变化的性态还有待于进一步研究。

计算结果的精确性很大程度上决定于土参数的确定, 本章的后面部分介绍文克尔基床系数 k , 土的波桑比 μ_0 和土的变形模量 E_0 的确定方法。

第一节 文克尔地基模型

文克尔提出土体表面任一点的压力强度与该点的沉降成正比的假设, 即

$$p = ks \quad (1-1)$$

式中 p ——土体表面某点单位面积上的压力, kN/m^2 ;

s ——相应于某点的竖向位移, m ;

k ——基床系数 kN/m^3 。

文克尔假设的实质是将地基看成许多互不联系的弹簧, 弹簧的刚度即基床系数 k 。图 1-1 表示几种不同荷载和不同基础刚度的文克尔地基的变形情况。可见, 假设基底反力为直线分布的计算方法就是文克尔地基上绝对刚性基础的情况。

以后深入的研究指出文克尔假设的缺点, 首先, 文克尔假设忽略了地基中的剪力, 因而无法考虑地基中的应力扩散, 从而地基的变形只发生在基础荷载作用范围以内, 这显然与实际不符。其次, 试验研究指出, 在同一压力作用下, 基床系数 k 不是常数, 它不仅与土的性质、类别有关, 还与基础底面积的大小、形状以及基础的埋置深度等因素有关。

由于文克尔地基模型在计算分析中比较简便, 故目前在实用上还被广泛采用, 一般认

为, 当地基土较软弱 (例如淤泥、软粘土地基), 或当地基的压缩层较薄, 与基础最大的水平尺寸相比成为很薄的“垫层”时, 宜采用文克尔地基模型进行计算。

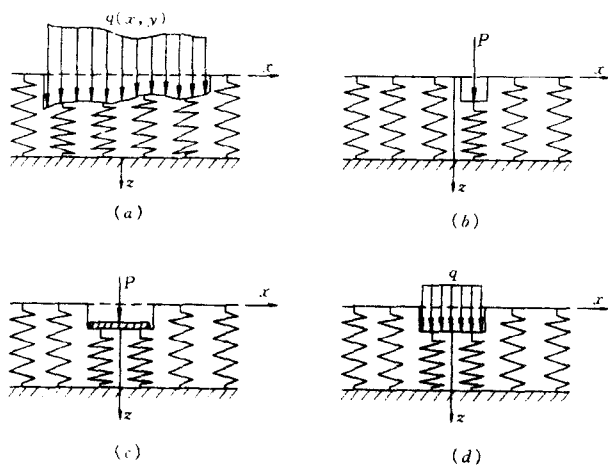


图 1-1 文克尔地基模型

(a) 非均布荷载; (b) 集中荷载; (c) 刚性荷载; (d) 均布柔性荷载

第二节 弹性半空间地基模型

鉴于文克尔地基模型的缺点, 以后有学者提出了弹性半空间地基模型, 即将地基看成是均质的、各向同性的弹性半无限体, 按理论分析作用在地基上的压力与变形之间的关系。

根据弹性理论, 对于平面应力问题, 在半平面体边界上受法向集中力 P 作用 (图 1-2a), 如果以点 M 为基准点, 符拉芒 (Flaiment) 得出任意点 i 对 M 点的相对竖向位移为

$$y = \frac{2P}{\pi E} \ln \frac{D}{r} \quad (1-2)$$

式中 P ——集中力;

E ——弹性体的弹性模量;

D ——集中力作用点离基准点的距离;

r ——集中力作用点离计算点的距离。

如果单位力均布在半平面体边界的 c 长度范围内 (图 1-2b), 分布力的集度为 $p_0 = \frac{1}{c}$, 应用式 (1-2), 并进行积分, 可得距分布荷载中点 j 距离为 x 的 i 点的相对竖向位移, 当 i 点在荷载外方时:

$$\begin{aligned} y_{ij} &= \frac{2}{\pi E c} \int_{x-\frac{c}{2}}^{x+\frac{c}{2}} \ln \frac{D}{r} dr \\ &= \frac{1}{\pi E} \left\{ -2 \frac{x}{c} \ln \left[\frac{2 \frac{x}{c} + 1}{2 \frac{x}{c} - 1} \right] - \ln \left[\left(2 \frac{x}{c} + 1 \right) \left(2 \frac{x}{c} - 1 \right) \right] + 2 \ln \frac{D}{c} + 2 + 2 \ln 2 \right\} \end{aligned}$$

