

自动控制原理 解题指导

陶琳 夏国平 合编
王 赢 俞 兰

中央广播电视大学出版社

自动控制原理解题指导

陶 琳 夏国平
王 瀛 俞 兰 合编

中央广播电视大学出版社

自动控制原理解题指导

陶琳 夏国平 合编
王瀛 俞兰

中央广播电视大学出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育印刷厂印装

*

787×1092 1/16 印张 8.25 插页 1 千字 190

1986年9月第1版 1986年10月第1次印刷

印数 1—42,000

书号: 15300·46 定价: 1.20 元

前 言

自动控制原理是电气工程类所属专业的一门重要的技术基础课。其目的在于使学生获得经典控制理论的基础知识；掌握自动控制系统的分析和校正的基本方法。课程有一定的理论深度，对初学者也有一定的难度，所以，为了帮助同学们更好地理解教学内容，明确基本概念和基本分析方法，根据教学大纲的要求，我们编写了这本《自动控制原理解题指导》作为教学辅导和学习参考材料。以指导同学们认真完成好课程作业这一十分重要的学习环节。这样才能使学员加深对所学理论知识的理解、掌握分析计算的方法、培养自己的分析问题和解决问题的能力。

全书由自动控制的一般概念、控制系统的数学模型、时域分析法、根轨迹法、频率法、控制系统的校正、非线性系统分析等七章组成。每章一般包括基本概念及主要公式、例题分析、作业提示并有补充习题以及部分习题答案等几部分。

参加本书编写的有中央广播电视大学陶琳(第五、六章)、天津广播电视大学夏国平(第三章)、王瀛(第二、四章)以及俞兰(第一、七章)等四位同志。中央电大电气工程系系主任李立群对全书的编写工作提出了很多指导性建议。全书由本课程主讲教师北京航空学院的孙虎章副教授审定。

由于我们水平有限，加之时间仓促，错误及不当之处在所难免，敬请读者指正。

编者

一九八六年四月

目 录

第一章 自动控制的一般概念	(1)
§ 1-1 本章要点及基本术语	(1)
§ 1-2 例题分析	(2)
§ 1-3 作业提示和补充习题	(7)
第二章 控制系统的数学模型	(10)
§ 2-1 本章要点	(10)
§ 2-2 例题分析	(12)
§ 2-3 补充习题及部分答案	(31)
第三章 时域分析法	(35)
§ 3-1 本章要点及主要公式	(35)
§ 3-2 例题分析	(38)
§ 3-3 补充习题及部分答案	(51)
第四章 根轨迹法	(55)
§ 4-1 本章要点及主要公式	(55)
§ 4-2 例题分析	(57)
§ 4-3 补充习题及部分答案	(68)
第五章 频率法	(72)
§ 5-1 基本概念和主要公式	(72)
§ 5-2 例题分析	(75)
§ 5-3 作业提示及补充习题	(90)
第六章 控制系统的校正	(93)
§ 6-1 基本概念和主要公式	(93)
§ 6-2 例题分析	(96)
§ 6-3 作业提示及补充习题	(106)
第七章 非线性系统	(109)
§ 7-1 本章要点及基本公式	(109)
§ 7-2 例题分析	(112)
° 作业提示及补充习题	(124)
★ 献	(128)

第一章 自动控制的一般概念

§ 1-1 本章要点及基本术语

本章介绍自动控制的最基本概念,通过做习题,使同学们初步掌握对自动控制系统进行定性地粗略分析的技能,并为后面的学习打下基础。

本章介绍的基本术语有:

1. 受控对象(被控对象、被调对象):是指要求实现自动控制的机器、设备或生产过程,例如机床、发电机、烘炉以及石油化工生产过程等。

2. 被控量:是指受控对象中要求保持给定数值或按给定规律变化的物理量,如电动机转速,刀架位置,烘炉温度,水槽水位等。显然,被控量总是选择表征受控对象工作状态的主要参量。

3. 给定值(参考输入,输入量,输入信号):是指作用于自控系统输入端并作为控制依据的物理量。自动控制系统的任务就是以预定的精度确保被控量等于给定值,或与给定值保持确定的函数关系。

4. 干扰量(扰动,干扰):除给定值外,凡能引起被控量变化的外界变量或因素都是干扰量。如系统外的负载变化,电源电压、频率的变化,环境温度、湿度、气压的变化等。干扰量将破坏被控量与给定值间预定的函数关系。

5. 自动控制(自动调节):在不需要人直接参与的情况下,依靠控制装置使受控对象按预定要求进行工作,即使被控量与给定值相等或保持给定的函数关系。

6. 自动控制系统:是指受控对象和控制装置的总体,它能对受控对象的工作状态进行自动控制。

按给定值的变化规律,它可分为:

