高等专科学校试用教材

材料力学

郑州机械专科学校　赵芳印　主编

机械工业出版社

高等专科学校试用教材

材 料 力 学

郑州机械专科学校 赵芳印 主编

机 械 工 业 出 版 社

（京）新登字054号

本书内容包括：绪论、轴向拉伸和压缩、剪切和挤压、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、能量法、应力状态和强度理论、电测应力分析、组合变形的强度计算、动载荷、交变应力及压杆稳定共十四章。每章后附有思考题和习题，书后给出答案，附录中给出综合练习一个供教学中使用。

本书可作为机械类各专业材料力学课程的教材，也可供有关工程技术人员参考。

材 料 力 学

郑州机械专科学校　赵芳印　主编

*

责任编辑：檀庆华　版式设计：乔　玲
封面设计：刘　代　责任校对：熊天荣
责任印制：尹德伦

*

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）
（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）
机械工业出版社印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16·印张 16 1/2·字数 403 千字
1992年5月北京第1版·1992年5月北京第1次印刷
印数 00,001—5,900·定价：4.70 元

*

ISBN 7-111-03056-7/TB·148（课）

前　言

本书根据全国高等专科学校机制专业协会力学课程组第一次会议制定的高等工业专科学校材料力学教学大纲编写的，可做为机械类各专业（80～90学时）或其他相近专业材料力学课程的教材。

本书在编写中认真贯彻国家教委制定的材料力学课程教学的基本要求，广泛吸取了各校力学课程教学改革的经验，力争体现高等工程专科教育的特色；在内容选取中以必需和够用为度，理论推导从简，加强与工程实际的联系，以利于提高读者分析问题和解决问题的能力；本书还尽力作到文字简明，内容精练，知识面宽，便于教学使用。

参加本书编写的有：赵芳印（第一、十章）、周汝恒（第二、十四章）、王燕婴（第三、四章）、林荣福（第五、六章）、韩冠英（第七、十三章）、张志茹（第八、十一章）、李泽培（第九、十二章）。由赵芳印任主编，林荣福任副主编。由南京机械专科学校吴善元副教授任主审。

由于水平有限，经验不足，书中难免有不妥之处，恳请读者批评指正。

编　者

1990年12月

目　录

第一章　绪　　论

§1-1　材料力学的任务

机械设备的零件和工程结构的部件，统称构件。为保证机器和结构在载荷的作用下正常工作，则要求这些构件具有足够的承载能力，构件的承载能力一般包括以下三个方面：

一、足够的强度

在载荷的作用下，要求构件不发生破坏。例如，起重机提升重物时，它的各部件不能断裂；传动轴不能被扭断；压力容器工作时不应开裂或爆破。不然轻者会影响机器的正常运行，严重的可能造成灾难性的事故。构件抵抗破坏的能力，称为强度。

二、足够的刚度

在载荷作用下，构件的形状和尺寸都将发生改变，这种现象称为变形。某些构件在外力作用下虽然没有发生破坏，但由于变形超出允许的限度，也将使构件失去工作能力。如机器中传动轴（图1-1 a）的变形过大就会破坏齿轮的正常啮合，从而使机器不能正常运转，如图1-1 b所示。构件抵抗变形的能力，称为刚度。

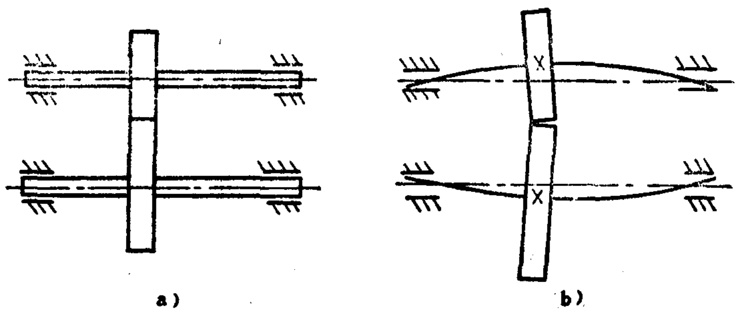

图1-1　传动轴

三、足够的稳定性

内燃机中的挺杆（图1-2 a），千斤顶中的螺杆（图1-2 b）等在压力作用下，虽然没有发生破坏，如果它们过于细长，当所加轴向压力超过一定限度时，这些压杆会突然产生显著的弯曲变形，不能保持其原直线平衡状态，这种现象称为失稳，是不允许出现的。为使受压杆件能正常工作，就要求构件具有足够的稳定性，即保持其原有直线平衡状态的能力。