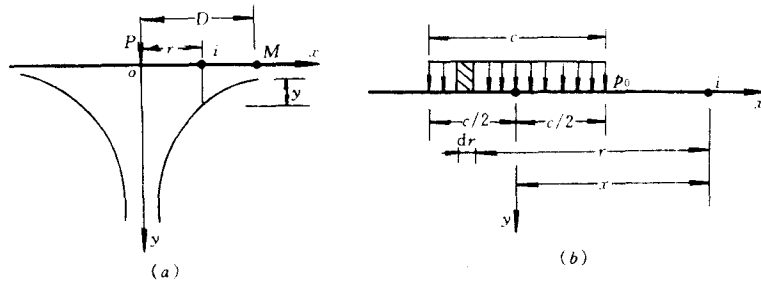


图 1-2 半平面体边界上受集中力和分布力

$$\text{令} \quad F_{ij} = -2 \frac{x}{c} \ln \left[\frac{2 \frac{x}{c} + 1}{2 \frac{x}{c} - 1} \right] - \ln \left[\left(2 \frac{x}{c} + 1 \right) \left(2 \frac{x}{c} - 1 \right) \right] \quad (1-3)$$

$$G = 2 \ln \frac{D}{c} + 2 + 2 \ln 2 \quad (1-4)$$

则得

$$y_{ij} = \frac{1}{\pi E} (F_{ij} + G) \quad (1-5)$$

如 i 点在均布荷载的中心点, 即 $x=0$, 则

$$y_{ij} = \frac{2}{\pi E} \int_0^{\frac{c}{2}} \frac{2}{c} \ln \frac{D}{r} dr$$

积分的结果仍能得到式 (1-5), 只是这时应取 $F_{ij}=0$ 。

对于平面应变问题, 以上计算公式应以 $\frac{E}{1-\mu^2}$ 代替 E (μ 为弹性体材料的波桑比)。

当弹性半空间体表面作用一集中力 P 时 (图 1-3), 由布辛奈斯克 (Boussinesq) 解, 可得弹性半空间体表面任一点的竖向位移 (沉降) 为

$$y = \frac{P(1-\mu^2)}{\pi E r} \quad (1-6)$$

式中 r ——集中力到计算点的距离;

E ——弹性材料的弹性模量;

μ ——弹性材料的波桑比。

当弹性半空间体表面作用任意分布荷载 P (ξ, η) 时 (图 1-4a), 地基表面任一点 $M(x, z)$ 的竖向位移可以由式 (1-6) 积分而得, 其表达式为

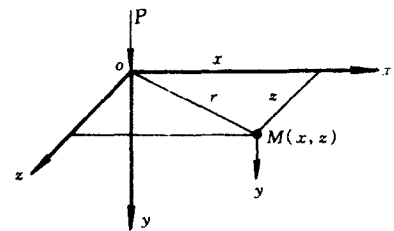


图 1-3 弹性半空间表面受集中力

$$y(x, z) = \frac{1-\mu^2}{\pi E} \iint \frac{p(\xi, \eta) d\xi d\eta}{\sqrt{(\xi-x)^2 + (\eta-z)^2}} \quad (1-7)$$

设矩形荷载面积 $b \times c$ 上作用均布荷载 p (图 1-4b), 将坐标轴的原点置于矩形面积的中心点 j , 利用式 (1-6) 对整个矩形面积的积分, 可以求得在 x 轴上 i 点的竖向变位为:

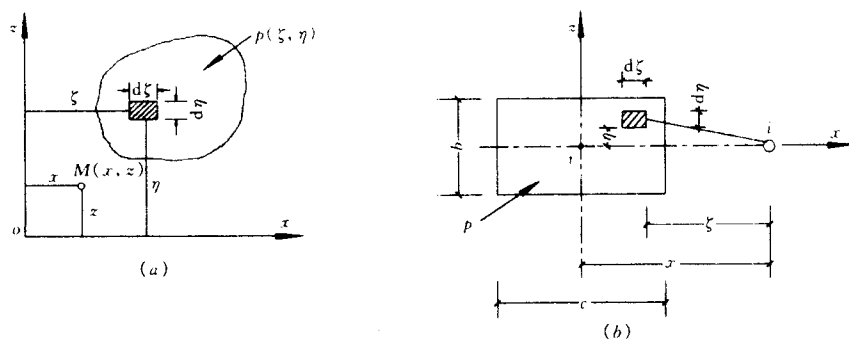


图 1-4 弹性半空间体表面的位移计算

(a) 任意分布荷载; (b) 矩形均布荷载

$$y_{ij} = 2p \int_{\xi=x-\frac{c}{2}}^{\xi=x+\frac{c}{2}} \int_{\eta=0}^{\eta=\frac{b}{2}} \frac{(1-\mu^2)}{\pi E} \cdot \frac{d\xi d\eta}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}$$

$$= \frac{1-\mu^2}{\pi E} \cdot pb F_{ij} \quad (1-8)$$

式中 p ——均布荷载; b ——矩形面积的宽度; F_{ij} ——系数, 其表达式为

$$F_{ij} = \frac{c}{b} \left\{ 2 \ln \frac{b}{c} - \ln \left[\left(2 \frac{x}{c} \right)^2 - 1 \right] - 2 \frac{x}{c} \ln \frac{2 \frac{x}{c} + 1}{2 \frac{x}{c} - 1} \right.$$

$$+ \frac{b}{c} \ln \frac{\left(2 \frac{x}{b} + \frac{c}{b} \right) + \sqrt{\left(2 \frac{x}{b} + \frac{c}{b} \right)^2 + 1}}{\left(2 \frac{x}{b} - \frac{c}{b} \right) + \sqrt{\left(2 \frac{x}{b} - \frac{c}{b} \right)^2 + 1}}$$

$$+ 2 \frac{x}{c} \ln \frac{1 + \sqrt{\left(2 \frac{x}{b} + \frac{c}{b} \right)^2 + 1}}{1 + \sqrt{\left(2 \frac{x}{b} - \frac{c}{b} \right)^2 + 1}}$$

$$\left. + \ln \left[1 + \sqrt{\left(2 \frac{x}{b} + \frac{c}{b} \right)^2 + 1} \right] \left[1 + \sqrt{\left(2 \frac{x}{b} - \frac{c}{b} \right)^2 + 1} \right] \right\} \quad (1-9)$$

当 i 点位于矩形荷载面积中点 j 时, 其竖向变位应为

$$y_{ii} = 4p \int_{\xi=0}^{\xi=\frac{c}{2}} \int_{\eta=0}^{\eta=\frac{b}{2}} \frac{1-\mu^2}{\pi E} \cdot \frac{d\xi d\eta}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}$$

积分的结果同样可以写成如式 (1-8) 的形式,

即

$$y_{ii} = \frac{1-\mu^2}{\pi E} pb F_{ii} \quad (1-10)$$

式中系数 F_{ii} 的表达式为

$$F_{ii} = 2 \frac{c}{b} \left\{ \ln \left(\frac{b}{c} \right) + \frac{b}{c} \ln \left[\frac{c}{b} + \sqrt{\left(\frac{c}{b} \right)^2 + 1} \right] + \ln \left[1 + \sqrt{\left(\frac{c}{b} \right)^2 + 1} \right] \right\} \quad (1-11)$$