1) 恒值系统(镇定系统):给定值为时间恒值函数的自动控制系统。

2) 随动系统(伺服系统、跟踪系统):给定值按未知时间函数规律变化的自动控制系统。这类系统的被控量一般是线位移、角位移、速度、力、力矩等机械量。

3) 程序控制系统:给定值按已知时间函数规律变化的自动控制系统。由于它与随动系统在结构特点,设计原则等方面差别不大,故没有专门列出。

按系统结构(控制方式)的特点,它可分为:

1) 闭环控制(闭环控制、反馈控制、偏差控制):其特点是随时检测被控量,并输入端与给定值进行比较(做减法运算),根据给定值与被控量的偏差进行自动控制装置动作,使该偏差逐渐消失。由于它按偏差进行控制,所以扰动都能自动进行补偿。

2) 开式控制:其特点是不检测被控量,只根据给定值或干扰

3) 复合控制(开环-闭环联合控制):在闭环控制的基础上

行开式控制的方法。因此它兼有闭式控制和开式控制的优点，是三种控制方式中最完善的控制方式。

区别不同的控制方式要看被控量是什么，测量值又是什么，如：

测量的是被控量对给定值的偏差，则为按偏差调节或称负反馈控制；

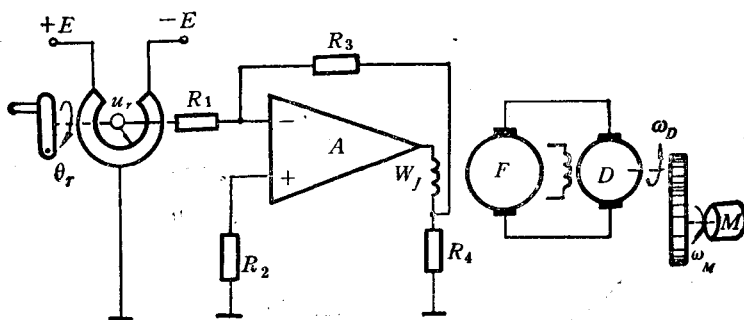
测量的是干扰，则为干扰补偿式的开式控制；

测量的（或系统接收的）只是给定值信号，则为按给定值操纵的开式控制；

本章的主要概念是负反馈控制和干扰补偿。

§ 1-2 例题分析

例 1-1 某调速系统如图 1-1 所示，试说明：



图中：\$R_1\$左方为操纵电位计 \$A\$—前置放大器 \$F\$—直流发电机 \$D\$—伺服电动机
\$M\$—工作机械

图 1-1

- (1) 系统工作原理。
- (2) 指明该系统中的受控对象、给定值、被控量和干扰量是什么？画出系统功能方框图。
- (3) 说明该系统属于何种基本控制方式。
- (4) 对本系统“稳”，“快”，“准”三项技术指标进行定性评价并提出改进方案。

解 [题意分析]

本题意在使读者通过对最简单的自动控制系统的分析，加深对教材中介绍的几个最基本概念和术语的理解。另外，本系统中有反馈，但并未构成闭式控制系统，以使读者掌握引入什么样的负反馈才能构成闭式控制系统，或者说，开式控制与闭式控制的最根本分界线在哪里。

控制任务是使工作机械 \$M\$ 的转速受操纵者的控制。

控制原理：操纵者转动操纵电位计 \$P\$ 的手柄，就可以使电位计的输出电压 \$u_r\$ 改变大小和位置，经前置放大器和直流发电机两级放大，使加在伺服电机上的端电压也随之改变大小和方向，从而使工作机械 \$M\$ 具有所要求的转速。

受控对象、被控量、给定值和干扰，应以这些术语的定义为准绳，紧密结合可以一一确定。

要求实现自动控制的是工作机械，因此，受控对象是工作机械。

误认为是受控对象。因为伺服电机是对工作机械进行调节的执行

行机构,是手段,不是对象。试将伺服电机换成液压马达、气动马达,都可使工作机械实现预定的功能,不改变系统的基本功用。

但也不要把工作机械的加工对象(如自控机床上被加工的零件、烘炉中的工件等)误认为是受控对象。

2. 被控量:本系统叫调速系统,这说明受控对象中要求保证的主要参量是工作机械的转速 ω_M 。因此, ω_M 就是本系统的被控量。

要注意,单凭系统原理图有时还不足以确定被控量是什么,还必须对题目中或实际系统说明书中对系统功用的叙述。就本例而言,单凭原理图,只能说该系统是一个速度控制系统。速度控制系统中又分调速系统、稳速系统和积分系统。当该系统充当积分系统时,其被控量就是被控对象的转角而不是转速。

另外,不要将电机转速 ω_d 误认为是被控量。因为尽管 ω_d 与 ω_M 间存在着简单的函数关系,但从概念上讲, ω_d 是描述系统的一般状态变量,而 ω_M 则是考核系统性能优劣的状态变量——被控量。从工程实践看,即使减速器速度比为1,由于齿轮传动存在空程和运动误差,所以 ω_d 和 ω_M 也不可能在每个瞬时都相等。