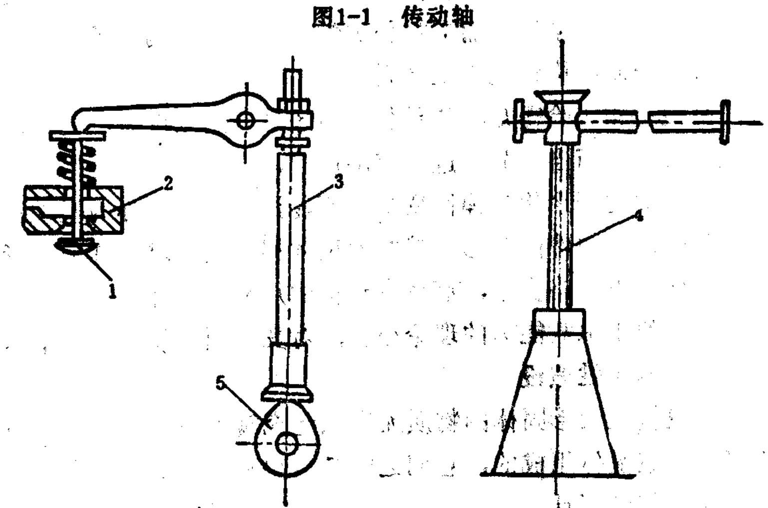

图1-2　受压杆

1—阀门　2—气缸头　3—挺杆　4—螺杆　5—凸轮

一般说来，当构件选用较好的材料和较大的截面尺寸，可使构件具有足够大的承载能力，

但这样可能会造成结构笨重及材料的浪费，可见安全和经济之间存在着矛盾。材料力学是研究构件承载能力的科学。它的任务是：研究构件在载荷作用下产生变形和破坏的规律，并为构件的合理设计提供必要的理论基础和计算方法。

材料力学的产生和发展与生产实践有着密切的关系。17世纪，由于航海、水利和建筑发展的需要，促进了该学科的产生和发展。意大利科学家伽利略做了构件的拉伸和弯曲试验，并首先提出计算梁的强度公式，开辟了用实验研究和理论分析相结合的方法，奠定了材料力学的基础。随着生产技术的进一步发展，又向材料力学提出了更多新的问题，使这门学科得以迅速发展。到19世纪末，材料力学逐步形成了一门独立的学科。现在它已成为许多工程领域中必备的工具，也是工科学生学习后继课程和今后解决工程设计、制造工艺等问题的基础。

近年来，由于新材料不断出现，载荷和工作条件的复杂化，对构件的设计提出了新的要求，从而促进了新理论和新方法的不断出现。宇宙飞船、卫星中复合材料的使用，促进了复合材料力学的出现；电子计算机的问世，并在力学中应用，产生了计算力学和有限元法。近30年来，由于高强度材料、大型焊接结构以及大截面构件的采用，出现了低应力脆断现象，引导人们去研究构件中裂纹扩展的规律，从而产生了断裂力学。这些新学科读者可根据实际工作的需要进行学习，以不断提高自己的理论水平。

§1-2　变形固体的基本假设

构件是由固体材料所制成，所有在外力作用下都要发生变形的固体，称为变形固体。自然界的物体具有各种各样的性质，但各门学科总是根据自身研究的范围，保留其主要的性质，而略去其次要的非本质的特性。在理论力学中，固体的微小变形，对研究的问题影响不大，可以将构件视为刚体；而在材料力学中，当研究构件承载能力时，构件的变形虽小，却是主要因素，因而将构件视为变形固体。

由经验和实验得知，如果载荷不超过一定限度时，变形固体卸载后，可以恢复其原来的形状和尺寸；而当载荷超过一定限度时，变形只能部分恢复，必将残留下部分变形。载荷卸除后能消失的变形称为弹性变形；不能消失的变形称为塑性变形。

此外，当构件的变形与其原始尺寸相比甚小时，称为小变形。所以在研究构件平衡和运动时，就可以忽略变形，而按变形前的尺寸进行计算。

为了便于承载能力的理论分析，对变形固体作以下三个基本假设：

一、连续性假设

假设构成变形固体的物质无空隙地充满了固体所占的空间。实际上，构件的材料是由很多微粒或晶体组成的，它们之间是有很多空隙的，但由于空隙的大小与构件的尺寸相比甚小，可以忽略不计。

二、均匀性假设

假设变形固体内部各点处的力学性质完全相同。

三、各向同性假设

假设变形固体在各个方向具有相同的性质。

实际上组成构件材料各个微粒或晶体，彼此的性质不完全相同，就每个晶粒而言也是各

向异性的。但由于构件内所包含的微粒或晶体极多，并且它们在构件内排列的方位又无规则，所以其统计平均值仍然是相同的。在宏观上可以认为构件是均匀和各向同性的。实践证明，根据上述假设所建立的理论是符合工程要求的。