由式 (1-9) 可见, F_{ij} 与 $\frac{x}{c}$ 、 $\frac{b}{c}$ 有关, 编制成表 1-1。

F_{ij} 表

表 1-1

$\frac{x}{c}$	$\frac{c}{x}$	F_{ij}					
		$\frac{b}{c} = \frac{2}{3}$	$\frac{b}{c} = 1$	$\frac{b}{c} = 2$	$\frac{b}{c} = 3$	$\frac{b}{c} = 4$	$\frac{b}{c} = 5$
0	∞	4.265	3.525	2.406	1.867	1.543	1.322
1	1	1.069	1.038	0.929	0.829	0.746	0.678
2	0.5	0.508	0.505	0.490	0.469	0.446	0.424
3	0.333	0.336	0.335	0.330	0.323	0.315	0.305
4	0.250	0.251	0.251	0.249	0.246	0.242	0.237
5	0.200	0.200	0.200	0.199	0.197	0.196	0.193
6	0.167	0.167	0.167	0.166	0.165	0.164	0.163
7	0.143	0.143	0.143	0.143	0.142	0.141	0.140
8	0.125	0.125	0.125	0.125	0.124	0.124	0.123
9	0.111	0.111	0.111	0.111	0.111	0.111	0.110
10	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100	0.099

对于弹性半空间地基上的基础, 为了求得各点基底反力与沉降之间关系, 将基底划分成 n 个网格 (图 1-5), 每个网格平面尺寸为 $b \times c$, 基底集中反力分别为 $P_1, P_2, \dots, P_n$, 每个网格的分布力 $p = \frac{P}{bc}$, 近似地认为是均布的。如果以 f_{ij} 表示由于 j 网格上作用单位集中力 $P_j = 1$ 在 i 网格的中点产生的沉降, 按叠加原理, i 网格中点的沉降 S_i 应为所有 n 个网格基底压力分别引起该网格中点的沉降之和, 即

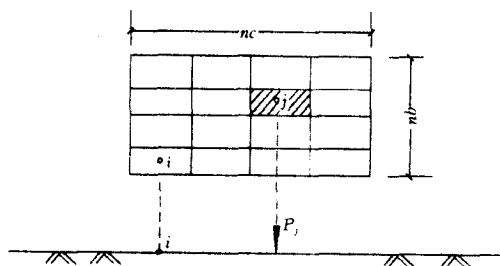


图 1-5

$$\begin{aligned}
 S_i &= f_{i1}P_1 + f_{i2}P_2 + \dots + f_{in}P_n \\
 &= \sum_{j=1}^n f_{ij}P_j
 \end{aligned} \quad (1-12)$$

对整个基础, 各网格的基底集中力与沉降之间的关系可表达为

$$\begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_i \\ \vdots \\ S_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & f_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_{i1} & f_{i2} & \cdots & f_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_{n1} & f_{n2} & \cdots & f_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_i \\ \vdots \\ P_n \end{Bmatrix} \quad (1-13)$$

或写成

$$\{S\} = [f] \{P\} \quad (1-14)$$

式中 S_i ——基底各网格中点沉降列向量;

P_i ——基底各网格集中力列向量;

$[f]$ ——地基的柔度矩阵。

对于地基柔度矩阵 $[f]$ 中的各元素 f_{ij} , 当 $i \neq j$ 时, 可近似地按式 (1-6) 计算, 当 $i = j$ 时, 即计算某网格集中力作用下对其本网格中心点产生的沉降, 应按式 (1-10) 计算。

弹性半空间地基模型考虑到基底各点的沉降不仅与该点的压力大小有关, 而且还与其他各点有关, 因而它比文克尔地基模型进了一步。但是, 由于地基土不是理想的、均质的、各向同性的弹性体, 地基压缩层的厚度是有限的, 因而导致这种地基模型的应力扩散能力往往超过地基的实际情况, 实践表明, 按弹性半空间地基模型计算结果, 基础的位移和基础内力都偏大。

第三节 分层地基模型

考虑到地基土具有天然土层分层的特点, 并考虑到土的压缩特性以及地基的有限压缩层深度, 近几十年来, 在土与基础的共同作用分析中广泛应用了分层地基模型, 或称为有限压缩地基模型。该模型在分析时用弹性理论的方法计算地基中的应力, 而地基的变形则应用土力学中的分层总和法, 使其结果更符合实际。

