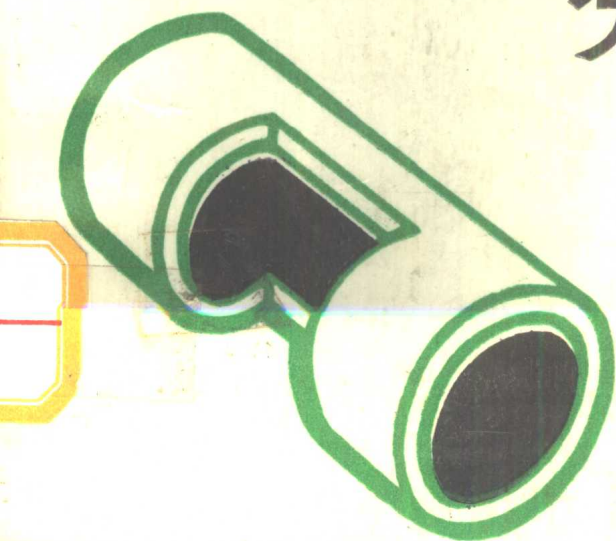


Nao xing tuo luo - nao xing
zhi cheng gang du qiang du
fen xi

挠性陀螺—— 挠性支承 刚度强度 分析



王佩纶 编著

东南大学出版社

0318

1022

917084

0318

1022

挠性陀螺

挠性支承刚度强度分析

东南大学出版社

内 容 简 介

本书主要介绍挠性陀螺、挠性加速度计及力传感器中挠性支承的刚度强度分析。重点讨论解析法和有限元法的应用。全书共分十章，内容包括支承正弹性系数计算，挠性杆轴向、径向刚度计算，各类扭杆刚度计算和力传感器弹性体挠性支承计算等等。

本书内容丰富，理论联系实际，是作者十多年来对于国内各研制单位提出的实际问题的解决方法 and 经验总结。本书可供高等工科院校有关精密仪器制造专业的本科生、研究生、教师及从事挠性支承设计等工程技术人员参考。

责任编辑 徐步政

责任校对 陈东方

挠性陀螺

——挠性支承刚度强度分析——

王佩纶 编著

东南大学出版社出版

(南京四牌楼2号)

江苏省新华书店发行 大丰印刷二厂印刷

开本787×1092毫米 1/32 印张8 1/16 字数181.12千字

1990年4月第一版 1990年4月第一次印刷

印数：1—1000册

ISBN 7-81023-252-5

前 言

挠性陀螺是一种新型陀螺仪。美国在 1964 年首先制成动力调谐挠性陀螺，辛格-卡尔福特公司在 1966 年采用挠性陀螺制成了低成本惯导系统，并于 1969 年装备于空对地导弹、军用飞机和民航机。此外，英、法、联邦德国等也先后生产了各种型号的挠性陀螺，其随机漂移分别达到 $0.005 \sim 0.002$ 度/小时。目前，挠性陀螺已经普遍地应用于航空、航海和中远程导弹。挠性陀螺与常规陀螺相比，具有成本低，体积小，重量轻，精度高的特点，在当代惯性器件中已占有重要的地位。

挠性支承是挠性陀螺的核心元件，它的作用是支承并通过它驱动转子，提供两个弯曲自由度，形成万向联接和实现动力调谐。因此，支承的设计直接影响到陀螺的精度、寿命和可靠性，必须进行准确的计算。挠性支承虽有不少国外专利文献，但并不提供具体的设计计算方法。由于挠性支承外形奇特，一般近似计算很难达到要求，我们从 1973 年开始，对挠性支承进行系统的研究，得到国内有关研制单位的支持。近年来，我们在有限元方法配合下，对一些典型挠性杆进行分析研究，取得了较好的效果。目前，已经可以根据挠性支承设计图纸，通过计算机计算，预知挠性支承的刚度值，从而大大缩短研制周期，获得较好的效益。

由于挠性支承消除了转动部件中的机械摩擦，这种支承已在工程各领域如力传感器、加速度计、现代记录仪、操纵

0.050001

机构、调节器、继电器等仪器中广泛应用。鉴于目前国内外还没有现成的挠性支承方面同类专著，现将历年来在学报、专业会议上发表的论文及研究成果编著成书，以供设计挠性支承技术人员参考。参加作者挠性支承课题研究的研究生赵宏伟同志作了不少计算工作，王微琼同志绘制了本书全部插图，特此致谢。由于作者学识和经验有限，书中错误和不妥之处在所难免，热忱期望读者批评指正。