§1-3　杆件变形的基本形式

构件的形式很多，但最常见的是杆件，即长度远大于横向尺寸的构件，如传动轴、螺栓、梁和柱等均属于杆件。通过杆内各横截面形心的联线称为轴线。如果杆的轴线为直线，称为直杆；轴线为曲线时，则称为曲杆。材料力学中所研究的直杆多数是等截面的，称为等直杆。

在不同的外力作用下，杆件变形的形式各异。归纳起来，变形的基本形式有以下四种：

1）轴向拉伸或压缩，如图1-3a；2）剪切，如图1-3b；3）扭转，如图1-3c；4）弯曲，如图1-3d。

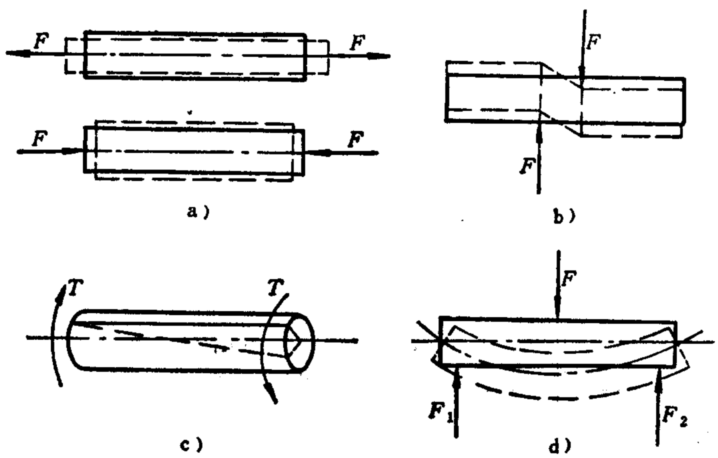

图1-3　杆件的变形

对于变形复杂的杆件，则可归结为上述基本变形的组合。在以后各章中，将分别研究杆件的基本变形问题，然后进一步讨论组合变形问题。

第二章　轴向拉伸与压缩

本章通过轴向拉伸或轴向压缩杆件的受力分析和变形分析，介绍材料力学的基本概念和基本方法；研究材料的力学性能；解决受拉或受压杆件的强度和刚度问题。

§2-1　轴向拉伸和压缩的概念

在工程实际中，很多构件受到拉伸和压缩的作用。如图2-1所示的起重机吊架中的 BC 杆受到沿轴线拉力的作用，沿轴线产生伸长变形；而工字钢 AB 则受到沿轴线压力的作用，沿轴线产生缩短变形。其他构件如内燃机中的连杆、各种螺栓以及压缩机中的活塞杆也属此例。

通过分析，这些杆件虽然形状不同，加载和联接方式各异，但都可以简化成如图 1-3 a 所示的计算简图。这种杆件的受力特点是：作用于杆上外力（或外力的合力）的作用线与杆的轴线重合。其变形特点是：杆件产生沿轴线方向的伸长或缩短。这种变形形式称为轴向拉伸或轴向压缩，工程中产生这种变形的杆件，简称拉杆或压杆。

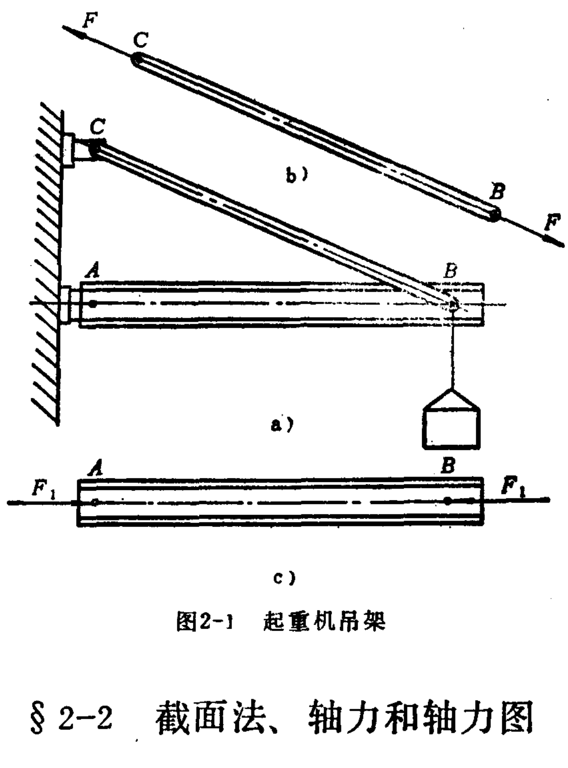

图2-1　起重机吊架

§2-2　截面法、轴力和轴力图

一、内力的概念

构件工作时，承受载荷、自重和约束反力的作用，这些力均属外力。为了对拉（压）杆进行强度计算，还需引入内力的概念。实际上，在无外力作用时，构件内各部分之间存在相

互作用的力，称为内力，它维持构件各部分之间的联系及构件的原有形状。当构件受到外力作用时，形状将发生改变，构件各部分之间的内力也将随之变化，这个因外力作用所引起的内力改变量，称为附加内力，简称为内力。