根据土力学的基本理论, 用分层总和法计算基础沉降时, 一般的表达式为

$$S = \sum_{i=1}^m \frac{\bar{\sigma}_{zi} \Delta H_i}{E_{si}} \quad (1-15)$$

式中 $\bar{\sigma}_{zi}$ ——第 i 土层的平均附加应力, kN/m^2 ;

ΔH_i ——第 i 土层的厚度, m ;

E_{si} ——第 i 土层的压缩模量, kN/m^2 ;

m ——压缩层深度范围内的土层数。

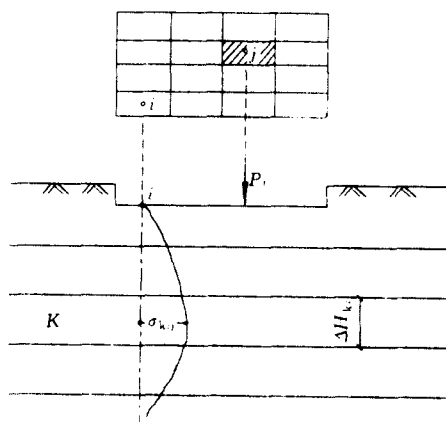


图 1-6 分层地基模量的计算

按分层地基模型分析时, 可先将地基与基础的接触面划分成 n 个单元 (见图 1-6), 设基底 j 单元作用集中附加压力 $P_j = 1$, 由弹性理论的布辛奈斯克公式可以求得由于 $P_j = 1$ 的作用在 i 单元中点下第 k 土层中点产生的附加应力 σ_{kij} , 由式 (1-15) 可得 i 单元中点沉降计算的表达式为

$$f_{ij} = \sum_{k=1}^m \frac{\sigma_{kij} \cdot \Delta H_{ki}}{E_{ski}} \quad (1-16)$$

式中 ΔH_{ki} —— i 单元下第 k 土层的厚度, m ;

E_{ski} —— i 单元下第 k 土层的压缩模量, kN/m^2 ;

m —— i 单元下的土层数。

当 $j = i$ 时, 应将 $P_j - 1$ 均布在 i 单元上, 求得 σ_{kii} 后, 按式 (1-16) 计算 f_{ii} 。

根据叠加原理, i 单元中点的沉降 S_i 为基底各单元压力分别在该单元引起的沉降之和, 其表达式与式 (1-12) 同, 即

$$S_i = \sum_{j=1}^n f_{ij} P_j \quad (1-12)$$

整个基础各单元的基底压力与沉降之间关系也可写成式 (1-14) 的形式, 但式中柔度矩阵 $[f]$ 中的元素 f_{ij} 按式 (1-16) 计算。

研究结果表明, 分层地基模型的计算结果更符合实际, 一般介于文克尔地基与弹性半空间地基之间, 因而在工程中被广泛应用。

第四节 双参数弹性地基模型

由于文克尔模型是将地基看成由许多独立的弹簧组成, 因而土体的变形没有连续的状态, 为了弥补这个缺点, 发展了双参数弹性地基模型, 它是用两个独立的参数确定地基的特性, 是文克尔地基模型的一种改进。

