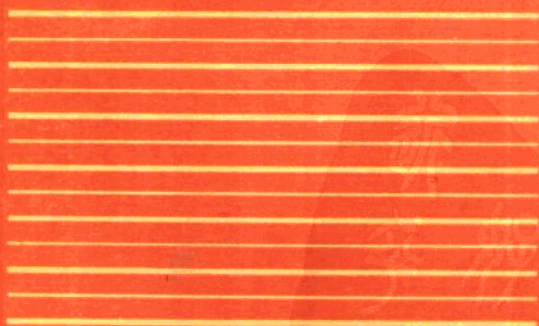


● 高等学校教学用书 ●

选矿电磁学

GAODENG XUEXIAO JIAOXUE YONGSHU



冶金工业出版社

7-15
高等學校教學用書

選礦電磁學

昆明工學院 張宗華 主編

冶金工業出版社

(京)新登字036号

高等学校教学用书

选矿电磁学

昆明工学院 张宗华 主编

★

冶金工业出版社出版

(北京北河沿大街崇文门北巷39号)

新华书店总店科技发行所发行

河北省阜城县印刷厂印刷

★

850×1168 1/32 印张 8.625 字数 228 千字

1993年 4 月第一版 1993年 4 月第一次印刷

印数00,001~1,100册

ISBN 7-5024-1134-8

TD·186 (课) 定价**2.75元**

前 言

电磁学是研究电磁现象的规律及其应用的科学。人类对电磁现象的系统研究，却是近200年之事。现在电磁学已成为许多物理理论和应用科学的基础，电工学、电子学就是以电磁学为基础发展起来的。磁电选矿是电磁学在选矿领域的应用，它的发展也以电磁学为基础。选矿电磁学的研究，就是为了适应磁电选矿飞速发展的需要，同时也是为了促进磁电选矿技术的进步。

对电磁现象的研究，使人类对物质世界的认识更加深化。电磁相互作用是物质之间4种基本相互作用之一，在研究物质的微观结构时，必须了解电磁力的作用。

本书是冶金工业部、中国有色金属工业总公司所属的高等院校本科四年制造矿工程专业的选修课教材，以讲授电场、磁场的基本理论及其解析方法为主，是《普通物理》电磁学部分的延伸和继续。学习选矿电磁学的目的是为深入研究磁电选矿的理论、工艺及研制设备打下基础。本课程比较系统地讲述了电场、磁场的基本理论及在选矿方面的应用，所涉及的物理学中的问题，在此只作必要的复习；与磁选、电选有关的问题，在此着重从基础理论上进行分析。为了帮助学生掌握所学的内容，提高分析问题、解决问题的能力，在每章结束前进行了小结并附有习题和思考题。

本书的第一、二、三章由昆明工学院张宗华编写；第五、七章由北京科技大学刘承宪编写；第四、六章由东北工学院杨秀媛编写。昆明工学院张宗华任主编。中南工业大学孙仲元、武汉钢铁学院蒋朝澜、南方冶金学院付丽珠和鞍山钢铁大学刘炳玉等对书稿进行了详细的审阅和校核，在此表示感谢。

本书可作冶金工业高等院校选矿专业的教学用书，也可供冶金、建材、煤炭、化工和地质等部门从事选矿科研、设计、生产

ABF37/04

和设备制造的工程技术人员参考。

由于编者水平有限，书中缺点和错误在所难免，敬请读者批评指正。

编 者

1992年1月

目 录

第一章 静电场	1
第一节 静电场的基本理论及基本规律	1
第二节 电场和电场强度	5
第三节 高斯定理	9
第四节 电位和电位梯度	22
第五节 旋度、静电场的无旋性、泊松方程及拉普拉斯方程	31
第六节 电荷的相互作用能和电场的能量	37
第二章 静电场中的导体和电介质	46
第一节 静电场中的导体	46
第二节 电介质	57
第三节 静电场不同电介质中的边界条件及 电位移线的折射	67
第四节 电介质中电场的能量及能量密度	71
第三章 电选机的电场	76
第一节 高压静电场	76
第二节 电晕电场	79
第三节 复合电场	108
第四节 电选机的电场	112
第四章 恒定磁场	117
第一节 磁的基本现象及基本规律	117
第二节 磁感应强度及毕奥-沙伐定律	117
第三节 磁通连续性原理——高斯定律	119
第四节 安培环路定律	120
第五节 磁场基本方程的应用	122
第六节 磁场对载流导线的作用	129
第七节 带电粒子在磁场中的运动	132
第八节 磁场的微分方程组	135
第九节 矢量磁位和标量磁位	138

