前　言

高等数学是理工科各专业自学考试中的一门重要的课程，能一次顺利地通过高等数学的考试对顺利地完成既定的自考课程是至关重要的。虽然针对应试不是学习的根本所在，但由于高等数学内容多，概念性强，方法灵活多样，需要记忆与理解并举，这对初学者来说往往难以在较短时间内系统掌握所学知识，并达到顺利过关的目的。

作者从事大学数学教学20余载，辅导自考近10年，对考试的重点与难点把握准确，对大多考生的情况比较了解，正是本着贴近考试大纲、贴近考生实际的原则，编写了这本书。本书的特点是删繁就简，突出考试的基本点，目的是帮助考生掌握能顺利通过考试的基本内容与方法。建议考生先温习主要知识点，弄清基本概念；再认真学习典型例题，掌握解题的基本思路与基本方法；最后通过练习检验自学效果，考前独立计时完成模拟试卷。

本书为充分调动考生学习的主动性与自觉性，对所有练习题和模拟试卷只提供答案与必要的提示，不提供详细解答，否则本书将无异于一般的习题集或习题解答。若在学习中有问题需和我们联系，请使用电子邮件(e-mail:hxz5511@sina.com)。

最后，由衷地祝广大考生能一次顺利地通过高等数学的考试！

编　者

目　　录

第一章　函　　数

一、重要知识点

(一) 集合及其基本运算

具有相同特性的事物的全体构成集合，其中每个事物称为集合的元素. 集合通常用大写字母表示，如 A、B 等；元素用小写字母表示，如 a、b 等.

元素 a 与集合 A 的关系只有两种：属于(记为 $a \in A$) 和不属于(记为 $a \notin A$).

集合与集合间的常见关系与运算有：设有集合 A 与 B，

(1) 包含关系：如果 A 中的所有元素都是 B 的元素，则称 A 包含在 B 中，也称 A 为 B 的**子集**，记为 $A \subset B$；

(2) 相等关系：如果 A 与 B 互相包含，则称 A 与 B 相等，记为 $A = B$；

(3) 并集：由 A 与 B 中所有元素所组成的集合称为 A 与 B 的**并集**，记为 $A \cup B$；

(4) 交集：由 A 与 B 中所有相同元素所组成的集合称为 A 与 B 的**交集**，记为 $A \cap B$；

(5) 差集：由属于 A 但不属于 B 的元素所组成的集合称为 A 与 B 的**差集**，记为 $A - B$.

【注】不含任何元素的集合称为**空集**，记为 Φ. 规定：$\Phi \subset A$，其中 A 为任意集合.

元素都是数的集合称为数集. 介于两实数 a 与 $b(a < b)$ 之间的

所有实数组成的数集称为区间,非负数 $b-a$ 称为区间的长度,数 a 称为区间的左端点,数 b 称为区间的右端点. 区间长度为有限值者称为有限区间,无限者称为无穷区间.有限区间分闭区间$[a,b]$,开区间(a,b)和半开区间$[a,b)$或$(a,b]$.

(二) 函数的概念

定义1 设有变量 x,y 以及实数集D.如果对每个 $x\in D$, y 按一定的法则均有惟一确定的值与之对应,则称 y 为 x 的**函数**,记为 $y=f(x)$.

这里,x 称为**自变量**,y 称为函数(**因变量**),D 称为函数的**定义域**.相应于自变量取值 x_0 时函数所取的值 $f(x_0)$ 称为函数 $f(x)$ 在点 x_0 处的**函数值**.函数值的全体 W 称为函数的**值域**.

【注】函数的表示方法有:公式法、图像法和表格法.

定义2 设变量 u 先取值u_0,再取值 u_1,则称差值 u_1-u_0 为变量 u 在点u_0 处的增量,记为 Δu,即

$$\Delta u = u_1 - u_0$$

注意:Δu 是一个完整的符号,不能看作 Δ 与u 的积.它的取值可正可负,甚至可为零.

设有函数 $y=f(x)$,当自变量 x 在点x_0 处取得增量 Δx 时,相应的函数增量为

$$\Delta y = f(x_0+\Delta x) - f(x_0)$$

【注】函数增量在讨论函数的连续性、可导性和可微性时都是重要的.

(三) 函数的性质

1.单调性 设函数 $f(x)$ 在区间 I 上有定义.