一、Filonenko-Borodich 双参数模型

该模型是在文克尔地基中的弹簧上加一具有拉力 T 的弹性薄膜 (见图 1-7a), 因而在荷载作用下土体的变形就具有连续性 (见图 1-7b、c、d)。

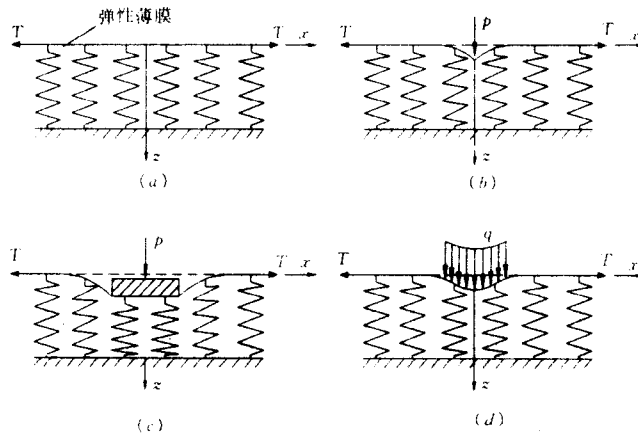


图 1-7 Filonenko-Borodich 模型的表面位移

(a) 基本模型; (b) 集中荷载; (c) 刚性荷载; (d) 均布柔性荷载

当作用均布荷载 q 时, 对于三维问题 (例如矩形或圆形基础), 土体表面的挠度方程可表示为

$$q(x, y) = kw(x, y) - T\nabla^2 w(x, y) \quad (1-17)$$

式中 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ 为笛卡儿直角坐标中的拉普拉斯算子, k 为基床系数; $w(x, y)$ 为土体表面的竖向位移。

对于二维问题, 式 (1-17) 可简化为

$$q(x) = kw'(x) - T \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \quad (1-18)$$

式中符号同前。

二、Hetenyi 双参数模型

该模型是在各独立的弹簧上加一弹性板或弹性梁，从而使各弹簧单元具有相互作用的性能，其挠曲方程可表示如下。

对三维问题

$$q(x, y) = kw(x, y) - D \nabla^4 w(x, y) \quad (1-19)$$

对二维问题

$$q(x) = kw'(x) - D \frac{d^4 w(x)}{dx^4} \quad (1-20)$$

式中 $D = Eh^3/12(1-\mu^2)$ ——板的挠曲刚度；

h ——板的厚度；

μ ——板材料的波桑比。

三、Pasternak 双参数弹性模型

在 Pasternak 提出的双参数弹性模型中，假设在弹簧单元上存在一剪切层（见图 1-8a），这剪切层只能产生剪切变形而不可压缩，由于剪切层使各弹簧单元之间存在剪切的相互作用。

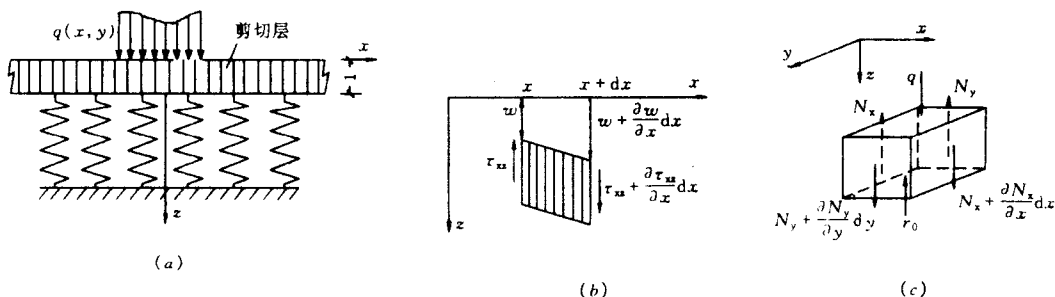


图 1-8 Pasternak 模型

(a) 基本模型；(b) 剪切层内的应力；(c) 作用在剪切层上的各力

设剪切层在 x, y 平面内为各向同性，其剪切模量 $G_x = G_y = G_p$ ，则

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xz} &= G_p \gamma_{xz} = G_p \frac{\partial w}{\partial x} \\ \tau_{yz} &= G_p \gamma_{yz} = G_p \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (1-21)$$

剪切层单位长度的总剪力为

$$\left. \begin{aligned} N_x &= \int_0^1 \tau_{xz} dz = G_p \frac{\partial w}{\partial x} \\ N_y &= \int_0^1 \tau_{yz} dz = G_p \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (1-22)$$

由 z 方向力的平衡条件得

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} + q - r_0 = 0 \quad (1-23)$$