二、截面法和轴力

如图2-2 a 所示的拉杆，两端各受一轴向力 F 的作用，现研究杆上任一横截面上的内力。首先用横截面1-1在杆的任意处将杆假想地切开，分为左、右两段，任取一段，例如选取左段为研究对象（图2-2 b），由左段的平衡条件和材料的连续性假设，知道截面上必存在着连续分布的力。其合力为 F_N，根据平衡方程求得：$F_N = F$，且内力 F_N 的作用线也必通过杆的轴线，这种内力称为轴力。并规定：轴力的方向与横截面的外法线方向一致时为正，反之为负。由此可知，当杆受拉时轴力为正，受压时轴力为负。一般情况下，轴力均按正向画。

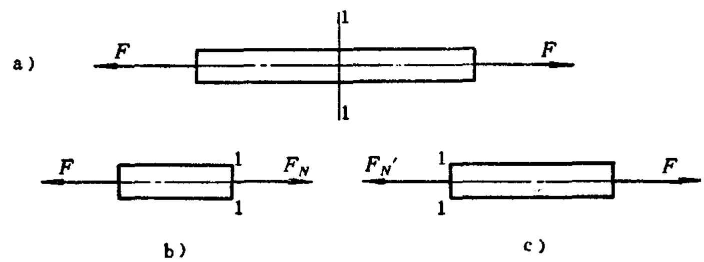

图2-2 拉杆

如果取右段为研究对象（图2-2 c），轴力 F_N' 也按正向画，同样得出

$$F_N' = F$$

无论取左段或是取右段为研究对象，所求得的轴力的大小，正负号都相同。同一截面上左、右两段上的轴力是作用和反作用的关系。

上述用假想的平面将构件截开，以确定截面上内力的方法，称为截面法。其过程可归纳为三个步骤：

1）在需求内力的截面处，用一截面将构件假想地切开，分为两个部分。

2）任取一段（一般取受力情况较简单的部分），在截面上用内力代替另一段对该段的作用。

3）对所研究的部分建立平衡方程，求出该截面上的内力。

三、轴力图

图2-2 a 所示的直杆只两端受到拉力，每个横截面上的轴力都等于外力 F。如果直杆承受多于两个外力时，直杆各段上的轴力将不相同，为了表示轴力随横截面位置的变化情况，取与杆轴线平行的直线为横坐标，表示横截面的位置；取与杆轴线相垂直的直线为纵坐标，表示对应截面上的轴力，正的轴力画在横坐标的上侧，负的轴力画在横坐标的下侧，这样画出的图称为轴力图。下面举例说明：

例2-1 某两级空气压缩机活塞（图2-3 a）压气时活塞一端受到十字接头传来的 F 力作用，另外还受到气体压力 p 的合力 F_1 和 F_2 的作用，已知 F_1 和 F_2，求 1-1 和 2-2 截面上的轴力，并画轴力图。