3. 给定值:对本系统而言,它应指操纵电位计的转角。因为根据教材中对给定值的描述,给定值应具有三重属性:首先,它应能表征被控量的希望值;其次,它应是自控系统中实际存在并对被控量有实际影响的真实物理量;最后,它应是自控系统最原始的输入量。

注意,被控量希望值自身(如写在纸面上的,人头脑中认定的)不一定为给定值。一则,它对自控系统不能直接起作用,必须经过人,计算机或前级自控系统将它“翻译”成电位计转角,受控对象的被控量才能自动跟随它变化。二则,被控量希望值与被控量肯定是同量纲的物理量,但是,除少数位置随动系统,稳压电源等自控系统外,大多数自控系统中,不存在与被控量同量纲的输入量。因此,若把希望值自身理解为给定值,就往往在实际系统中找不到给定值。

另外,也不要将本系统中电位计的输出电压 U ,误认为给定值。这是因为 U ,并不是系统的原始输入量,而是电位计将输入转角变换成的电压量,它只能算是中间量。另外,操纵电位计输出电压与转角间的关系也并不是线性关系一种,工程上常常采用各种各样的函数电位计作为操纵电位计。即使电位计输出电压与转角保持线性关系,但因电位计的误差和分辨力都不可能是零,因此,二者在精度上也是不等价的。

4. 干扰:就本系统而言,影响工作机械转速的不仅有操纵电位计手柄的转角,实际上,负载力矩,伺服电机的激磁电压,发电机的转速,放大器的增益和零点的波动,都会使工作机械的转速发生我们所不希望的波动,这些因素对本系统来讲都是干扰。

确定了受控对象、被控量、给定值、干扰之后,按照信息在系统中传递的顺序,将每个功能部件用一个方框表示,用箭头线段表示信号的传输通道,就可以画出系统的功能方框图。依照惯例,在画功能方框图时应使信号按从左至右的方向流过系统主通道,也就是说,给定装置在左,受控对象在最右。若有主反馈,则应沿从右至左的方向画出。

根据上述分析,遵照上述规则,参照系统原理图,可画出本系统的功能方框图如图1-2所示:

有了功能方框图,信息传递关系一目了然。据此,我们可以判别本系统的控制方式。

从图1-2看出,该系统对被控量 ω_M 并未进行测量,更没有反馈到输入端与给定值进行比较,因此,该系统是属于开环控制系统。

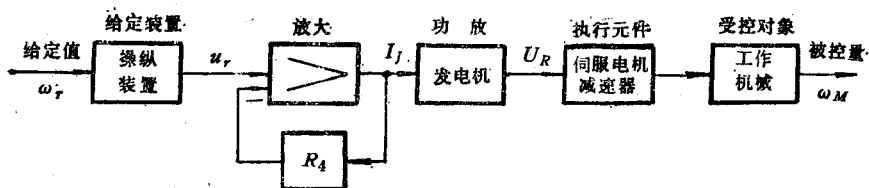


图 1-2

注意,在本系统中,对发电机励磁电流进行了测量,并将测量结果反馈到放大器输入端,形成电流负反馈。但因为励磁电流 I 并不是被控量,励磁电流与 ω_M 之间虽然也存在着确定的函数关系,但其精度极差,所以,这样的负反馈只能算局部负反馈,不能改变整个系统属于开式控制的大局。本系统引入电流负反馈的目的是稳定放大器电流增益,减小惯性时间常数。

由于该系统属于开式控制,其稳定性不难保证,但是在上述各种干扰作用下,工作机械的转速将远远偏离期望值,无法进行自动补偿,所以,本系统的精度一定很差,以致没有工程上的实用价值。

为提高系统的精度,有两条途径,一是提高诸元件的精度,例如采用步进电机或步进液压马达代替伺服电机,采用环形脉冲分配器和功率驱动电路代替放大器和发电机,另一条途径就是采用闭环控制方式,如教材中图 1-10 所示。

为进一步提高系统的稳态精度,例如满足自动洗印彩色电影胶片的需要,要求速度稳定精度高达 0.002%,则在采用闭环控制方式的同时,还要采用光栅,增量光电码盘等更精密的测量元件代替直流测速电机。

为提高系统的动态精度和快速性,可以采用复合控制方式。其原理图如图 1-3 所示:

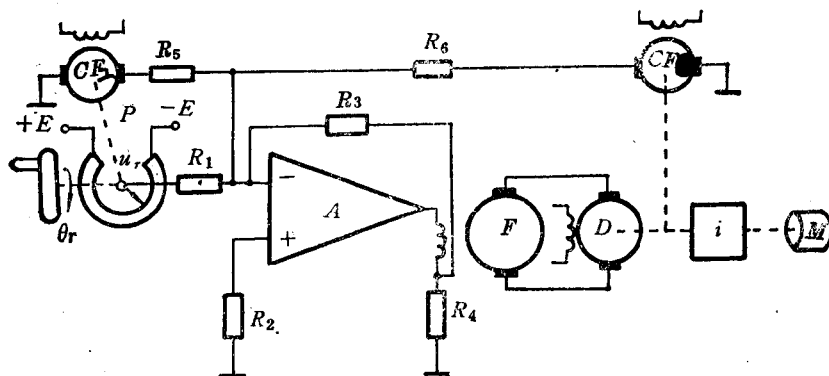


图 1-3

有些高炮半自动瞄准调速系统就是这样构成的。

说明:同学们做题时,其格式应模仿教材中的示例进行,不必写这么繁琐。

***例 1-2** 试分析图 1-3 所示系统中测速机 CF_1 和 CF_2 的作用,画出系统功能方框图,并说明为什么它是一个复合控制调速系统?

解 [题意分析] 通过本例题,试图使读者加深对测量、反馈、前馈概念的理解,并进一步弄清楚闭环控制和复合控制的基本概念。

为正确理解测速机 CF_1 , CF_2 的作用,必须对测量有一个初步理解。测量是通过仪表或元

件对某物理量(真值)进行量度并得到另一个物理量(给出值)的过程。给出值能以一定精度代替真值。但是,测量必然存在误差(给出值与真值之差),绝对准确的测量是不存在的。对控制系统中采用的测量元件来讲,测得值与被测物理量往往具有不同的量纲。也就是说,我们只要求二者在信息意义上保持预定的等价关系,并不要求物理意义上的等价。

对本例题来讲,测速机 CF_1 的轴与电机轴相连,其输出电压在一定精度范围内与电机轴转速 ω_D 成正比。但因电机轴与工作机械轴通过速比为 i 的减速器相并联,所以,在一定精度范围内,又可认为 $\omega_M = \omega_D / i$,或者说 $\omega_D = i\omega_M$,所以测速机输出电压在一定精度范围内,可以代表被控量 ω_M 。这就是说,测速机 CF_1 是被控量 ω_M 的测量元件。同理,因测速机 CF_2 与操纵电位计手柄同轴,所以其输出电压以一定精度代表 θ_r 。但因 θ_r 代表被控量 ω_M 的希望值,所以给定值的导数 $\dot{\theta}_r$ 就代表 $\dot{\omega}_M$,即工作机械角加速度的希望值。这就是说,测速发电机 CF_2 是测给定值变化率用的测量元件。

通过上述分析弄清了测速机 CF_1 和 CF_2 的功能,其它元件在系统中所起的作用,在例 1-1 中已进行过分析。于是,可画出后一系统的功能方框图如图 1-4 所示。

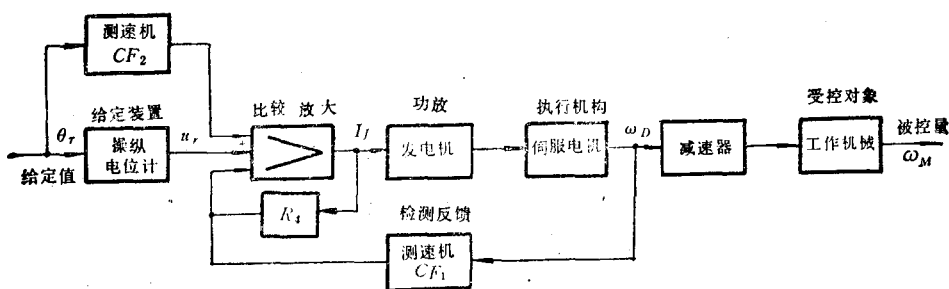


图 1-4

从方框图 1-4 可以看出,给定值和被控量并没有直接进行比较,但是,由操纵电位计测得的给定值和由测速机 CF_1 测得的被控量 ω_M 在放大器中进行了比较,然后形成偏差信号对系统进行控制,所以,该系统是一个闭式控制系统。测量是控制的基础,没有自动测量就没有自动控制,这是一个基本的概念,是一个不言而喻的事实,所以,在阐述闭式控制的定义时,往往直接说成将被控量与给定值进行比较,而这句话的真实含意仍然是指两者测量值的比较,因为在绝大多数自控系统中,给定值和被控量无法直接进行比较。

这里,同学们可能提出这样的疑问:照这样讲,主反馈的分支点不是可以随便选了吗?实际上,设计者对主反馈的分支点确有一定的选择自由,但是,它将受到系统精度要求和成本、可靠性等工程条件的限制。例如,就本例题而言,采用高灵敏度的低速测速电机直接测量 ω_M 也是可以实现,但是这样做,一来低速测速电机价格比普通测速机贵得多,另外,齿轮间隙太大也可能引起自振荡,所以,必须提高对动力减速器的精度要求,这样,其成本将大幅度上升。除非是高精度稳速系统,一般不采取后一种方案。

那么为什么说该系统又是一个复合控制系统呢?这是因为对系统起控制作用的信号中还有一个比例于给定值导数 $\dot{\theta}_r$ 的电压 $u_r = k\dot{\theta}_r$,而主反馈信号中又没有代表被控量导数 $\dot{\omega}_M$ 的成分。这样,被控量除受偏差信号 $[u_r - u_{CF1}]$ 的控制外,还受给定值导数信号的直接控制。所以,该系统符合复合控制系统的定义,系统应该是一个复合控制系统。

例 1-3 某直流稳压电源原理图如下,试将其画成方框图,并说明哪些元件起测量、放大、

执行的作用,以及系统的给定值,干扰等是什么?