著者 于东南大学
一九八九年七月

目 录

第一章 挠性陀螺与挠性支承

- § 1-1 挠性陀螺概述..... (1)
- § 1-2 动力调谐式挠性陀螺仪的结构原理..... (4)
- § 1-3 动力调谐挠性陀螺的典型支承结构..... (15)
- § 1-4 挠性支承接头设计原则及对材料性能的要求 (25)
- § 1-5 各种形式的挠性支承及其应用..... (29)

第二章 整体式挠性支承刚度强度计算

- § 2-1 挠性支承正弹性系数计算..... (33)
- § 2-2 挠性支承正弹性系数 K 的计算实例..... (40)
- § 2-3 挠性支承挠性杆刚度计算..... (48)
- § 2-4 挠性杆各类刚度计算数例分析..... (60)
- § 2-5 接头承载能力与挠性杆质量指标..... (61)
- § 2-6 挠性接头固有频率计算..... (67)

第三章 整体式挠性支承轴向径向总刚度

- § 3-1 挠性支承受力分析..... (70)
- § 3-2 挠性支承轴向总刚度计算..... (72)
- § 3-3 挠性支承径向总刚度计算..... (74)
- § 3-4 挠性支承轴向径向总刚度数例分析..... (76)
- § 3-5 45° 斜交型挠性支承刚度计算..... (79)
- § 3-6 斜交型挠性支承刚度数例分析..... (90)

第四章 整体式挠性支承有限元分析

- § 4-1 概述..... (93)

§ 4-2	有限元计算模型的建立及网格划分·····	(96)
§ 4-3	挠性杆各类刚度有限元计算·····	(106)
§ 4-4	挠性杆刚度解析解与有限元解的比较·····	(108)
§ 4-5	挠性杆刚度实用计算公式及算例·····	(110)

第五章 UKF 型挠性支承计算

§ 5-1	UKF 型挠性支承结构·····	(113)
§ 5-2	UKF 型挠性支承各类刚度计算·····	(114)
§ 5-3	UKF 型挠性支承刚度计算实用公式·····	(125)
§ 5-4	UKF 型挠性支承有限元分析·····	(130)
§ 5-5	UKF 型挠性支承有限元计算实例·····	(135)

第六章 弹性扭杆刚度强度计算

§ 6-1	等“+”字形截面扭杆刚度计算·····	(142)
§ 6-2	等“+”字形截面扭杆扭转刚度数例分析·····	(144)
§ 6-3	变“+”字形截面弹性扭杆有限元分析计算·····	(145)
§ 6-4	扭杆有限元计算实例分析·····	(150)
§ 6-5	变截面挠性杆扭转刚度计算·····	(154)
§ 6-6	金属带、丝弹性扭杆的弹性力矩与强度计算·····	(157)

第七章 挠性加速度计的挠性杆刚度计算

§ 7-1	挠性加速度计结构与原理·····	(168)
§ 7-2	加速度计单轴挠性杆弯曲刚度计算·····	(171)
§ 7-3	片式挠性杆弯曲刚度计算·····	(175)
§ 7-4	挠性杆强度校核·····	(180)
§ 7-5	加速度计用挠性杆有限元分析·····	(182)
§ 7-6	挠性杆刚度的测量·····	(185)

第八章 挠性杆的柔度计算

§ 8-1	概述·····	(189)
§ 8-2	单轴挠性杆柔度计算·····	(193)

§ 8-3 双轴挠性杆柔度计算·····	(202)
第九章 力传感器弹性体挠性支承有限元分析	
§ 9-1 概述·····	(205)
§ 9-2 力传感器弹性体挠性支承结构的工作原理	(206)
§ 9-3 力传感器弹性体结构有限元分析·····	(212)
§ 9-4 弹性体结构有限元计算实例分析·····	(221)
第十章 静电支承高速回转转子刚度分析	
§ 10-1 概述·····	(228)
§ 10-2 静电支承转子的应力分析·····	(230)
§ 10-3 静电支承转子的变形分析·····	(234)
§ 10-4 转子赤道带的局部应力及变形分析·····	(240)
§ 10-5 长球面转子的设计原理·····	(243)
参考文献 ·····	(246)