(1) 如果对于任意的 $x_1,x_2\in I,x_1<x_2$, 均有 $f(x_1)<f(x_2)$,则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是**单调增加函数**;

(2) 如果对于任意的 $x_1,x_2 \in I, x_1 < x_2$, 均有 $f(x_1) > f(x_2)$,则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是**单调减少函数**.

单调增加函数和单调减少函数统称为**单调函数**.相应的区间称为**单调区间**.

2. **有界性** 设函数 $f(x)$ 在实数集 X 上有定义.如果存在正数 M,使得对一切 $x \in X$ 均有 $|f(x)| \leqslant M$,则称函数 $f(x)$ 在数集 X 上是**有界函数**;否则,称之为**无界函数**.

3. **奇偶性** 设函数 $f(x)$ 定义域为关于原点对称的实数集 D.如果对任意 $x \in D$,均有 $f(-x) = -f(x)$,则称 $f(x)$ 为**奇函数**;如果对任意 $x \in D$,均有 $f(-x) = f(x)$,则称 $f(x)$ 为**偶函数**.

在平面直角坐标系 xoy 中,奇函数的图形关于原点成中心对称;偶函数的图形关于 y 轴的成轴对称.

4. **周期性** 设函数 $f(x)$ 的定义域为 D,如果存在正数 T 使得对任意 $x \in D$ 均有 $x \pm T \in D$,且成立

$$f(x \pm T) = f(x)$$

则称 $f(x)$ 是以 T 为周期的周期函数.

注意:一般称最小正周期为周期函数的周期,但并非所有周期函数都有最小正周期,如常数函数.

(四) 反 函 数

定义 3 设有函数 $y = f(x)$,其定义域和值域分别为 D 和 W.如果对任意的 $y \in W$,均有惟一确定的 $x \in D$ 与之对应,且满足 $y = f(x)$,则 x 为 y 的函数,称之为函数 $y = f(x)$ 的**反函数**,记为 $x = \varphi(y)$.

【注】不是任何一个函数均有反函数,但单调函数必存在反函数.

(五) 复 合 函 数

定义 4 设 $y = f(u), u \in D_f$,又 $u = \varphi(x), u \in W_\varphi$.如果 $D_f \cap W_\varphi \neq \Phi$,则 y 经**中间变量** u 而为 x 的函数,称之为由函数 $y =$

$f(u)$ 和 $u=\varphi(x)$ 复合而成的**复合函数**,记为 $y=f[\varphi(x)]$.

(六) 初 等 函 数

定义 5 幂函数、指数函数与对数函数、三角函数与反三角函数统称为**基本初等函数**;由常数和基本初等函数经过有限次四则运算或有限次复合所得到的、且可用一个解析公式表达的函数统称为**初等函数**.

注意:高等数学的主要研究对象就是初等函数.

二、典型例题分析与辅导

题型 1. 集合的基本运算

【例 1】设 $A=\{-1,0,2,3,4\}$. $B=\{-2,3,4,5,6\}$,求 $A\cap B$ 与 $A\cup B$.

【解】$A\cap B=\{3,4\}$,$A\cup B=\{-2,-1,0,2,3,4,5,6\}$.

【例 2】设 $A=(-\infty,2)$,$B=[-2,5]$,$C=(6,+\infty)$,求 $A\cap B$,$A\cap C$ 和 $B\cup C$.

【解】$A\cap B=[-2,2)$;$A\cap C=\varphi$;

$$B\cup C=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 5 \text{ 或 } 6<x<+\infty\}$$

【例 3】以区间形式写出下列不等式所表示的集合.

(1)$x^2-x-6<0$;　　(2)$|x-3|\leqslant 4$

【解】(1)$x^2-x-6<0$,即$(x-3)(x+2)<0$ 解得:

$$x<3 \text{ 且 } x>-2,$$

此不等式的解为$(-2,3)$.

(2)$|x-3|\leqslant 4$,即 $-4\leqslant x-3\leqslant 4$,

此不等式的解为$[-1,7]$.

题型 2. 判定函数的异同

【辅导】确定函数的两要素：定义域与对应法则.

由此可知：两个函数相同当且仅当其定义域与对应法则分别相同；换言之，若两个函数的定义域与对应法则至少有一个不同，则这两个函数是不同的函数.