第五章	物质磁性	149
第一节	磁介质和磁介质的磁化规律	149
第二节	原子的磁性	152
第三节	物质的宏观磁性	160
第四节	铁磁性物质的磁性	164
第五节	铁氧体的结构及磁性	169
第六节	磁性物质的能量	176
第七节	磁畴结构	180
第六章	磁场边值问题的求解方法	187
第一节	磁场的边界条件	188
第二节	磁场中的镜像法	191
第三节	分离变量法	194
第四节	有限差分法	202
第五节	分离变量法应用实例	211
第七章	磁路计算方法	227
第一节	磁路定律	227
第二节	电磁磁系磁路计算	229
第三节	永磁磁系磁路计算	250
第四节	超导磁体的磁路计算	259
	主要参考文献	270

第一章 静电场

静电学主要是研究静止电荷所具有的性质及其相互作用的规律，即研究静电场中电荷分布和电场分布间的关系和已知电荷分布或已知带电体的电荷或电位进行电场计算的方法等。本章主要阐明在真空中静止电荷的本质及电荷之间的相互作用的规律——库仑定律；引入描述静电场特性的两个物理量——电场强度和电位；讨论静电场的基本性质，导出泊松方程及拉普拉斯方程，介绍带电体系的静电能。

第一节 静电场的基本理论及基本规律

一、电荷

电荷是MKSG制的第四个基本量纲。质量只有正质量一种，而电荷却有正和负两种。一个电子所带的电荷是负电荷的最小自然单位，等于 $-1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ 。把电子的电荷记作“负”，是任意的，是定义的结果。

一个中性的原子，含有一个或若干个电子（带负电荷的）和一个重得多的、带有等值正电荷的原子核。正常原子所带有的总电荷（净电荷）为零。如果移去一个或若干个价电子，原子即被电离。移去一个电子的电离原子，带有净电荷 $+1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ ，移去两个电子的电离原子，带有净电荷 $+3.2 \times 10^{-19} \text{C}$ ，以此类推。负电荷由电子组成，而正电荷则由缺少电子的原子组成。因而带有多余电子的物体带负电荷，而缺少电子的物体带正电荷。同种电荷互相排斥，异种电荷互相吸引。

物体所带电荷数量的多少，叫做电量。测定电量的仪器有验电器，静电计。实验说明，两种电荷象正数和负数一样，同种放在一起互相增强，异种放在一起互相抵消。

二、静电感应和电荷守恒定律

静电感应是一种重要的起电方法。取一对由玻璃柱支持着的金属柱体 A 和 B ，它们彼此接触且不带电。当我们把另一个带电的金属球 C 移近时，发现 A 、 B 都带了电，靠近 C 的柱体 A 带的电与 C 异号，较远的柱体 B 带的电与 C 同号（图1-1(a)）。这种现象叫静电感应。如果把 A 、 B 分开，然后移去 C ，则发现 A 、 B 上仍保持一定的电荷（图1-1(b)）。最后让 A 、 B 重新接触，它们所带的电荷就全部消失（图1-1(c)）。这表明 A 、 B 所带的是等量异号电荷。

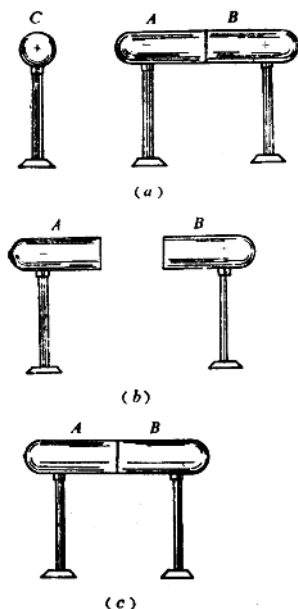


图 1-1 静电感应

物体称为导体。各种金属、石墨、电解液（盐、碱、盐的水溶液）、人体、大地、电解了的气体都是导体。把不善于传导电荷或电荷几乎只能停留在产生的地方的那种物体叫做绝缘体，亦称为