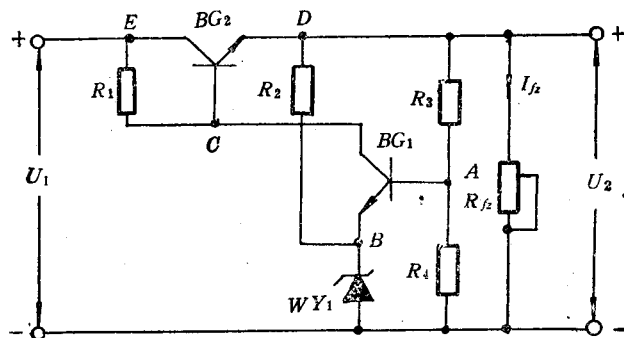


图 1-5

解 [题意分析] 例 1-1、1-2 都是采用示意原理图表示自动控制系统。实际自动控制系统的原理图要复杂得多。为使读者获得分析真实系统的能力, 本题提供一个最简单的串联型直流稳压电源的实际原理图, 使同学们在弄清电路原理的基础上, 再应用自控理论的基本概念和方法进行分析。

该系统的控制任务是使负载电阻 R_{fz} 两端的电压保持希望值。其受控对象是负载电阻 R_{fz} 。其被控量是负载电压 U_2 。

为对负载电压的实际值进行检测, 电路中接入了由 R_3, R_4 组成的分压器作为测量元件。测量结果为 A 点的电压 U_A , 该电压加在 NPN 型三极管 BG_1 的基极上。

由电阻 R_2 和稳压管 WY_1 构成给定装置, 其输出电压为 B 点的电压 U_B , 加在 BG_1 管的发射极上。 A, B 两点的电位差 U_{AB} 就决定了流过 BG_1 的基极电流。所以 BG_1 管起了比较元件的作用。又因 BG_1 管是通过其集电极电流去控制 BG_2 , 所以 BG_1 管同时也起了放大的作用。

当负载电压高于希望值时, U_A 也高, 流过 BG_1 的基流偏大, 其集电极电流也偏大, 所以电阻 R_1 上的压降偏大, 使 C 点电位 U_C 下降。这就使 BG_2 管基极、发射极间的电压降 U_{CD} 下降, 其基流变小, 故 BG_2 管压降 U_{ED} 加大, 因此, 引起负载电压 U_D 下降, 直到近似等于希望值。可见调整管 BG_2 管起了执行元件的作用。

反之, 不管什么原因, 当负载电压低于希望值时, BG_1 基流减小, $U_C \uparrow, I_{B2} \uparrow, U_{ED} \downarrow, U_D \uparrow$, 直到 U_D 近似等于希望值。

引起负载电压偏离希望值的因素, 例如输入电压 U_1 的波动, 负载电流的变化等就是本系统中的干扰。其功能方框图如图 1-6 所示:

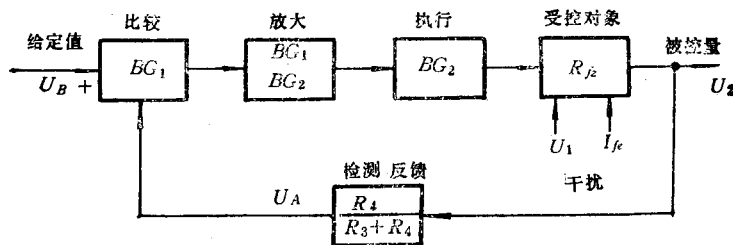


图 1-6

从方框图看出, 该系统对被控量 U_2 进行了测量并将测量结果反馈到系统输入端与给定值

进行了比较,起控制作用的是二者的偏差,所以,该系统属于闭式控制系统。

由于主反馈系数 $\frac{R_4}{R_3+R_4}$ 是常数,但不等于 1,所以,被控量不等于给定值,但与给定值保持较精确的比例关系。改变 $\frac{R_4}{R_3+R_4}$ 的数值,也可以调节被控量的大小。主反馈系数为一的系统,常称为单位反馈系统;主反馈系数不等于 1 的系统,常称作非单位反馈系统。在放大器和电子装置中经常采用非单位反馈系统;在自动控制系统中,则可用非单位反馈系统的原理来提高系统的精度。