【例 4】下列各对函数是否相同，为什么？

(1) $f(x)=\frac{x}{x}$, $g(x)=1$；

(2) $f(x)=\ln x^2$, $g(x)=2\ln x$；

(3) $f(x)=\arcsin(\sin x)$, $g(x)=x$；

(4) $f(x)=1+\cos 2x$, $g(x)=2\cos^2 x$.

【解】(1)，(2)均因为两函数的定义域不同，所以两函数不相同；(3)因为对应法则不同，如 $f(\frac{3}{2}\pi)=-\frac{\pi}{2}$, $g(\frac{3}{2}\pi)=\frac{3}{2}\pi$，所以两函数不相同；(4)因为定义域与对应法则均相同，所以两函数相同.

题型 3. 函数值的计算方法

【辅导】

(1)函数记号具有形式性：我们应理解 $f(x)$ 为形式上的记号 $f(\square)$，其中符号$\square$可根据需要替换为所需的数值、字母、变量或函数. 例如，将 $f(x)=1-x^2$ 抽象理解为 $f(\square)=1-\square^2$，从而可方便地写出：

$$f(a)=1-a^2,f(\frac{1}{x})=1-(\frac{1}{x})^2=1-\frac{1}{x^2},$$

$$f(x-1)=1-(x-1)^2=2x-x^2$$

等等.

【注】在高等数学中，诸如极限公式，导数公式，微分公式，积分公式，求导法则，积分法则等均具有类似的形式性. 因此，深刻理解和灵

活运用这类形式性对解题常常是十分重要的.

(2)在函数定义域的不同范围内用不同公式表达的函数称为分段函数,其定义域不同范围的端点称为分段函数的分界点.

【注】一个分段函数实际上是一个公式表示的函数,不能因为它有多段,而误认为是多个函数.

分段函数的函数值应该根据自变量取值所属范围用相应的表达式来计算.

【例5】设 $f(x)=\frac{1}{1+x}$,试求

$f(-2),f(a),f(\frac{1}{x}),f(a+h)-f(a),f[f(x)]$.

【解】$f(-2)=\frac{1}{1+(-2)}=-1$;$f(a)=\frac{1}{1+a}$;

$$f(\frac{1}{x})=\frac{1}{1+\frac{1}{x}}=\frac{x}{1+x};$$

$$f(a+h)-f(a)=\frac{1}{1+a+h}-\frac{1}{1+a}$$

$$=-\frac{h}{(1+a)(1+a+h)};$$

$$f[f(x)]=\frac{1}{1+f(x)}=\frac{1}{1+\frac{1}{1+x}}=\frac{1+x}{2+x}.$$

【例6】设 $f(x)=\begin{cases}x+1, & 0\leqslant x<1\\ x^2-1, & 1\leqslant x\leqslant 2\end{cases}$,求 $f(\frac{1}{2}),f(1),f(\frac{3}{2}),f(x+1)$.

【解】$f(\frac{1}{2})=(x+1)|_{x=\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$;

$$f(1)=(x^2-1)|_{x=1}=1^2-1=0;$$

$$f(\frac{3}{2})=(x^2-1)|_{x=\frac{3}{2}}=(\frac{3}{2})^2-1=\frac{5}{4};$$

而在函数中用 $x+1$ 替换 x 可得:

$$f(x+1)=\begin{cases}(x+1)+1, & 0\leqslant x+1<1\\(x+1)^2-1, & 1\leqslant x+1\leqslant 2\end{cases},$$

即 $$f(x+1)=\begin{cases}x+2, & -1\leqslant x<0\\x(x+2), & 0\leqslant x\leqslant 1\end{cases}.$$

【例 7】已知 $f(\frac{1}{x})=x\left(\frac{x}{x+1}\right)^2$，求 $f(x)$.