摩擦起电和静电感应的实验表明，起电过程是电荷从一个物体转移到另一个物体的过程。由此可以得出如下一个定律：电荷既不能被创造，也不能被消灭，它们只能从一个物体转移到另一个物体，或者从一个物体的一部分转移到另一部分，也就是说任何一个物理过程中，电荷的代数和是守恒的。这就是电荷守恒定律。实验证明，电荷守恒定律在任何宏观和微观过程中，都是普遍被遵守的。

三、导体、绝缘体和半导体

根据电荷在物体中转移和传导的性质，可以把物体大致分成两类：电荷能够从产生的地方迅速转移或传导到其它部分的那种

电介质。各种塑料、橡胶、玻璃、丝绸、琥珀、云母、松香、硫磺、陶瓷、油类及未电离的气体等都是绝缘体。还有另一种物体，它们的导电能力介于导体和绝缘体之间，人们把这类物体称为半导体。半导体有一种重要的特点，其导电能力随外部条件（如温度、光照、杂质、压力、电磁场等）不同，而极其灵敏地变化。制造晶体管和集成电路等器件的原材料，如硅、锗、砷化镓、锑化铟等都是半导体。

这种分类不是绝对的，因为导体和绝缘体之间并没有严格的界限。在一定条件下，物体传导电荷的能力会发生变化，如绝缘体在强电流作用下，被击穿而成为导体。

四、物质电结构学说

物质是由分子、原子组成的，而原子是由带正电的原子核和带负电的电子组成。原子核中有质子和中子，中子不带电，质子带正电。研究说明一个质子所带的电量和一个电子所带的电量数量相等，符号相反。在一般情况下，物体任何一部分所包含的电子数和质子的总数是相等的，因此对外不显电性。但是，在外因作用下，物体得到或者失去一定数量的电子，使电子总数和质子的总数不再相等，物体就显电性。物质内部固有电子和质子这两种基本电荷，正是物体带电过程的内在根据。

摩擦带电，就是通过摩擦使一个物体中的一些电子脱离了原子的约束跑到另一个物体上去，使失去电子的物体带正电，得到电子的物体带负电。所以摩擦带电的过程，就是通过摩擦使电子从一个物体转移到另一个物体的过程。

在金属导体里，原子中的最外层电子（价电子）可以摆脱原子的束缚，在整个导体内自由运动，这类电子叫做自由电子，原子中除价电子外的其余部分叫原子实。在固态金属中原子实排列存在固有的点阵，称为晶格或晶体点阵。自由电子在晶体点阵间跑来跑去，象气体的分子那样作无规则运动，并不时地彼此碰撞或与点阵的原子实碰撞，这就是金属微观结构的经典图象。用这样的物质电结构学说可以解释各种导电现象。

物质的电结构说明，电荷是不能脱离物质而单独存在的。实验证明，凡是带电的粒子，其静质量都不为零；电荷不能脱离其电场而单独存在，电荷周围的空間里必定有电场，电荷是洛伦兹不变量。在相对运动的两个惯性系里测量同一电荷的电量，其值相等，电荷在这方面比三个基本物理量（长度、质量和时间）还要基本，因为在有相对运动的两个惯性系里测量的三个物理量，所得出的相应值是不相等的。电荷是量子化的，任何电荷都是电子电荷的整数倍，电子电荷值的现代最精确的测量结果为 $e = 1.60217733 \times 10^{-19} \text{C}$ 。比 e 小的电荷是否存在，目前尚无定论，即使存在比 e 小的电荷，电荷仍然是量子化的，只不过是电荷的最小单位比 e 小而已。

五、库仑定律

1785年法国科学家库仑通过实验总结出点电荷间互相作用的规律。静止点电荷 q_1 和 q_2 之间的作用力：（a）作用于两个点电荷的连线方向上；（b）与 $q_1 q_2$ 乘积成正比；（c）与两电荷之间距离 r 的平方成反比。

如果电荷是扩展分布的，这时的情况比较复杂，“电荷之间的距离”失去了确定的含义。再则，电荷 q_1 的存在会使 q_2 内部的电荷分布发生变化，这将使力对距离的依赖关系变得复杂了。因此，适用于静止的两个点电荷的库仑定律是