解 （1）计算未知外力　取活塞杆 AC 为研究对象，画出其受力图（图2-3 b），列平衡方程

$$\Sigma X = 0，\quad F - F_1 - F_2 = 0$$

得
$$F = F_1 + F_2$$

（2）求1-1截面的轴力　假想地用截面1-1将活塞杆分为两部分，取左段为研究对象，

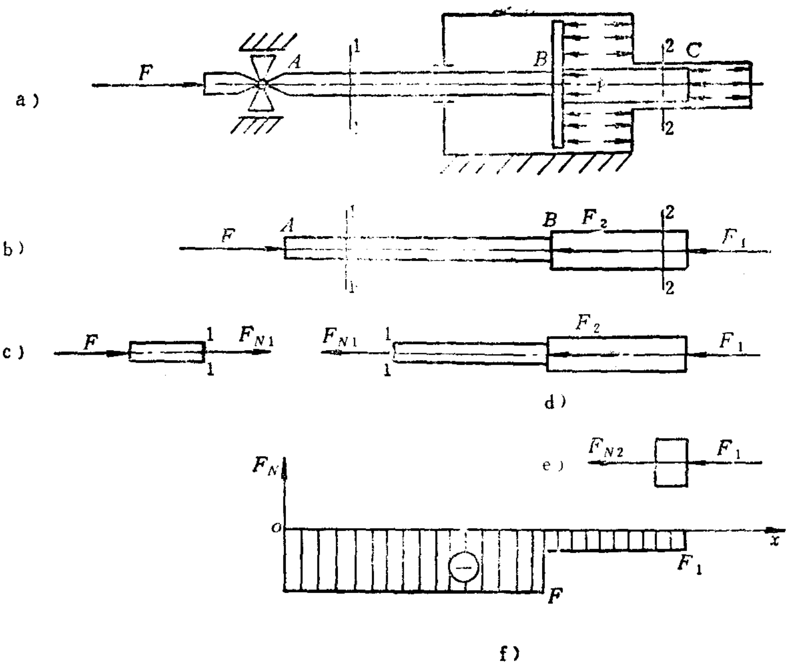

图2-3 压缩机活塞

画出其受力图（图2-3 c），列平衡方程

$$\Sigma X = 0, \quad F + F_{N1} = 0$$

得

$$F_{N1} = -F$$

若取右段为研究对象（图2-3 d），求得的结果相同。

（3）求2-2截面的轴力

将活塞杆在2-2截面处切开，取右段为研究对象，其受力图如图2-3 e所示，列平衡方程

$$\Sigma X = 0, \quad -F_{N2} - F_1 = 0$$

得

$$F_{N2} = -F_1$$

（4）画轴力图 根据上述各段的轴力值，作出轴力图（图2-3 f）。因$F > F_1$，由轴力图可以看出，数值最大的轴力发生在AB段内。即$|F_{N\max}| = F$。

例2-2 试画出图2-4 a所示直杆的轴力图。已知$F_1 = 16\text{kN}$，$F_2 = 10\text{kN}$，$F_3 = 20\text{kN}$。

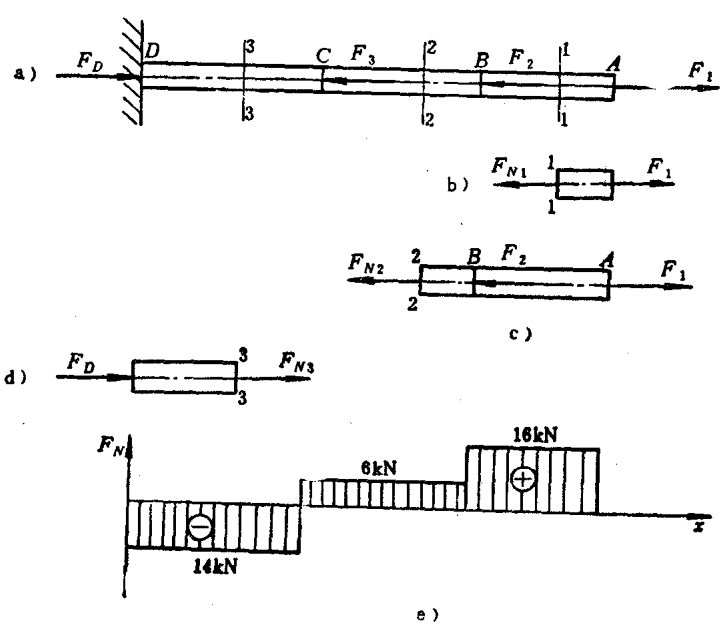

图2-4 直杆

解 （1）计算支反力

由受力图建立平衡方程

$$\Sigma X = 0,\quad F_D + F_1 - F_2 - F_3 = 0$$

$$F_D = F_2 + F_3 - F_1 = (10 + 20 - 16)\mathrm{kN} = 14\mathrm{kN}$$

（2）分段计算轴力 由于在横截面B和C上作用有外力，故将杆分为三段。用截面法截取如图2-4 b 、c 、d 的研究对象后，可得

$$F_{N1} = F_1 = 16\mathrm{kN}$$

$$F_{N2} = F_1 - F_2 = 16 - 10\mathrm{kN} = 6\mathrm{kN}$$

$$F_{N3} = -F_D = -14\mathrm{kN}$$

式中，F_{N3}为负值。说明F_{N3}的方向与实际情况相反，应为压力。

（3）画轴力图 根据所求得的轴力值，画出轴力图（图2-4 e），由图看出 $F_{N\max} = 16\mathrm{kN}$，发生在$AB$段内。

§2-3 横截面上的应力

一、应力的概念

确定了轴力以后，还不能解决杆件的强度问题。例如用同一材料制成而横截面积不同的两杆，在相同的拉力作用下，虽然两杆的轴力相同，但随着拉力的增大，横截面小的杆件必然先被拉断，这说明杆的强度不仅与轴力的大小有关，而且还与横截面的大小有关，即取决于内力在横截面上分布的密集程度，为了描述内力在截面上的分布情况，引入应力的概念。