§ 1-3 作业提示和补充习题

1-1 据开环控制和闭环控制的基本概念,分析生活中常见的一些装置和系统。例如,照明灯、电风扇、洗衣机、煤气灶等都是按开式控制方式工作的;而抽水马桶水箱的水位控制、高压锅的压力控制,电唱机的转速机构(离心调速器或电子调速器),调温电烫斗及某些类型电冰箱的恒温控制等都按闭式控制方式工作。

对于自己所熟悉的装置可以直接进行分析和说明,对于只知其然不知其所以然的装置可以先仔细观察一下实物,对于较复杂者可以先阅读使用说明书,然后运用自控理论中的基本概念就可以进行具体分析。

1-2 该题是分析一个作为函数记录仪用的位置随动系统。所以,该题除了可使同学们加深对自控理论基本概念的理解,培养画功能方框图的能力外,还可加深对随动系统构成原理的印象,思考随动系统与恒值调节系统的差别。

1-3 该题也是一个位置随动系统,但和上题又略有不同,其给定值不是连续变化的,而是按开关的动作从两个给定值中选定一个。做该题除可达到上题的同样目的外,还可以扩展读者的思路,看到控制方式的灵活性,多样性。再更细致地分析会看出,由于该系统给定值不是恒定不变的,所以不是恒值系统;但又不是按已知的时间规律变化的,所以也不是程序控制系统;其给定值虽然只有固定的两种状态,但何时取何值又是事先不知道的,所以,应该看作随动系统比较合适。

1-4 本题给读者提出了新的思考内容:什么是负反馈,什么是正反馈?怎样判别?什么叫主反馈,什么叫局部反馈?

1-5 该题与例 1-4 几乎完全一样,只是三极管采用 *PNP* 管,所以电源极性和稳压管的接法与 *NPN* 管极性方向相反。其它完全相同。

1-6 本题的前三问与前面诸题差异不大,只是向读者提供了一个水位调节系统,进一步扩大视野。

该题第四问则有新的用意。它试图使读者初步树立有静差调节系统和无静差调节系统的概念。在回答该问题时,请注意如下几点:

1. 在不放水时,当水位达到预定高度 H 后,三个系统中的进水阀应调整到什么状态?
2. 在水位已达到预定高度的条件下开始放水,分析该系统的进水阀,在保持水位不变的条件就不可能打开。显然,对该系统而言,由于只放水而不进水,所以其水位就不可能维持不变。

3. 对两个都有可能维持水位不变的系统进行比较,看哪个系统更简单,但哪个系统对控制机构加工精度的要求更高?

1-7 该题关键在于弄清主反馈是由哪个机构实现的? 是正反馈还是负反馈? 它引起的控制效果是减少偏差还是增大偏差? 从而确立闭式控制必须采用负反馈方式构成主反馈的道理。

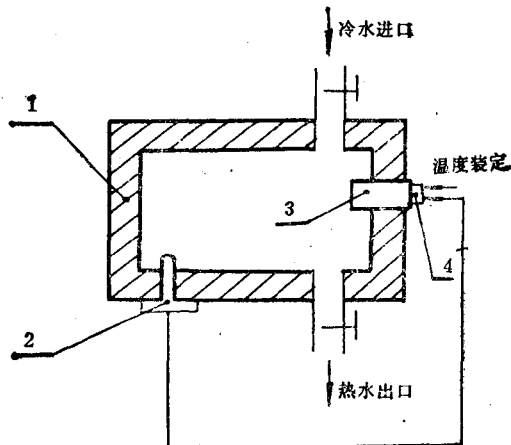
1-8 该题的意图有两个,一是加深对复合控制方式的概念,二是培养学生进行方案设计的初步能力。

首先弄清该系统的受控对象,被控量和主要干扰是什么。然后应注意,复合控制系统,首先是一个闭式控制系统,这就要对被控量进行检测,并且要考虑给定值的引入装置,以及给定值和主反馈量进行比较的装置。接着再考虑对被控量进行调节的执行装置和将执行装置与偏差量连接起来的中间放大、变换装置。

在设计好闭式控制回路的基础上,考虑对干扰进行测量的装置,然后,将干扰的测量值通过适当的装置以适当的极性引入系统中去。其极性这样考虑,干扰通过控制电路引起被控量的变化趋势与干扰直接作用引起的变化趋势应恰好相反,这样才能达到“扰动补偿”的目的。

补充习题

题 1-1 图为热水电加热器。为保持希望的水温,由温控开关的接通或断开电加热器的电源来控制。在使用热水时,水箱中流出热水并补充冷水。试分析该系统的受控对象,被控量,给定值和干扰,画出该系统的功能方框图并说明其基本控制方式。