式中 $r_0 = kw$ ，将式 (1-22) 代入上式得

$$q(x, y) = kw(x, y) - G_p \nabla^2 w(x, y) \quad (1-24)$$

将式 (1-17) 与式 (1-24) 进行比较后可见，如果 $G_p = T$ ，则两式完全相同。

对于以上三种双参数弹性模型，当 T 、 D 和 G_p 都趋于零时，可以发现文克尔模型是一种极端情况。

第五节 层向各向同性体模型

层向各向同性体是指通过弹性体内部各点均有一个就其弹性性质而言各个方向皆相等的平面，如图 1-9 所示，在 xoz 平面内各向同性，这是一般正交各向异性弹性材料的一种特殊情况。该模型考虑到土在形成过程中所具有的成层特点，对各向同性的弹性半空间模型进行修正。

对于如图 1-9 所示的情况，其应力-应变关系为

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E_1} - \mu_2 \frac{\sigma_y}{E_2} - \mu_1 \frac{\sigma_z}{E_1} \\ \epsilon_y &= \frac{\sigma_y}{E_2} - n\mu_2 \frac{\sigma_z}{E_1} - n\mu_2 \frac{\sigma_x}{E_1} \\ \epsilon_z &= \frac{\sigma_z}{E_1} - \mu_1 \frac{\sigma_x}{E_1} - \mu_2 \frac{\sigma_y}{E_2} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G_2} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G_2} \\ \gamma_{zx} &= \frac{\tau_{zx}}{G_1} \end{aligned} \right\} \quad (1-25)$$

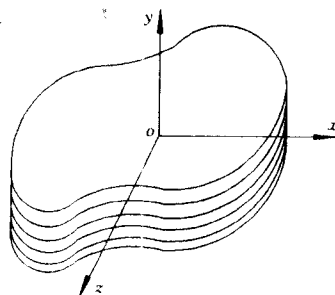


图 1-9 层向各向同性体模型

式中 E_1 ——在各向同性平面内的弹性模量；

μ_1 ——在各向同性平面内的波桑比；

E_2 ——垂直于各向同性平面的弹性模量；

μ_2 ——波桑比，表示由垂直于各向同性平面的单位应变所引起的各向同性平面内的应变；

G_2 ——垂直于各向同性平面的剪切模量；

$$n = \frac{E_1}{E_2};$$

G_1 ——各向同性平面的剪切模量。

对平面应变问题，

以上应力-应变关系可表达为

$$\left\{ \begin{array}{c} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{array} \right\} = \frac{E_2}{(1 + \mu_1)(1 - \mu_1 - 2n\mu_2^2)}$$

$$\times \begin{bmatrix} n(1-n\mu_2^2) & n\mu_2(1+\mu_1) & 0 \\ n\mu_2(1+\mu_1) & 1-\mu_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & m(1+\mu_1)(1-\mu_1-2n\mu_2^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1-26)$$

式中 $m = \frac{G_2}{E_2}$, 式 (1-25) 可缩写为

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (1-27)$$

式中 $\{\sigma\}$ ——应力列向量;

$\{\varepsilon\}$ ——应变列向量;

$[D]$ ——弹性矩阵。

该模型曾应用于土与结构的共同作用分析中, 结果表明, 能得到较满意的结果。

第六节 非线性弹性模型

非线性弹性模型中应力-应变关系如图 1-10 (a) 所示, 它与线性弹性模型的根本区别在于土的弹性模量和波桑比都随应力而变化。

在非线性弹性模型中, 应用得较多的是邓肯-张 (Duncan-Cheung) 模型。根据康德纳 (Kondner) 的建议, 在三轴试验中, 当 σ_3 不变时, 其应力-应变关系可近似地用以下曲线函数表示 (见图 1-10b):