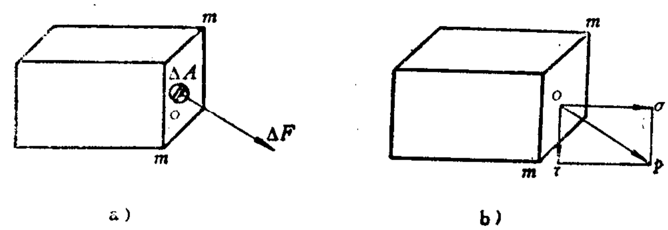

图2-5 截面应力

如图2-5 a 所示的杆件，在截面 $m-m$ 上任一点 o 的周围取一微小面积ΔA，在ΔA上作用有微内力的合力ΔF，一般情况下ΔF不与截面垂直，则ΔF与ΔA的比值称为ΔA内的平均应力，并用p^*表示，即

$$p^* = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

一般情况下，内力在截面上的分布并非均匀，为了更真实地描写内力的实际分布情况，应使微面积ΔA趋近于零，平均应力p^*的极限值，称为o点处的应力，并以p表示。即

$$p = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}A}$$

将该点的应力进行分解，垂直于横截面的应力称为正应力，用σ表示；与横截面相切的应力称为切应力，用τ表示，如图2-5 b 所示。

在国际单位制中，应力的单位为牛顿/米²（$\mathrm{N/m^2}$），称为帕（Pa），即$1\mathrm{Pa} = 1\mathrm{N/m^2}$。

在工程中，这一单位太小，而常用兆帕（MPa）和吉帕（GPa），其关系为$1GPa=10^3MPa=10^9Pa$。

二、横截面上的正应力

为了求得横截面上的应力，必须了解轴力在横截面上的分布规律。为此取一等截面直杆，在杆上画上两条横向直线ab和cd，并在两平行线之间划上平行于轴线的纵向线（图2-6 a），然后沿杆的轴线作用拉力F。此时可以观察到：横向线在杆件变形过程中始终为直线，且平移到$a'b'$和$c'd'$的位置，仍然垂直于轴线；各纵向线的伸长均相等（图2-6 b）。

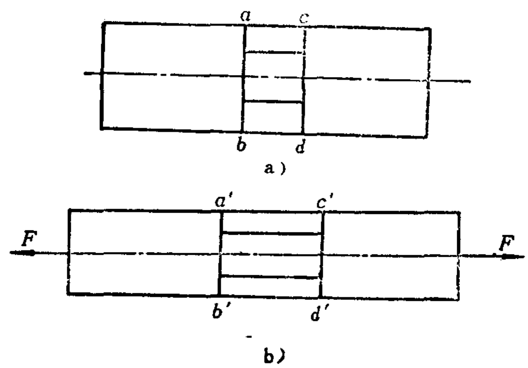

图2-6 拉杆变形

根据上述现象，通过由表及里的分析，推想杆件内部的变形与其表面相同，故可作如下假设：受拉伸的杆件变形前为平面的横截面，变形后仍为平面，仅沿轴线发生了相对平移，并仍与杆的轴线垂直，这称之为平面假设。若设想杆件是有无数条纵向纤维所组成，由平面假设可知，在任意两横截面间的各条纤维伸长相等，即变形相同。由材料的均匀连续性假设，可知内力在横截面上的分布是均匀的，即截面上各点处的应力大小相等，方向垂直于横截面，故为正应力（图2-7 b），其计算公式为

$$\sigma=\frac{F_N}{A} \tag{2-1}$$

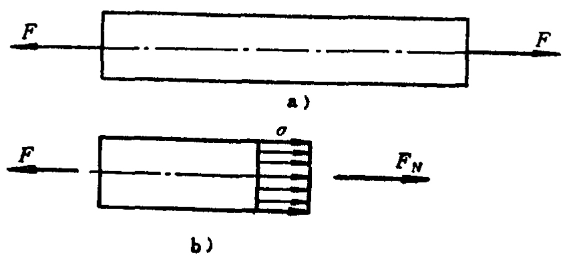

图2-7 横截面上正应力

式中，A为杆横截面面积。

正应力的符号与轴力的符号相对应，即拉应力为正，压应力为负。

实验证明，杆端附近的应力分布规律随杆端的加载方式而变化，且分布都不均匀。但这个区域并不大，只有在与杆端距离不大于杆的横向尺寸的地方应力分布不均匀，上述论断称为圣文南原理。因此在一般计算中并不考虑这些局部的影响，而将杆端的各种不同的加载方式均简化为相同的计算简图。