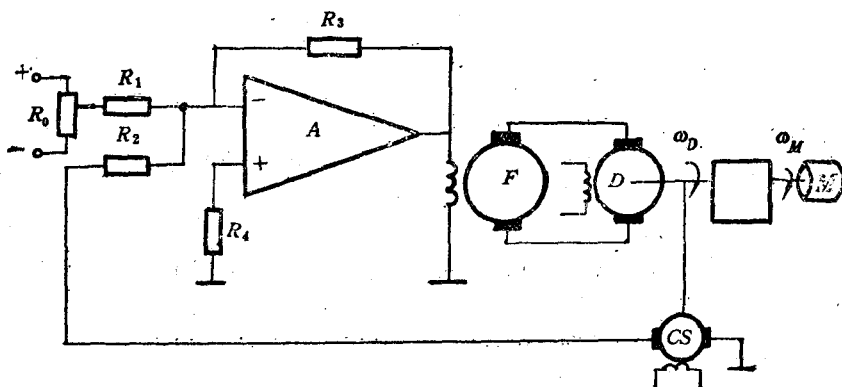
1. 水箱 2. 测温元件 3. 电加热器 4. 温控开关

题 1-1 图

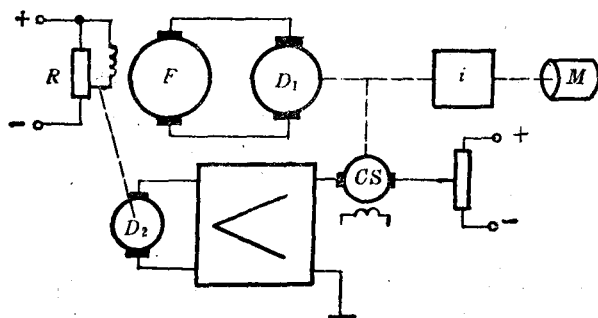
题 1-2 如题 1-2 图所示, (a) 与 (b) 均为调速系统。

1) 说明 (a) 与 (b) 的工作原理, 画出功能方框图, 分析各元件的作用并指明被控量, 给定值。

2) 假设空载时, (a) 与 (b) 的工作机械转速均为 100 转/分, 当工作机械受到同样大的负载阻力矩时, 哪个系统能保持输出转速不变?



(a)

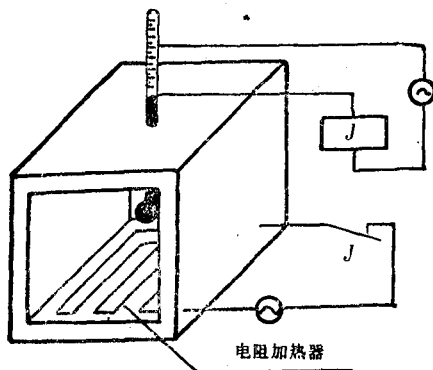


(b)

F —直流发电机 D, D_1, D_2 —伺服电动机 cs —测速发电机 i —减速器速比

题 1-2 图

题 1-3 是一个加热炉炉温自控系统。电阻加热器的电源受继电器 J 动断触点的控制。继电器线包则通过水银温度计的两个触点 a 和 b 与电源接通。当炉温上下波动时，水银柱也随之升降，电阻加热器电源也随之通时断，由于电源时通时断，又引起炉温上下波动。尽管炉温不断起伏（振荡），但其平均值则总是近似等于希望值，从而达到自动调温的目的。试指明该系统的受控对象、被控量、给定值和干扰，画出功能方框图并指明控制方式。



题 1-3 图

题 1-4 若将题 1-3 图中的温度计换成时间继电器，它以两分钟的时间间隔接通电源，持续一分钟后再断开。试问这样的系统是开环控制系统还是闭环控制系统？它与题 1-3 图所示温度控制系统有何区别？

第二章 控制系统的数学模型

本章主要介绍三种数学模型,即:微分方程、传递函数、动态结构图以及相关的一些问题。

§2-1 本章要点

一、建立微分方程的一般方法

1. 确定系统(或元件)的输入量和输出量。
2. 从输入端开始,按照信号的传递顺序,依据各变量所遵循的物理(或化学)定律列写出线性化原始方程。
3. 消去中间变量,写出输入、输出变量的微分方程。
4. 对微分方程进行标准化处理。

二、传递函数

线性定常系统的传递函数可定义为:在零初始条件下,系统输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比。

一般表达式为:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0 s^m + \dots + b_n}{a_0 s^n + \dots + a_n}$$

式中: $C(s)$ 为输出变量的拉氏变换

$R(s)$ 为输入变量的拉氏变换

传递函数是一种以系统参数表示的线性定常系统的输入量与输出量之间的关系式,它表达了系统本身的特性。传递函数中各项系数值完全取决于系统的结构和参数,且与微分方程中各项系数相对应,因此可作为系统的动态数学模型。

自控系统是若干个典型环节的有机组合,典型环节传递函数的一般表达式为:

放大(比例)环节 $G(s) = K$

惯性环节 $G(s) = \frac{1}{Ts + 1}$

一阶微分环节 $G(s) = \tau s + 1$

积分环节 $G(s) = \frac{1}{Ts}$

振荡环节 $G(s) = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

三、动态结构图

1. 结构图的几个基本定义式(参见图 2-1):