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{r} \quad (1-1)$$

式中 $\vec{F}_{12}$ —— q_1 作用于 q_2 的力；

$\vec{r}$ ——从 q_1 指向 q_2 的单位矢量（图1-2），若 q_1 与 q_2 同

号，力是排斥的，若异号，力是吸引的；

ϵ_0 ——真空介电常数，是物理学中一个基本物理常

数，由实验测定为 $\epsilon_0 = 8.854187818(71) \times 10^{-12} \text{C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} (\text{F/m})$ 。

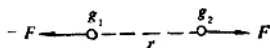


图 1-2 库仑定律

通常力的单位是N， q 的单位是C， r 的单位是m。

库仑定律适用于真空中的一对点电荷。对电介质或导体，如果 $\vec{F}_{12}$ 代表两个电荷 q_1 和 q_2 的直接作用力，不考虑媒介中其它电荷的作用力，则它也是适用的。把 ϵ_0 的数值代入库仑定律，得

$$\vec{F}_{12} = 9 \times 10^9 \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{r} \quad (1-2)$$

式中常数9准确到千分之一，更准确的值应该是8.98755179。

在自然界中，库仑力比万有引力大得多。质量为 m_1 和 m_2 相距为 r 的两个物体之间的万有引力是

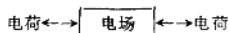
$$F = 6.6720 \times 10^{-11} m_1 m_2 / r^2$$

太阳（质量 $=2.0 \times 10^{30}$ kg，半径 $=7.0 \times 10^8$ m）表面上一个质子受到的万有引力的大小，等于 1μ g的电子与一个质子在它们开分的距离等于太阳半径时的静电力。使人惊奇的是在日常生活中人们竟感觉不到如此巨大的作用力。其原因是质子所带的正电荷和电子所带的负电荷即使不是绝对相等，也相差甚微。实验证明，如果它们有差别，大概也只有 $\frac{1}{10^{22}}$ 。因此，通常物体是中性的，巨大的库仑力阻止任何一种电荷聚积到可观的数量。

第二节 电场和电场强度

一、电场

两个带电体并不直接接触，但它们之间却有互相作用的力。这种力是怎样传递的呢？实验证明在电荷周围存在着一种特殊的物质，人们把这种物质称为电场。当物体带电时，在它的周围就有电场存在。电场的一个重要特征对于其中的电荷要施以作用力。当一个带电体A位于另一个带电体B附近时，即处于带电体B的电场中，它所受到的作用力，就是它所在处的电场作用的。因而我们可以把带电体间的相互作用过程归结为：电荷产生电场，电场对位于其中的电荷施以作用力，即



当带电体上的电荷发生变化时，其周围的电场也随之发生变化。人们发现这些变化的电场是以有限的速度传播的。这样，电荷间的相互作用也必然是以有限的速度传递的。不过电场的传播速度非常快，可以证明它就是光的传播速度 $c=3 \times 10^8 \text{ m/s}$ （目前测得的光速精确值为 299792458 m/s ）。由于电场的传播速度极快，因此在电荷分布恒定或缓慢变化的情况下，很难看出电荷之间的相互作用是依靠电场以有限的速度传播的。

当今的世界人们对场的物质性有了明确的认识，在运动电荷的周围，除了电场外，还存在着磁场。变化的磁场要产生电场，变化的电场要产生磁场，变化的电场和磁场构成一个统一体，即电磁场。电磁场以波的形式向外传播，就形成电磁波。电磁场具有质量、动量和能量，换句话说，它具有实物的一些基本属性。今天对场的物质性是毋庸置疑的了，但它与分子、原子等实物相比，场有特殊的地方。已被分子或原子占据了的空间，不能再被其它分子、原子占据。但几个电场可以同时占据一个空间，也就是说场是可以迭加的，所以人们又称为特殊物质。

不随时间而变化的电场称为静电场，或者是相对于观察者静止的电荷在其周围空间产生的电场称为静电场。

二、电场强度

电场的一个重要性质是对位于其中的电荷有作用力，我们利用这一性质来研究电场。设想一个带电体 q 在空间建立起一个电场，我们把 q 称为场源电荷。为了研究 q 所产生的电场，我们引入一个电荷 q_0 ，观察测定在电场中各处所受到的作用力。为了使电荷 q_0 在电场中受到的作用力能够精确地反映出原有电场的分布，其电量和线度都必须足够小，这样的电荷称为试探电荷。