例2-3 图2-8 a 为轧钢机的压下螺杆，其尺寸如图所示。设压下螺杆的最大压力$F=600kN$，试求最大正应力。

解 （1）计算轴力 因最大应力将发生在截面最小的部位，用截面法求此处的轴力（图2-8 b）

$$F_N=-F=-600kN$$

（2）计算横截面面积

$$A=\frac{\pi d^2_{min}}{4}=\frac{\pi\times70^2}{4}mm^2=3848.5mm^2$$

（3）计算最大正应力

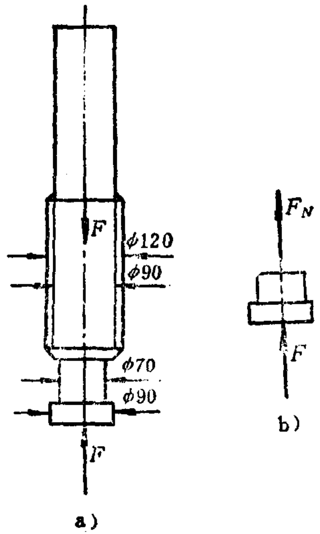

图2-8　螺杆

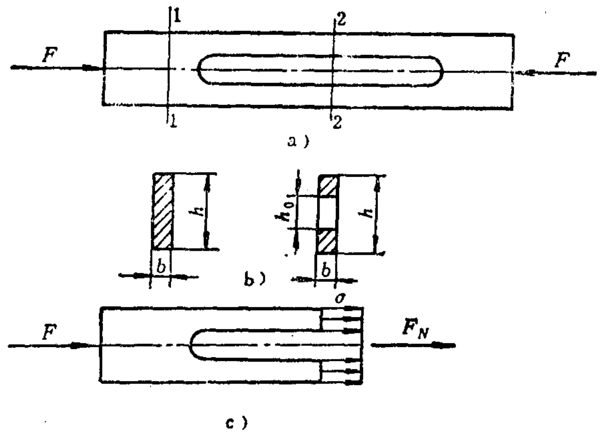

图2-9　开槽直杆

$$\sigma_{max}=\frac{F_N}{A}=\frac{-600\times10^3}{3848.5}\text{MPa}=-156\text{MPa}$$

例2-4　一中段开槽的直杆（图 2-9 a），承受轴向载荷$F=20$kN 的作用，已知$h=25$mm，$h_0=10$mm，$b=20$mm。试求杆内的最大正应力。

解　（1）计算轴力　由于杆件的中段横截面积小，故正应力最大，用截面法求得轴力为

$$F_N=-F=-20\text{kN}$$

（2）求横截面面积

$$A=(h-h_0)b=(25-10)\times20\text{mm}^2=300\text{mm}^2$$

（3）计算最大应力　因为杆受压缩，故应力为压应力

$$\sigma_{max}=\frac{F_N}{A}=\frac{-F}{A}=\frac{-20\times10^3}{300}\text{MPa}=-66.7\text{MPa}$$

§ 2-4　斜截面上的应力

考虑图2-10 a 所示的拉杆，现研究任意斜截面 k-k' 上的应力。用截面法求斜截面上的轴力（图2-10 b）

$$F_N=F$$

与横截面的情况相同，任意两个平行的斜截面 m-m' 和 k-k' 间的纵向纤维伸长（缩短）均相等，因此轴力也是均匀分布在斜截面上的，斜截面上的应力为

$$p_\alpha=\frac{F_N}{A_\alpha}\tag{2-1 a}$$

式中，A_α为与横截面成α角的斜截面的面积。

由图2-10 a 看出，若横截面面积为A，则

$$A_\alpha = \frac{A}{\cos\alpha} \tag{2-1 b}$$

将式（2-1 b）代入式（2-1 a）得

$$p_\alpha = \frac{F_N}{A}\cos\alpha$$

式中．F_N/A 为横截面上的正应力。

上式可写为

$$p_\alpha = \sigma\cos\alpha$$

将应力p_α分解为垂直于斜截面的正应力σ_α和位于斜截面内的切应力 τ_α（图2-10 c），其值分别为

$$\left.\begin{aligned}\sigma_\alpha &= p_\alpha\cos\alpha = \sigma\cos^2\alpha \\ \tau_\alpha &= p_\alpha\sin\alpha = \sigma\cos\alpha\sin\alpha = \frac{1}{2}\sigma\sin 2\alpha\end{aligned}\right\} \tag{2-2}$$

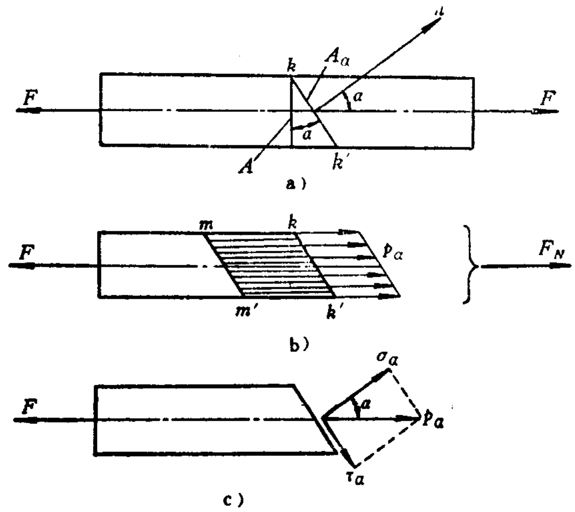

图2-10　斜截面上应力

从式（2-2）看出，斜截面上的正应力 σ_α 和切应力τ_α都是α的函数，这表明，过杆内同一点的不同斜截面上的应力并不相同，当 $\alpha = 0$ 时，横截面上的正应力 σ_α 达到最大值