第一章 挠性陀螺与挠性支承

§ 1-1 挠性陀螺概述

陀螺仪是惯性导航系统的核心元件，陀螺仪的工作精度和制造成本是决定惯导系统工作精度和制造成本的最重要的因素之一。

陀螺由高速旋转的对称转子和万向支架组成，这种传统的结构概念一直延用到现在。为了提高陀螺的精度，人们花费了巨大的劳动，努力改进和完善万向支架的轴承结构和性能，但是滚珠轴承不可避免地存在有摩擦力矩而造成的陀螺漂移。机械支承陀螺的精度约为每小时 0.1 度，进一步提高机械支承的性能十分困难，因此要满足惯导系统对陀螺仪的精度要求，关键问题是必须改变支承方式。几十年来，人们从改变支承这个途径来研制新型陀螺仪，相继出现了液浮支承、气浮支承和静电支承等高精度的陀螺仪。这些陀螺仪具有较高的精度，但也带来结构复杂，制造困难，成本昂贵的缺点。

人们经过多年努力，终于又开辟了一条新的路子，设计出一种高速旋转的转子用弹性元件(挠性接头)支承起来的尖端仪表——挠性陀螺仪。图 1-1 是挠性陀螺原理结构示意图。

在挠性陀螺仪中，转子是由挠性接头来支承的。挠性接头是一种无摩擦的弹性支承，驱动电机带动驱动轴经过挠性

接头使转子高速旋转，从而产生角动量 $H = I\dot{\theta}$ ，式中 I 为转子极转动惯量， $\dot{\theta}$ 为转子转速。细颈状挠性接头一方面支承转子，另一方面又提供了万向联接，它和转子一起高速旋转又允许转子绕垂直于旋转轴的另两个正交轴有小角度的偏转。由于没有摩擦，高速转子在理想情况下不受任何摩擦力矩的干扰，

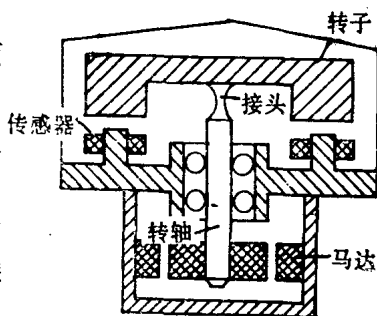


图 1-1

转子将稳定在惯性空间，这时转子相当于一个自由转子。当陀螺壳体偏离初始位置时，转子相对空间稳定不变，因而转子与传感器的距离不再相等，这一变化通过传感器，以电信号的形式传输出来，就可以确定壳体偏离起始位置的角度。如果再装上力矩器对转子施加必要的修正力矩，就可构成一个结构简单的挠性陀螺仪。

挠性陀螺仪的挠性接头支承转子的原理与我国杂技艺术中的“转碟”有许多相似之处（图 1-2）。这里转子相当于“转碟”中的瓷碟，带挠性接头的驱动轴相当于“转碟”中的富有弹性的细长杆，而驱动



图 1-2

电机相当于演员的手腕。然而，应用这种挠性支承原理做成挠性陀螺仪，却是陀螺技术发展中的一个重大突破。

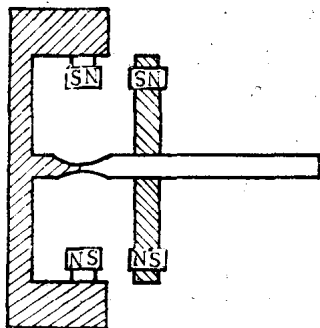


图 1-3

但是，陀螺的创新，虽避免了一系列有害的力矩，却又由于新的结构而产生另一种干扰力矩。即所说的细颈状的挠性接头产生的一种弹性力矩。人们也曾设法消除这种有害力矩，例如在转子和转轴上装上磁铁（如图 1-3 所示），当挠性接头弯曲时，磁铁间产生的磁力将能消除接头弯曲形成的弹性力矩，遗憾的是这种方式并不十分理想。

本世纪六十年代，成功地采用了动力调谐的方法，使挠性陀螺趋于完善。这种挠性陀螺不再采用细颈状的接头，而是由两对彼此垂直的弹性扭杆和一个平衡环组成的。它一方面起支承转子的作用，而又有万向支架的功能。下面我们将详细讨论这种动力调谐式挠性陀螺的挠性接头的结构形式。

动力调谐挠性陀螺，首先是美国在 1964 年制成。1966 年美国的辛格-卡尔福特公司采用这种挠性陀螺制成了低成本惯导系统，并于 1969 年装备于空对地导弹、军用飞机和民航机。此外，英、法、联邦德国也都先后生产了各种型号的挠性陀螺，其随机漂移分别达到 $0.005 \sim 0.002$ 度/小时。自 1967