试探电荷引入电场后，发现它在不同位置上所受到的作用力 $\vec{F}$ 的大小和方向一般是不同的，且 $\vec{F}$ 的大小与 q_0 的电量成正比， $\vec{F}$ 的方向与 q_0 的正负有关，但 $\vec{F}$ 与 q_0 的比值 $\vec{F}/q_0$ 无论其大小和

方向都与 q_0 无关。这一事实正说明了这个比值反映了试探电荷所在处电场本身的物理性质。我们把这个比值 $\vec{F}/q_0$ 称为电场强度，简称场强，用符号 E 表示，即

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (1-3)$$

式(1-3)是电场强度的定义式。由此可以看出，当 $q_0 = +1$ ，则 $\vec{E} = \vec{F}$ 。可以说电场中某点的电场强度的大小等于单位正电荷在该点所受电场力的大小，其方向与正电荷在该点受到的电场力的方向一致。力是矢量，因此电场强度也是矢量，其单位为N/C，亦可写作V/m。

现在来讨论点电荷 q 的电场。将试探电荷 q_0 引至该电场中的 P 点处。根据库仑定律， q_0 在 P 点处所受到的电场力为

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{qq_0}{r^2} \vec{r}$$

式中 r —— P 点离场源电荷 q 的距离；

$\vec{r}$ —— 从场源电荷指向 P 点的单位矢量。

由电场强度的定义可知， P 点处的场强为

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q}{r^2} \vec{r} \quad (1-4)$$

式(1-4)表示 P 点处的场强与点电荷 q 的电量成正比，与该点距点电荷的距离 r 的平方成反比；方向 $\vec{E}$ 沿着该点和点电荷的连线方向。如 q 为正电荷时， $\vec{E}$ 的方向与 $\vec{r}$ 的指向一致，即指离开点电荷(图1-3(a))； q 为负值时， $\vec{E}$ 的指向与 $\vec{r}$ 的指向相反，即指向点电荷(图1-3(b))。

由于 P 点是任意的，故式(1-4)所示的是点电荷电场中任一点的电场强度。这样就可以得到整个电荷电场的分布情况：点电荷电场中各点电场强度 E 的大小与点电荷所带的电量 q 成正比，与各点离点电荷的距离 r 的平方成反比，所有 r 相同的点，其电场强度的大小相同；各点电场强度的方向沿该点与点电荷的

连线方向，当点电荷为正时， $\vec{E}$ 指离点电荷；当点电荷为负时， $\vec{E}$ 指向点电荷。

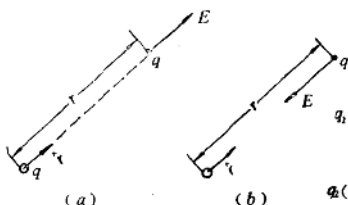


图 1-3 点电荷场强示意图

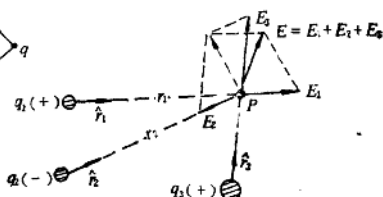


图 1-4 电场迭加原理示意图

三、电场的迭加原理和电场强度的计算

实验表明，当许多点电荷 q_1 、 q_2 、 $q_3 \dots q_n$ 同时存在时，空间任一点 P 的总场强 $\vec{E}$ 等于各点电荷单独存在的场强 $\vec{E}_1$ 、 $\vec{E}_2$ 、 $\vec{E}_3 \dots \vec{E}_n$ 的矢量和。这个规律称为电场的迭加原理（图1-4），用数学式表示为

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n \\ &= \sum_{i=1}^n \vec{E}_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_i}{r_i^2} \vec{r}_i \end{aligned} \quad (1-5)$$

式中 q_i ——第 i 个点电荷所带的电量；

r_i ——该点电荷离 P 点距离；

$\vec{r}_i$ ——从该点电荷指向 P 点的单位矢量。

3个点电荷在 P 点的总场强 $\vec{E}$ 等于各点电荷单独存在时的电场强度 $\vec{E}_1$ 、 $\vec{E}_2$ 、 $\vec{E}_3$ ，再用矢量加法就可以求 $\vec{E}$ 。