$$\sigma_{max} = \sigma$$

当 $\alpha = 45^\circ$ 时，切应力 τ_α 达到最大值

$$\tau_{max} = \frac{\sigma}{2}$$

当 $\alpha = 90^\circ$ 时，即纵向截面上的正应力σ_α和切应力τ_α都等于零，这表明杆的纵向截面上无任何应力。

§2-5　拉（压）杆的变形、虎克定律

一、横向应变与纵向应变

直杆的原长为 l，横向尺寸为 b，受轴向拉力后，长度变为 l_1，横向尺寸变为 b_1（图2-11）则杆的纵向变形为

$$\Delta l = l_1 - l$$

横向变形为　$\Delta b = b_1 - b$

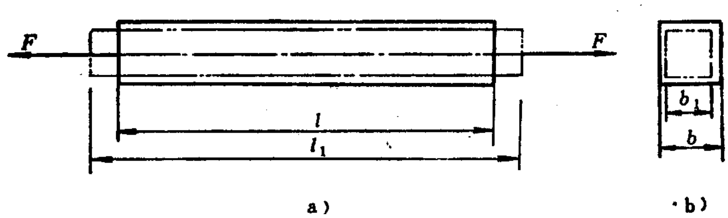

图2-11　拉杆变形

杆的纵向或横向变形的大小与杆的原来尺寸有关，为了度量杆变形的程度，消除原尺寸的影响，需用单位长度的变形——应变来衡量。和这两种变形相应的纵向应变为

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

而横向应变为

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b}$$

应变是一个无量纲的量。

实验表明：当应力不超过某一限度时，横向应变 ε' 与纵向应变 ε 之间有正比关系，且符号相反，即

$$\varepsilon' = -\mu\varepsilon \qquad (2\text{-}3)$$

式中，比例常数μ称为材料的泊松比或横向变形系数。

二、虎克定律

实验表明，当杆的正应力 σ 不超过某一限度时，正应力 σ 与相应的线应变 ε 成正比，即

$$\sigma = E\varepsilon \qquad (2\text{-}4)$$

式中，常数E称为弹性模量，单位与应力相同，常用吉帕（GPa）表示。上式称为虎克定律。

若将式 $\sigma = \dfrac{F_N}{A}$ 和式 $\varepsilon = \Delta l/l$ 代入式（2-4），则得

$$\Delta l = \frac{F_N l}{EA} \qquad (2\text{-}5)$$

上式仍称为虎克定律。它表明：杆的正应力 σ 在某一极限内，变形Δl与轴力 F_N 及杆的原长 l 成正比，与EA成反比。EA大则 Δl 小，表明EA是表示材料抵抗变形能力大小的量，称为杆的抗拉（压）刚度。

E 和 μ 都是表征材料弹性的常量，可由实验测得，几种常用材料的E和μ值见表 2-1。

表2-1 几种常用材料的E、μ值

材料名称	E/GPa	μ
碳　钢	196～216	0.24～0.28
合金钢	186～206	0.25～0.30
灰铸铁	78.5～157	0.23～0.27
铜及其合金	72.6～128	0.31～0.42
铝合金	70	0.33

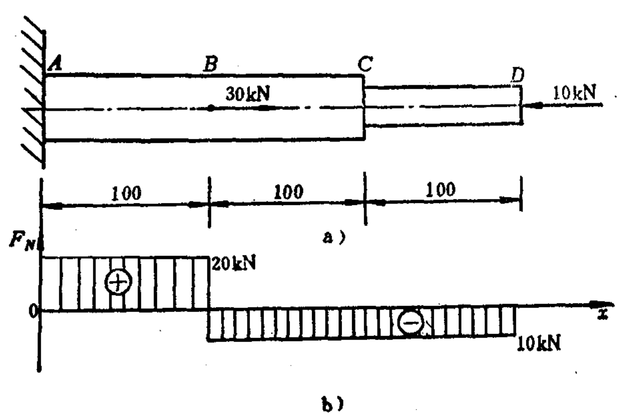

图2-12 阶梯杆

例2-5 图 2-12 a 所示杆件，已知横截面面积$A_{AB} = A_{BC} = 500\text{mm}^2$，$A_{CD} = 300\text{mm}^2$，弹性模量$E = 200\text{GPa}$，试求杆的总伸长。

解 （1）作轴力图 用截面法求得 CD 段和 BC 段的轴力 $F_{N1} = -10\text{kN}$，AB段的轴力 $F_{N2} = 20\text{kN}$，画出杆的轴力图（图2-12 b）。

（2）计算杆的变形量 杆的总变形量等于各段杆变形量的代数和。应用虎克定律求各段杆的变形