年以来，美国和西欧各国，在惯导系统中，大量采用挠性陀螺。挠性陀螺在当代惯性器件中占有越来越重要的地位。我国在 1975 年开始研制挠性陀螺，经过广大工程技术人员 的努力，无论在理论分析、挠性结头材料研制和陀螺仪表的制造上均取得了很大成绩，並已应用到各种导航仪表上。

§ 1-2 动力调谐式挠性陀螺仪的结构原理

动力调谐式挠性陀螺仪的驱动轴和转子的挠性接头已不再是一根细颈轴，而是由两对彼此垂直的扭杆和一个平衡环组成，如图 1-4 所示。一对共轴线的内扭杆与驱动轴和平衡

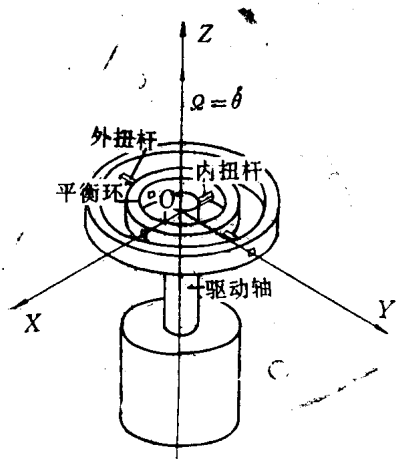


图 1-4

环固连，另一对共轴线的内扭杆和平衡环及转子固连，内扭杆轴线和外扭杆轴线彼此垂直並且它们的轴线与驱动轴线相交于一点。这样，当驱动轴旋转时，通过内扭杆带动平衡环旋转，平衡环再通过外扭杆带动转子旋转。可见，平衡环和内外扭杆组成的挠性接头，一方面起

支承转子的作用，而又有万向支架的功能。

由内外扭杆和平衡环构成的挠性接头，在与转子一起高速旋转后，当转子与转轴间出现偏转角时，平衡环就会绕内

外扭杆轴相对转子作扭摆运动。如果设计合理的话, 这种扭摆运动所引起的动力效应, 就能产生所需要的补偿力矩。我们下面就来分析这一问题。

1. 平衡环的扭摆运动

为了搞清动力调谐原理, 我们先研究平衡环扭摆运动。取坐标系 $Ox_1y_1z_1$ 与惯性空间固连, 称惯性坐标系。取 xyz 与仪表壳体固连, 称壳体坐标系。以上两个坐标系都不参与转子的高速旋转, 称为定坐标系, 如图 1-5 所示。

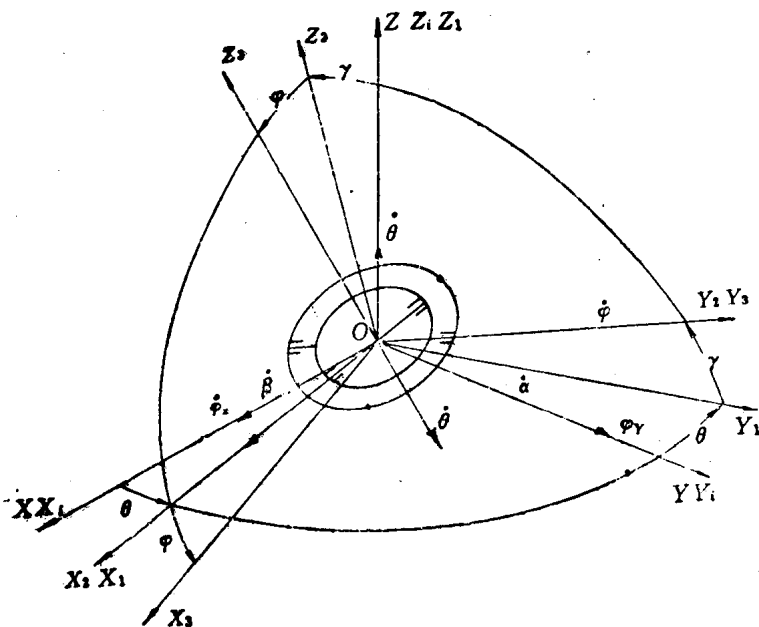


图 1-5

再取 $x_1y_1z_1$ 坐标系与驱动轴固连, z_1 轴以 $\dot{\theta}$ 的角速度相对壳体坐标系旋转。将 $x_2y_2z_2$ 坐标系与平衡环固连, x_2 轴与内扭杆轴线重合, 它相对驱动轴的运动用沿 x_2 轴的角速

