

冻土温度 状况计算方法

〔苏〕Г. М. 费里德曼 著

一九八二年十月十日

科学出版社

冻土温度状况计算方法

〔苏〕Г. М. 费里德曼 著

徐敦祖 程国栋 丁德文 译
濮良明 童伯良

周幼吾 校

科学出版社

1982

内 容 简 介

本书论述了计算冻土温度状况的新方法,即把活动层土的冻结融化过程和年零振幅深度上土温的形成视为一个整体,较详细地揭示了冻土与大气圈热交换的实质,从而提出计算活动层厚度及年平均地温的较精确的公式,为预报多年冻土和季节冻土的温度状况提供了依据。

书中还对具有移动相变界面的均质和双层介质的不稳定温度场进行了研究;从理论上分析了考虑束缚水相变的土的冻融过程,给出了冻土学中主要计算方法的误差评定。所有的解附有图表解释并列举相应算例。

本书可供多年冻土和季节冻土专业科学工作者、冻土地区的工程地质人员、设计人员及大专院校冻土专业师生参考。

Г. М. Фельдман

МЕТОДЫ РАСЧЕТАТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМА МЕРЗЛЫХ ГРУНТОВ

Издательство «наука» Москва 1973г.

冻土温度状况计算方法

[苏] Г. М. 费里德曼 著

程国栋 丁德文 译
徐敦祖 濮良明 童伯良

周幼吾 校

责任编辑 严梵庭

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1982年10月第 一 版	开本: 787×1092 1/32
1982年10月第一次印刷	印张: 9 3/8
印数: 0001—1,950	字数: 214,000

统一书号: 13031·1996

本社书号: 2724·13—13

定 价: 1.45 元

译 者 的 话

冻土地区的工程实践和科学研究,使人们逐渐深刻地认识到冻土的温度状况是联系普通冻土学和工程冻土学的纽带。无论是冻土的区域分布规律、冷生构造的形成,还是冻土地区工程建筑物设计原则的选择、具体设计参数的确定,都需要了解并掌握冻土的温度状况及预报其动态变化。为了满足这方面的需要,特向有关读者推荐这本书。

本书是目前冻土热学中论述解析计算方法的一本较系统的专著。作者把整个冻土层划分为季节活动层、准稳定温度层和稳定温度层;在分析评定以往有关计算方法的基础上,继承使用了由列本庄首先提出的稳定状态逐次更替原理和融化(冻结)过程与时间的关系,在数值解法的协助下,通过误差评定,建立了考虑不同因素和不同介质以及温度状况的斯蒂芬条件,从而比较全面和系统地建立了冻土温度状况的计算方法。

通过本书,读者不但可以对以往国外常用的有关计算方法的思路、条件和精度有所了解,而且还为阅读近期国外发表的有关温度状况预报方法的书刊奠定一定的数学物理基础。相信我国的冻土专业工作者、冻土地区的工程地质人员、设计人员以及大专院校冻土专业的师生都能从中获取可喜的收益。

本书由以下同志翻译:徐敦祖(第一、二章)、程国栋(第三章)、丁德文(第四章)、童伯良(第五章)和濮良明(第六章)。全书由周幼吾同志审校。全书的数学部分的翻译承蒙罗学波同志提出过宝贵意见,特此致谢。

译者

AA/60/07

前 言

有多年冻土存在的苏联北部地区的开拓和发展越来越被人们重视。西西伯利亚北部大规模石油和天然气矿藏的发现使它成为国内富有石油天然气的地区之一。然而,深厚的多年冻土层使矿产的开发及供消费者使用而输送天然气和石油的建筑工程大大地复杂化。

地区的经济开发必定导致多年冻土与大气圈天然热交换过程的破坏(雪盖高度和密度的改变、植被的变化、土的湿润或干燥、水文地质状况的改变等)。由此造成工程勘察时所确定的基本参数——温度状况、多年冻土的厚度以及活动层厚度的改变。

多年冻土分布地区工程勘察的特点就在于这些勘察与经济开发区的冻土条件预报有直接的联系。这是因为无论是冻土、正在冻融土的物理力学性质还是冷生过程(Криогенные процессы)发展的强度(热喀斯特、泥流、寒冻裂缝形成物、冻胀、冰椎等)与这些土的温度状况有极重要的关系。

因此,多年冻土上建筑各种建筑物在勘察、设计、施工和使用时都必须知道天然状态下地区的冻土工程地质条件及其在地区开发过程中的变化。因为必须制订保障建筑物稳定的专门工程措施,上述变化具有特别的意义。

因而多年冻土上勘察和建筑的基本问题之一就是科学地预报地区经济开发中冻土条件的变化,这里主要是确定冻土的温度状况。

本书阐述冻土、正在冻融土温度状况的计算方法和预报。

目 录

前言	14
第一章 多年冻土的温度状况	1
1. 一维稳定温度场	1
2. 一维不稳定温度场	10
3. 二维稳定温度场	14
第二章 活动层土冻融动态计算方法简述	23
第三章 均质和双层介质中, 具有移动相变界面的热传导过程的研究	73
1. 冻土的有效热容量	73
2. 研究具有移动界面的介质中初始温度分布对导热过程的影响 ($\xi(\tau) \leq x < \infty$)	81
3. 研究区域 $0 \leq x \leq \xi(\tau)$ 中土的不稳定温度场, 以估计前提 (3.14) 的精度	86
4. 研究双层介质中的不稳定温度场 (考虑雪盖的动态)	100
5. 考虑了气温和雪盖高度变化时土冻结过程的研究	116
6. 考虑了在温度谱中发生的结合水相变时的土冻结过程的研究	119
7. 考虑了在温度谱中发生的结合水相变时, 土融化过程的研究	130
8. 存在两个相变界面 (冰—水, 水—汽) 时, 土融化过程的研究	138
第四章 活动层土冻结—融化过程的计算及年零振幅深度上温度的确定	147
1. 衔接冻土的条件	147