如果场源电荷不是点电荷组，而是具有一定大小和形状的带电体，可以把这个带电体分成许多个很小的电荷元，并把每个电荷元看成一个点电荷，算出单个存在的电场强度，然后将所有电荷元的电场强度矢量相加，就可以得出总的电场强度。

第三节 高斯定理

一、电力线

在实际工作中，遇到的电场往往是比较复杂的，无法用一个简单的函数来表示。对于复杂的电场常采用近似计算或实测的办法，逐点求出各处电场强度的大小和方向。为了对整个电场有一个直观的图象，可以在电场中作一系列的曲线来表示电场的分布情况，使这些曲线上的每一点的切线方向和该点的场强方向一致，这样作出的曲线，叫电场的电力线。在与电场强度垂直的单位面积中，所穿过电力线的根数与该处场强大小成正比，即场强大的地方电力线较密，场强小的地方电力线较稀。为此，引入电力线数密度的概念。在电场中任一点取一小面元 ΔS 与该点场强方向垂直，设穿过 ΔS 的电力线有 ΔN 根，则比值 $\Delta N/\Delta S$ 叫做该点的电力线的数密度。它的意义是通过该点单位垂直截面的电力线根数，这样就可以把电场中场强大小的分布情况反映出来。我们以正点电荷的场为例说明，以点电荷所在处为中心作一系列同心球面 S_1 、 S_2 ……（图1-5），电力线的方向与这些球面垂直，在同一球面上的场强大小相等，在不同球面上，场强与半径 r 的平方成反比。为了表达场强大小变化的情况，作电力线时，使正的点电荷向空间各个方向均匀辐射出 N 根电力线。这样在（图1-5）任一球面 S 上，任意取两块小面元 ΔS_1 和 $\Delta S'_1$ ，如果它们面积相等，则穿过它们的电力线根数就一样多，即在同一球面上，各处电力线的数密度是一样的，反映出同一球面上各处场强大小一样；其次，由于点电荷发出的电力线为 N ，各球面上电力线数密

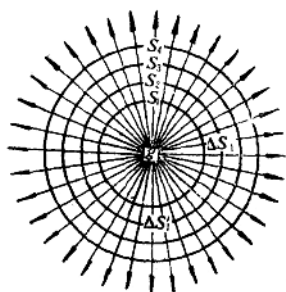
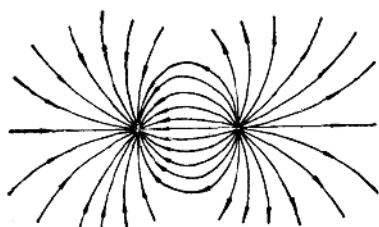
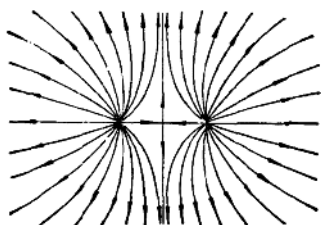


图 1-5 正点电荷电力线数密度

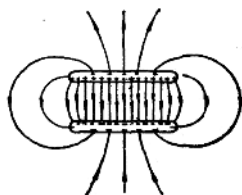
度为 $\frac{N}{4\pi r^2}$ ，它与场强一样反比于 r^2 。这样，用电力线的稀密程度就能反映出点电荷电场中各点场强大小的分布。电力线可以借助于一些实验的方法显示出来，如在水平玻璃板上撒一些细小的石膏晶粒，或在油上浮些草籽，在电场的作用下，它们就会沿电力线排列起来，用该法显示出来的电力线照片如图1-6所示。



(a)



(b)



(c)

图 1-6 几种带电体系的电力线
(a)一对等量异号点电荷；(b)一对等量同号点电荷；
(c)一对带等量异号电荷的平行板

从以上这些电力线图中，可以看出静电场中电力线具有如下的特性：

(1) 电力线起自正电荷（或来自无穷远处），止于负电荷（或伸向无穷远），但不会在没有电荷的地方中断；

(2) 若带电体系中，正、负电荷一样多，则由正电荷出发的全部电力线都集中到负电荷上去；

(3) 在没有点电荷的空间里，任何两条电力线不会相交；

(4) 电力线不形成闭合线。

电力线一般并不表示电荷在电场中运动的轨迹。因为运动轨迹上各点的切线方向应与电