度 $\dot{\gamma}$ 表示。将 x_3, y_3, z_3 坐标轴与转子固连, y_3 轴与外扭杆轴线重合, 它相对平衡环的运动用沿 y_3 轴的角速度 $\dot{\phi}$ 表示, 以上三个坐标系都参与转子以 $\dot{\theta}$ 角速度的高速旋转, 称为旋转坐标系。

为了确定转子相对惯性坐标系的位置, 可用 θ, γ, ϕ 这三个角度来表示, 即首先绕 z_1 轴转过 θ 角, 再绕 x_2 轴转过 γ 角, 再绕 y_3 轴转过 ϕ 角。

设壳体相对惯性坐标系的转角在壳体坐标轴上的投影为 $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$; 转子相对壳体坐标系的转角在壳体坐标轴上的投影为 α, β ; 转子相对惯性空间的转角, 在壳体坐标轴的投影表示了仪表的漂移角, 其关系为

$$\theta_x = \beta + \varphi_x \quad (1-1)$$

$$\theta_y = \alpha + \varphi_y$$

如果转子的漂移角为零, 则

$$\alpha = -\varphi_y \quad (1-2)$$

$$\beta = -\varphi_x$$

假设马达驱动轴、平衡环和转子以 $\dot{\theta}$ 作高速旋转, 同时仪表壳体带动驱动轴相对惯性坐标系有倾角 φ_x , 转子由于具有角动量 H 而保持其转子轴线 z_3 相对惯性空间稳定。但由于这种陀螺的结构特点以及转子对平衡环的约束, 平衡环在同转子一起高速旋转的同时, 还绕内扭杆进行同速的扭摆运动。在转子转一圈的时间内, 平衡环的扭摆运动情况如图 1-6 所示。图 1-6a 相当于转角 $\dot{\theta}t$ 等于零度, 图 1-6b, c, d 相应为 $\dot{\theta}t$ 等于 $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ 的状态。在图 1-6a 中, 由于外扭杆 A、B 都具有很大的抗弯刚度, 所以 φ_x 只能引起内扭杆 C、D 的扭转 (内扭杆垂直于纸面)。当扭角 $-\gamma$ 达到