【解】令 $t=\frac{1}{x}$，则 $f(t)=\frac{1}{t}\left(\frac{\frac{1}{t}}{\frac{1}{t}+1}\right)^2=\frac{1}{t}\left(\frac{1}{1+t}\right)^2$，从而

$$f(x)=\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x+x}\right)^2.$$

题型 4.　函数定义域的求法

【辅导】函数定义域的一般求法：

(1)含有自变量的分母不能为零：$\frac{g(x)}{f(x)}$，$f(x)\neq 0$；

(2)负数不能开偶次方根：$\sqrt[2k]{f(x)}$，$k\in\mathbf{N}$，$f(x)\geqslant 0$；

(3)零和负数无对数：$\log_a f(x)$，$f(x)>0$；

(4)绝对值超过 1 的数不能取反正弦与反余弦：$\arcsin f(x)$，$\arccos f(x)$，$|f(x)|\leqslant 1$；

(5)一个函数有意义当且仅当其各部分均有意义.

求函数的定义域常可归结为解不等式(或联立不等式组)，即取其各不等式解集的交集；但分段函数的定义域却是其各段函数定义域的并集.

【例 8】确定下列函数的定义域：

(1) $y=x^3+2x^2-3x+1$；　　(2) $y=\frac{x^2-1}{\sqrt{4-x^2}}$；

(3) $y=\arcsin\frac{x-1}{5}+\frac{1}{\sqrt{25-x^2}}$；　　(4) $y=\lg\frac{x-2}{5-x}$.

【解】(1)因为对任意实数 x，函数均有意义，所以函数定义域为 $(-\infty,+\infty)$；

【注】多项式函数定义域均为 $(-\infty,+\infty)$.

(2)这是一个分式函数.分子是多项式，对任意实数均有意义；分母是无理函数，被开方函数此时必须大于零.

由 $4-x^2>0$ 得 $|x|<2$，所以函数定义域为 $(-2,2)$.

(3)要使函数有意义，x 必须满足不等式组

$$\begin{cases}\left|\dfrac{x-1}{5}\right|\leqslant 1\\ 25-x^2>0\end{cases}.$$

由 $\left|\dfrac{x-1}{5}\right|\leqslant 1$ 得 $-4\leqslant x\leqslant 6$，由 $25-x^2>0$ 得 $-5<x<5$，从而取交集得原来函数的定义域为 $[-4,5)$.

(4)由 $\dfrac{x-2}{5-x}>0$ 得：$\begin{cases}x-2>0\\5-x<0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x-2<0\\5-x>0\end{cases}$，从而所求定义域为 $(-\infty,2)\cup(5,+\infty)$.

【例 9】设函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$，试求下列函数的定义域：

(1) $f(\sin x)$；(2) $f(x-a)+f(x+a)$（a 为任意实数）.

【解】(1)因为 $\quad 0\leqslant\sin x\leqslant 1$，

所以 $\quad 2k\pi\leqslant x\leqslant(2k+1)\ (k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$.

(2)因为 $\begin{cases}0\leqslant x-a\leqslant 1\\0\leqslant x+a\leqslant 1,\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}a\leqslant x\leqslant 1+a\\-a\leqslant x\leqslant 1-a,\end{cases}$

于是①当 $1-a<a$ 即 $a>\dfrac{1}{2}$ 时，定义域为空集；

②当 $1-a=a$ 即 $a=\dfrac{1}{2}$ 时，定义域为单点集 $\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$；

③当 $1-a>a$ 即 $a<\dfrac{1}{2}$ 时，定义域为 $a\leqslant x\leqslant 1-a$.

【例 10】设函数 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{1-x^2}, & |x|\leqslant 1\\ x^2-1, & 1<|x|<3\end{cases}$ 求其定义域.

【解】因为分段函数的定义域应是各段定义范围的并集，所以该函数的定义域为$|x|<3$.

题型 5.　函数的复合与分解

【辅导】函数复合与分解是互逆的. 必须注意：

(1)复合的过程是由内到外进行的. 复合是有条件的，即内层函数的值域必须含于外层函数的定义域内或与之交集非空. 例如，$y=e^u$(外层函数)，$u=\sin x$(内层函数)满足复合条件，其复合函数可由将后者代入前者得到 $y=e^{\sin x}$. 一般，复合函数 $y=f[\varphi(x)]$的定义域为"内层函数"$u=\varphi(x)$定义域或其一部分(子集).

(2)分解复合函数的过程是由外到内进行的. 必须分清各层函数及运算，适当引入中间变量，使分解后的各个函数为基本初等函数或基本初等函数与常数的四则运算. 例如，对于复合函数 $y=\log_a\cos(e^x+1)$，由外到内的函数关系依次为：

对数函数→余弦函数→指数函数与常数的和，

因此，分解后的各个函数依次为：

$$y=\log_a u,\ u=\cos v,\ v=e^x+1.$$

正确分解复合函数在应用复合函数求导法则和换元积分法中是十分重要的，而这些正是必考的内容.