前向通道传递函数: $G(s) = \frac{C(s)}{E(s)}$

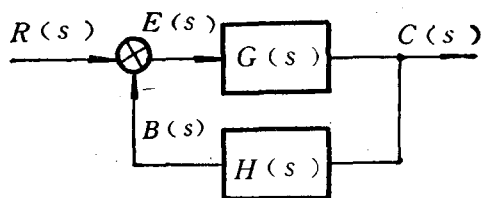


图 2-1



图 2-2

反馈通道传递函数: $H(s) = \frac{B(s)}{C(s)}$

开环传递函数: $G(s)H(s) = \frac{B(s)}{E(s)}$

闭环传递函数: $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$

2. 结构图等效变换的基本法则

串联(图 2-2):

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = G_1(s) \cdot G_2(s)$$

并联(图 2-3):

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = G_1(s) + G_2(s)$$

反馈(图 2-4):

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 \pm G(s)H(s)}$$

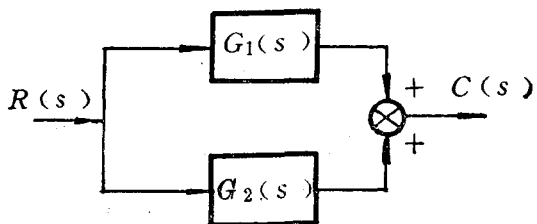


图 2-3

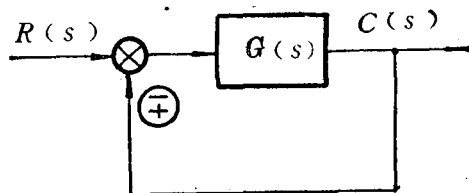


图 2-4

四、梅逊公式

应用梅逊公式不经任何结构变换,可一步写出系统的传递函数。

$$\text{一般式: } G(s) = \frac{\sum_{k=1}^n P_k \cdot \Delta_k}{\Delta}$$

其中:

$$\Delta = 1 - \sum L_i + \sum L_i L_j - \sum L_i L_j L_k + \dots$$

P_k ——从输入端到输出端第 k 条前向通路的总传递函数。

Δ_k ——在 Δ 中,将与第 k 条前向通路相接触的回路所在项除去后所余下的部分,称余子式。

ΣL_i ——所有各回路的“回路传递函数”乘积之和。

$\Sigma L_i L_j$ ——两两互不接触的回路，其“回路传递函数”乘积之和。

$\Sigma L_i L_j L_k$ ——所有三个互不接触的回路，其“回路传递函数”乘积之和。

五、拉氏反变换

拉氏变换部分分式展开：

将象函数分解成因式形式：

$$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_0 s^m + \dots + b_m}{a_0 s^n + \dots + a_n} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{(s-s_1)(s-s_2)\dots(s-s_n)}$$

1. $A(s)=0$ 中只有单极

$$F(s) = \frac{C_1}{s-s_1} + \frac{C_2}{s-s_2} + \dots + \frac{C_i}{s-s_i} + \dots + \frac{C_n}{s-s_n} = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{s-s_i}$$

其中 C_i 可按下式求得：

$$C_i = \lim_{s \rightarrow s_i} (s-s_i) \cdot F(s)$$

或：

$$C_i = \left. \frac{B(s)}{A'(s)} \right|_{s=s_i}$$

2. $A(s)=0$ 中含有重极点

$$F(s) = \frac{C_m}{(s-s_1)^m} + \frac{C_{m-1}}{(s-s_1)^{m-1}} + \dots + \frac{C_1}{s-s_1} + \frac{C_{m+1}}{s-s_{m+1}} + \dots + \frac{C_n}{s-s_n}$$

非重极点部分的系数仍按上述公式计算，重极点部分的系数 $C_m, C_{m-1}, \dots, C_1$ 按下式计算：

$$C_m = \lim_{s \rightarrow s_1} (s-s_1)^m \cdot F(s)$$

$$C_{m-1} = \lim_{s \rightarrow s_1} \frac{d}{ds} [(s-s_1)^m \cdot F(s)]$$

.....

$$C_1 = \frac{1}{(m-1)!} \lim_{s \rightarrow s_1} \frac{d^{m-1}}{ds^{m-1}} [(s-s_1)^m \cdot F(s)]$$

六、用拉氏变换求解微分方程的一般步骤

1. 将系统的微分方程进行拉氏变换，得到以 s 为变量的代数方程。
2. 解以 s 为变量的代数方程，求出系统输出变量的象函数表达式。
3. 把输出变量的象函数表达式展成部分分式。
4. 对部分分式进行拉氏反变换，即得到微分方程的全解。

§2-2 例题分析

例 2-1 求图示各信号 $f(t)$ 的象函数 $F(s)$ 。

解[题意分析] 此题为复合函数的图形，将其分解为若干个单一函数(即典型信号)图形，然后根据叠加原理求其代数和。

注意：列写时各单一函数对时间的一致性。