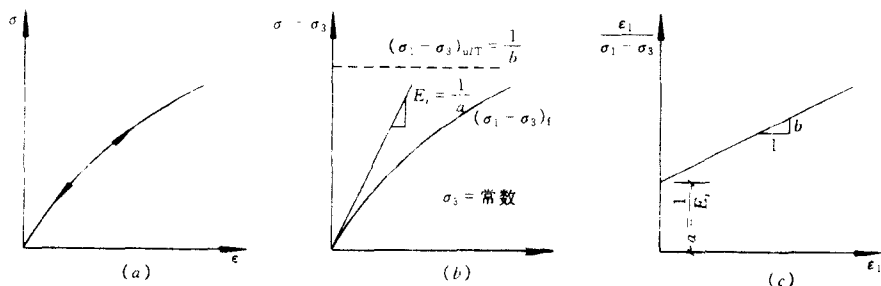


图 1-10 非线性弹性模型的应力-应变关系

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_1}{a + b\varepsilon_1} \quad (1-28)$$

式中 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ ——主应力差;

ε_1 ——轴向应变;

a ——初始切线模量 E_i 的倒数;

b ——主应力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ 的倒数。

如果将图 1-10 (b) 的纵坐标改为 $\varepsilon_1 / (\sigma_1 - \sigma_3)$, 则双曲线变为直线, 如图 1-10 (c) 所示, 该直线方程为

$$\frac{\varepsilon_1}{(\sigma_1 - \sigma_3)} = a + b\varepsilon_1 \quad (1-29)$$

可见, 由图 1-10 (c) 的直线很容易确定 a , b 的数值, 从而得到在某 σ_3 作用下的 E_i 和

$(\sigma_1 - \sigma_3)_{u/t}$

由图 1-10 (b) 可见, 双曲线总是低于渐近线, 因此, 试样破坏时的主应力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 总是小于 $(\sigma_1 - \sigma_3)_{u/t}$, 两者之比称为破坏比 R_f , 即

$$R_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{u/t}} \quad (1-30)$$

对于各种不同的土, R_f 值在 0.75 ~ 1.0 之间, 基本上与侧压力无关。式 (1-28) 可以改写成

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\epsilon_1}{\frac{1}{E_i} + \frac{\epsilon_1 R_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}} \quad (1-31)$$

对式 (1-31) 求导, 得应力- ϵ 应变曲线任一点的切线模量为

$$E_t = \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\epsilon_1} = \frac{\frac{1}{E_i}}{\left[\frac{1}{E_i} + \frac{R_f \epsilon_1}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \right]^2} \quad (1-32)$$

上式切线模量 E_t 的表达式与主应力差和轴向应变都有关, 为在式 (1-32) 中消除轴向应变 ϵ_1 , 将式 (1-31) 改写为 ϵ_1 的形式, 然后代入式 (1-32), 则得切线模量的表达式为

$$E_t = \left[1 - \frac{R_f (\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \right]^2 \cdot E_i \quad (1-33)$$

根据简布 (Janbu) 的试验研究, 得出初始剪线模量 E_i 与固结压力 σ_3 之间的关系如下:

$$E_i = k p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (1-34)$$

式中 k 、 n ——由试验确定的参数, 按 $\log E_i - \log \sigma_3$ 之间的关系直线确定, 如图 1-11 所示;

p_a ——大气压力, 单位与 E_i 相同, 以便使 k 成为无因次数。

根据摩尔-库仑破坏标准, 有如下关系

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2c \cdot \cos \varphi + 2\sigma_3 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (1-35)$$

将式 (1-34) 和式 (1-35) 代入式 (1-33), 得切线模量的表达式为

$$E_t = \left[1 - \frac{R_f (1 - \sin \varphi) (\sigma_1 - \sigma_3)}{2 \cos \varphi + 2 \sigma_3 \sin \varphi} \right]^2 k p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (1-36)$$

式中 c 为土的粘聚力, φ 为土的内摩擦角, 五个参数 R_f 、 c 、 φ 、 k 和 n 都由三轴试验确定。

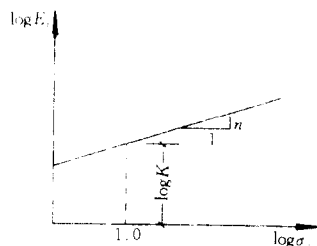


图 1-11 K 、 n 的确定