【例 11】设 $f(x)=\begin{cases}1, & |x|<1\\ 0, & |x|=1\\ -1, & |x|>1\end{cases}$，$g(x)=e^x$，

求 $f[g(x)]$，$g[f(x)]$.

【解】$f[g(x)]=\begin{cases}1, & |e^x|<1\\ 0, & |e^x|=1\\ -1, & |e^x|>1\end{cases}$ 即 $f[g(x)]=\begin{cases}1, & x<0\\ 0, & x=0,\\ -1, & x>1\end{cases}$

$$g[f(x)]=e^{f(x)}=\begin{cases}e^1, & |x|<1\\ e^0, & |x|=1\\ e^{-1} & |x|>1\end{cases} \text{即 } g[f(x)]=\begin{cases}e, & |x|<1\\ 1, & |x|=1.\\ e^{-1}, & |x|>1\end{cases}$$

【例 12】分解复合函数：

(1) $y=\ln\sin\frac{1}{x}$, (2) $y=\left[\frac{1+(1-x^3)^2}{1-(1-x^3)^2}\right]^5$.

【解】(1) $y=\ln u$, $u=\sin v$, $v=\frac{1}{x}$.

(2) $y=u^5$, $u=\frac{1+v}{1-v}$, $v=w^2$, $w=1-x^3$.

题型 6. 函数性质的讨论

【例 13】讨论函数 $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$ 的奇偶性.

【解】因为
$$\begin{aligned} f(-x)&=\ln(-x+\sqrt{(-x)^2+1})\\ &=\ln(-x+\sqrt{x^2+1})\\ &=\ln\frac{(\sqrt{x^2+1}-x)(\sqrt{x^2+1}+x)}{\sqrt{x^2+1}+x}\\ &=\ln\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}\\ &=-\ln(x+\sqrt{x^2+1})=-f(x)\end{aligned}$$

所以 $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$ 为奇函数.

【例 14】证明任意一个定义在对称区间 $(-l,l)(l>0)$ 上的函数均可表示为一个奇函数与一个偶函数的和.

【证】设 $\varphi(x)=\frac{f(x)+f(-x)}{2}$, $\Psi(x)=\frac{f(x)-f(-x)}{2}$,

则因为 $\varphi(-x)=\frac{f(-x)+f(x)}{2}=\varphi(x)$,

$$\Psi(-x)=\frac{f(-x)-f(x)}{2}=-\Psi(x),$$

故 $\varphi(x)$ 为偶函数, $\Psi(x)$ 为奇函数, 且 $f(x)=\varphi(x)+\Psi(x)$.

题型 7. 反函数的求法

【辅导】反函数的求法：在所给的直接函数 $y=f(x)$ 中，现将变

量 x 视为未知数解出 $x=\varphi(y)$ 即为反函数. 习惯上,仍用 x 表示自变量, y 表示函数,于是 $y=\varphi(x)$ 也为反函数.

注意:在同一平面直角坐标系中, $y=f(x)$ 和 $x=\varphi(y)$ 的图形是重合的;而 $y=f(x)$ 和 $y=\varphi(x)$ 的图形是关于直线 $y=x$ 成轴对称的.

【例 15】求函数 $y=1+\ln(x+2)$ 的反函数.

【解】由所给函数解出 x,得:

$$\ln(x+2)=y-1,\ x+2=e^{y-1},\ x=e^{y-1}-2.$$

若以 x 为自变量, y 为因变量,则反函数为:

$$y=e^{x-1}-2.$$

【例 16】求函数 $y=\frac{e^x-e^{-x}}{2}(-\infty<x<\infty)$ 的反函数.

【解】在直接函数 $y=\frac{e^x-e^{-x}}{2}(-\infty<x<\infty)$ 中将 x 看作未知量,解得:

$$e^x-e^{-x}=2y,\ (e^x)^2-2ye^x-1=0,$$

由一元二次方程求根公式得:

$$e^x=y\pm\sqrt{y^2+1}(-\infty<y<\infty),$$

由 $e^x>0(x\in\mathbf{R}),\sqrt{y^2+1}>y$ 得:

$$e^x=y+\sqrt{y^2+1}(-\infty<y<\infty),$$

故反函数为: $x=\ln(y+\sqrt{y^2+1})\ (-\infty<y<\infty)$

或 $y=\ln(x+\sqrt{x^2+1})\quad(-\infty<x<\infty)$.