最大值 $|\gamma_{\max}| = |\varphi_x|$ 时, 内扭杆扭转变形产生的弹性力矩

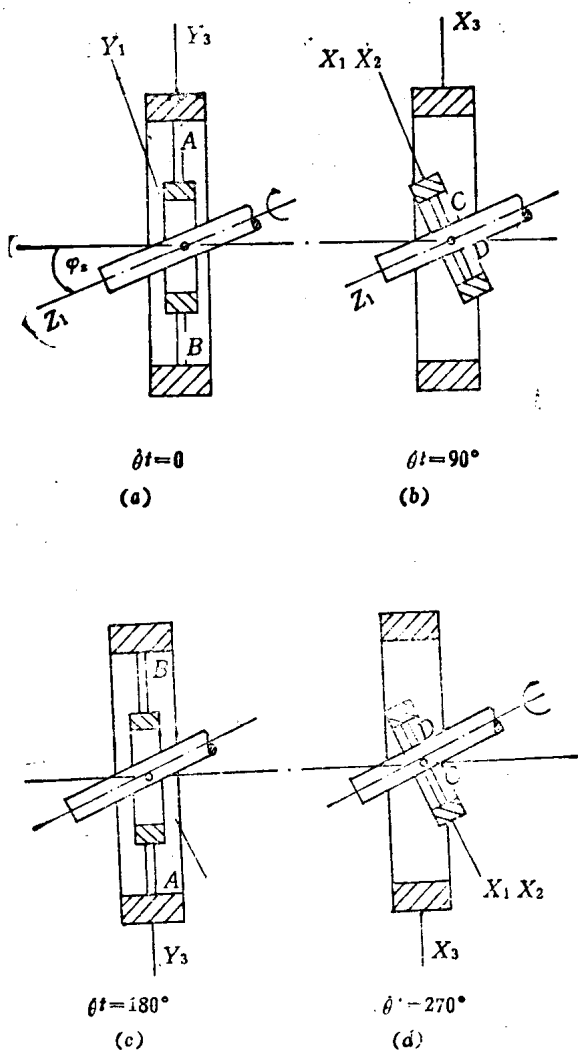


图 1-6

$K_{内}\gamma$ 通过平衡环和外扭杆作用到转子上, 在这个位置时, 平衡环赤道平面与转子赤道平面平行, 外扭杆 $A、B$ 的扭转角 φ 为零。从图 1-6a 转过 90° 便得到图 1-6b, 此时内扭杆 $C、D$ 也转过 90° , 外扭杆 $A、B$ 相应转到垂直纸面的方向。由于内扭杆同样具有很大抗弯刚度, 所以平衡环赤道平面必处于驱动轴垂直位置上, 因此只有外扭杆 $A、B$ 受扭转, 且扭转角由零增至 φ_{max} , 即 $|\varphi_{max}| = |\varphi_s|$ 。外扭杆扭转变形产生的弹性力矩 $K_{外}\varphi$ 直接作用在转子上, 而内扭杆 $C、D$ 的扭转角 γ 减小为零, 这时的平衡环平面与转子平面不相平行。

当驱动轴再转过 90° (相对初始位置旋转 180°), 便是图 1-6c 所示的位置, 这时外扭杆具有很大的抗弯刚度, 内扭杆转角由零增至 $+\gamma_{max}$, $|\gamma_{max}| = |\varphi_s|$, 内扭杆扭转变形产生的弹性力矩为 $K_{内}\gamma_{max}$, 並作用在转子上。平衡环平面与转子平面互相平行。从图 1-6c 的位置再转过 90° (相对初始位置旋转 270°), 这时因为内扭杆具有很大抗弯刚度, 使内扭杆转角由零增到 $-\varphi_{max}$, 即 $|\varphi_{max}| = |\varphi_s|$, 其弹性反力矩为 $K_{外}\varphi_{max}$, 作用在转子上。平衡环平面与转子平面又处于不平行。

根据以上现象, 平衡环的运动规律为: 由于倾角 φ_s 所产生的内扭杆转角 γ 在 (a)、(c) 两个位置下为最大, (b)、(d) 位置下为零值。在其它转角 θt 位置下, γ 角的变化为

$$\gamma = -\varphi_s \cos \theta t \quad (1-3)$$

由于倾角 φ_s 所产生的外扭杆转角 φ 相对于 θt 的变化规律为

$$\varphi = -\varphi_s \sin \theta t \quad (1-4)$$

根据同样道理, 当由于倾角 φ_s 产生的内外扭杆的扭转角 γ 和 φ 的变化规律为

$$\gamma = -\varphi_y \sin \theta t \quad (1-5)$$

$$\varphi = -\varphi_y \cos \theta t \quad (1-6)$$

将式(1-3)至式(1-6)综合在一起, 便得由于倾角 φ_x 和 φ_y 产生的内外扭杆的转角为

$$\gamma = -[\varphi_x \cos \theta t + \varphi_y \sin \theta t] \quad (1-7)$$

$$\varphi = -[\varphi_y \cos \theta t - \varphi_x \sin \theta t]$$

正是由于这种扭摆运动, 造成内外扭杆的扭转, 有扭转反力矩作用给转子。但是, 由于平衡环本身一方面随转子高速旋转, 另一方面又相对转子作扭摆运动进而产生陀螺力矩, 并通过外扭杆作用给转子。通过合理的设计, 使这两个力矩相互抵消, 于是达到理想的补偿条件, 这时转子不会发生漂移, 而稳定于惯性空间。这种状态正好与内外框架没有摩擦的三自由度陀螺, 力图稳定惯性空间的情况相类似。

2. 平衡环产生补偿力矩的力学分析

设坐标系 $Oxyz$ 的绝对角速度在 x, y, z 轴上的分量为 p, q, r , 则由图 1-5 可得

$$\begin{aligned} p &= \dot{\varphi}_x \\ q &= \dot{\varphi}_y \\ r &= \dot{\varphi}_z \end{aligned} \quad (1-8)$$

设坐标系 $Ox_1y_1z_1$ 的绝对角速度在 x_1, y_1, z_1 轴上的分量为 p_1, q_1, r_1 。坐标系 $Ox_2y_2z_2$ 的绝对角速度在 x_2, y_2, z_2 轴上的分量为 p_2, q_2, r_2 。坐标系 $Ox_3y_3z_3$ 的绝对角速度在 x_3, y_3, z_3 轴上的分量为 p_3, q_3, r_3 。则作用于转子旋转坐标系的力矩方程为

$$\begin{aligned} A\dot{p}_3 + (C-B)q_3r_3 &= \sum M_{x_3} = M_{x_3} + T_{x_3} \\ B\dot{q}_3 + (A-C)r_3p_3 &= \sum M_{y_3} = M_{y_3} + T_{y_3} \end{aligned} \quad (1-9)$$