【注】函数 $y=\frac{e^x-e^{-x}}{2}(-\infty<x<\infty)$ 称为双曲正弦函数.

题型 8. 建立函数关系

【辅导】建立函数关系的方法:

(1)根据实际问题,确定自变量和函数(因变量);

(2)利用等量关系建立函数表达式;

(3)确定函数的实际定义域.

【注】实际定义域是使函数有实际意义的自变量取值的范围,通常是相应函数定义域的子集。例如,函数 $y=x^2$ 的定义域是$(-\infty,+\infty)$,但当函数 $y=x^2$ 表示一个边长为 x 的正方形面积时,其实际定义域却为$(0,+\infty)$.

建立函数表达式在微积分应用问题中是十分重要的.

【例 17】在一块边长为 a 的正方形铁皮的四角各剪去一个相同大小的小正方形(图 1-1),再折起四边做成一个无盖的盒子,求所做盒子的容积与剪去的小正方形边长之间的函数关系.

【解】设剪去的小正方形边长为 x,所做盒子的容积为 V,则由长方体体积公式得:

$$V=x(a-2x)^2,$$

其中 x 的变化范围是$\left(0,\frac{a}{2}\right)$,即为该函数的实际定义域.

图 1-1

【例 18】将半径为 R 的圆形铁片从中心处剪取一个中心角为 θ 的扇形,围成容积为 V 的无底圆锥,试求 V 为 θ 的函数(图 1-2).

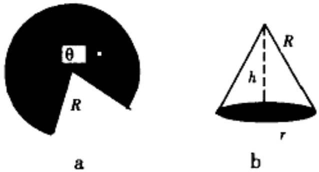

图 1-2

【解】设圆锥底面半径为 r,圆锥高为 h,则 $R\theta=2\pi r$,即

$$r=\frac{R\theta}{2\pi},$$

$$h=\sqrt{R^2-r^2}=\frac{R}{2\pi}\sqrt{4\pi^2-\theta^2}.$$

由圆锥体积公式得:

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{R\theta}{2\pi}\right)^2\cdot\frac{R}{2\pi}\sqrt{4\pi^2-\theta^2}$$

$$= \frac{R^3}{24\pi^2}\theta^2\sqrt{4\pi^2-\theta^2} \quad (0<\theta<2\pi).$$

三、自我练习一（函数）

（一）单选题

1. 不等式$|x-2|<1$表示的集合是(　　).

   A. $(1,3)$　　B. $[1,3]$　　C. $[1,3)$　　D. $(-\infty,1)$

2. 区间$[a,+\infty)$表示不等式(　　).

   A. $a<x<+\infty$　　B. $a\leqslant x<+\infty$

   C. $a<x$　　D. $a\geqslant x$

3. 函数 $y=\log_2(x-1)$的定义域为(　　).

   A. $[1,+\infty)$　　B. $(-\infty,+\infty)$

   C. $(1,+\infty)$　　D. $[0,1]$

4. 已知函数 $f(x)$的定义域为$[-1,2]$，则函数 $F(x)=f(x+2)+f(2x)$的定义域是(　　).

   A. $[-3,0]$　　B. $[-3,1]$　　C. $[-\frac{1}{2},1]$　　D. $[-\frac{1}{2},0]$

5. 设 $f(x)=\begin{cases}x, & |x|<1\\ 2, & 1\leqslant|x|\leqslant 3\end{cases}$，则 $f(x-2)$的定义域是(　　).

   A. $[-1,3]$　　B. $(-1,3)$　　C. $[1,5]$　　D. $(1,5)$

6. 设 $f(x)=\frac{1}{1+x^2}$，则 $f\left(\frac{1}{f(x)}\right)=$(　　).

   A. $\frac{1}{2+x^2}$　　B. $\frac{1}{1+(1+x^2)^2}$

   C. $1+x^2$　　D. $1+(1+x^2)^2$

7. 设函数 $f(x)=x^3-x^2-1$，则 $f[f(1)]=$(　　).

   A. -1　　B. -3　　C. 0　　D. 1

8. 设 $f(1-2x)=1-\frac{2}{x}$，则 $f(x)=$(　　).

A. $1+\frac{4}{1-x}$　　B. $1-\frac{4}{1-x}$　　C. $1-\frac{2}{1-2x}$　　D. $1+\frac{2}{1-2x}$

9. 若 $f(x)=\begin{cases}1, & |x|\leqslant 1\\ 0, & |x|>1\end{cases}$，则当 $x\in(-\infty,+\infty)$时，$f[f(x)]$ $=$(　　).

A. 1　　B. 0　　C. $f(x)$　　D. 不存在

10. 设 $f\left(\sin\frac{x}{2}\right)=1+\cos x$，则 $f\left(\cos\frac{x}{2}\right)=$(　　).

A. $1-\cos x$　　B. $-\cos x$　　C. $1+\cos x$　　D. $-\sin x$

11. 函数 $y=\frac{x^3+x}{x}$与函数 $y=x+1$(　　).

A. 在$(-\infty,+\infty)$内相同　　B. 仅在$(0,+\infty)$内相同

C. 仅在$(-\infty,0)$内相同　　D. 在$(-\infty,0)$，$(0,+\infty)$内相同

12. 下列各对函数中，是相同函数的是(　　).

A. $f(x)=x\sqrt{x-1}$　　$g(x)=\sqrt{x^4-x^2}$

B. $f(x)=\arcsin(\sin x)$　　$g(x)=x$

C. $f(x)=\lg x^2$　　$g(x)=2\lg x$

D. $f(x)=1-\cos x$　　$g(x)=2\sin^2 x$

13. $y=\cos\left(\frac{x}{2}+3\right)$的周期是(　　).

A. 2π　　B. π　　C. 4π　　D. $\frac{\pi}{2}$

14. 设函数 $f(x)=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}\sin\frac{x}{n}$(其中 n 是自然数)，则 $f(x)$ 是(　　).

A. 无界函数　　B. 有界函数

C. 单调函数　　D. 以 2π 为周期的函数

15. 设 $f(x)$与 $g(x)$都是单调减函数，则 $f[g(x)]$(　　).

A. 单调增　　B. 单调减　　C. 有增有减　　D. 不增不减

16. 下列函数中为单调函数的是(　　).

A. x^2-x　　B. $|x|$　　C. e^{-x}　　D. $\sin x$

17. 设函数 $f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内有定义，下列函数中必为奇函数的是(　　).

A. $y=-|f(x)|$　　B. $y=xf(x^2)$

C. $y=-f(-x)$　　D. $y=f(x)+f(-x)$

18. 下列函数为周期函数的是(　　).

A. $y=\sin x^2$　　B. $y=x|\sin x|$

C. $y=\arcsin 2x$　　D. $y=\mathrm{tg}(3x-2)$

19. 函数 $y=a^x$ 与 $y=\log_a x(a>0,a\neq 1)$图形是(　　).

A. 关于原点对称　　B. 关于 x 轴对称

C. 关于 y 轴对称　　D. 关于直线 $y=x$ 对称

20. 下列函数中为基本初等函数的是(　　).

A. $y=\begin{cases}2x^2, & x>0\\ 2x+1, & x<0\end{cases}$　　B. $y=2x+\cos x$

C. $y=x$　　D. $y=\sin\sqrt{x}$

21. 函数 $y=\pi+\arctan\frac{x}{2}$的反函数是(　　).

A. $y=2\tan(x-\pi)$　$\left(\frac{\pi}{2},\frac{3}{2}\pi\right)$

B. $y=\tan\frac{x}{2}$　$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$

C. $y=2\tan\frac{x}{2}$　$\left(\frac{\pi}{2},\frac{3}{2}\pi\right)$

D. $\frac{1}{2}\tan\frac{x}{2}$　$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$

22. 函数 $y=\frac{x+2}{x-1}$的反函数是 $y=$(　　).

A. $\frac{x+2}{x-1}$　　B. $\frac{x-1}{x+1}$　　C. $\frac{2(x+1)}{x-1}$　　D. $\frac{x+1}{x-1}$

23. 函数 $y=e^x-1$ 的反函数是(　　).