A. 活动层土的冻结.....	148
B. 温度年变化层土的冷却.....	177
B. 活动层土的融化.....	223
2. 不衔接冻土的条件.....	228
3. 季节冻土的条件.....	229
A. 季节冻土的融化.....	229
B. 温度年变化层土的加热.....	231
B. 活动层土的冻结.....	234
第五章 计算方法和算例.....	237
1. 计算方法.....	238
A. 活动层土的季节融化.....	238
B. 活动层土的季节冻结.....	239
2. 算例.....	240
第六章 考虑物质迁移过程的活动层土的冻结-融化计 算.....	253
1. 在粗颗粒土中液体的自由热对流.....	253
2. 土冻结时的水分迁移.....	265
附录: 俄汉冻土名词对照表.....	290
参考文献.....	292

第一章 多年冻土的温度状况

一般情况下应当研究热状况已建立和未建立条件下多年冻土一维和二维(轴对称的)温度场。

1. 一维稳定温度场

多年冻土的温度场是在与大气圈和下伏融土以及分布在研究区内的热源和热迳流之间的热交换影响下形成的。

供分析情况用的计算示意图表示在图1上。

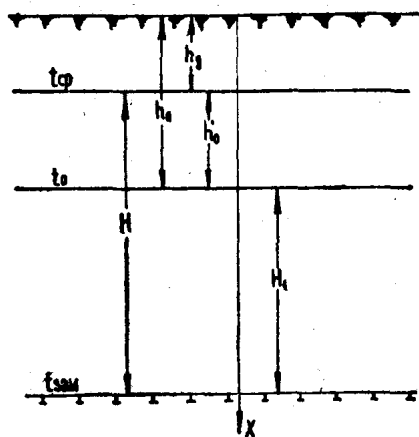


图1 计算多年冻土稳定温度场的示意图

我们将坐标起点与地表重合。 h_a 表示为活动层厚度； h_0 为年零振幅层； H 为多年冻土的厚度。一般情况下我们感兴

趣的 $0 \leq x \leq H + h_n^*$ 整个区间。但是本章里我们将研究活动层以下的多年冻土温度场，即在夏季融化和冬季冻结时实际上都没有相变的这样一个区间。设将所研究的多年冻土层区段 $h_n \leq x \leq H$ 划分为两部分，在 $h_n \leq x \leq h_0$ 区段中由于气温的年变化和活动层土的冻融作用结果，热过程是不稳定的。但是，当多年冻土与大气圈热交换过程已建立起来时，这个区段中的温度场可以看作是准稳定的。 $h_0 < x < H$ 区段中的热过程可以认为是稳定的。首先我们来确定 $h_0 \leq x \leq H$ 区段中多年冻土温度场的一般形式。在热状况已建立起来的条件下，所研究的区段有热源和热迳流 $q(x)$ 存在时，热传导微分方程的形式为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(x) \frac{\partial t}{\partial x} \right] - q(x) = 0 \quad (1.1)$$

(1.1) 式积分的结果得到下列温度随多年冻土深度的分布

$$t = \int \left[\frac{1}{\lambda(x)} \left(\int q(x) dx + c_1 \right) \right] dx + c_2 \quad (1.2)$$

式中 c_1 和 c_2 ——由边界条件确定的常数。在这种情况下作为边界条件的将是已知的年零振幅深度上的温度和多年冻土下限上的温度：

$$\begin{aligned} \text{当 } x = 0 \text{ 时 } \quad t &= t_1 \\ x = H \text{ 时 } \quad t &= t_2 \end{aligned} \quad (1.3)$$

因为要给出 $\lambda(x)$ 和 $q(x)$ 的函数形式，实际上是不可能的，我们取

$$\lambda(x) = \lambda = \text{const}; \quad q(x) = q = \text{const}.$$

那末方程(1.1)将取更简单的形式

* 原书上为 $0 \leq x \leq H$ ，我们理解这里应为 $0 \leq x \leq H + h_{n0}$ ——译者注

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) - q = 0。$$

积分后得:

$$t = \frac{1}{2\lambda} qx^2 + c_1x + c_2。$$

当热源(或迳流)分布均匀时, 描述均质多年冻土温度分布的最终公式为

$$t = \frac{1}{2\lambda} qx^2 + \left[\frac{t_2 - t_1}{H} - \frac{1}{2\lambda} qH \right] x + t_{10} \quad (1.4)$$

从(1.4)式可见, 有热源(或迳流)时, 多年冻土的温度场是非线性的。这个结论对以查明多年冻土热动力状况为目的的地热研究特别重要。

没有热源(或迳流), 亦即 $q = 0$ 时, 由(1.4)方程得到平常的线性温度场

$$t = t_1 + \frac{t_2 - t_1}{H} x。 \quad (1.5)$$

因此, 只要已知多年冻土的厚度, 按(1.4)或(1.5)式就可确定不同深度上的冻土温度。

现在我们就转到确定多年冻土的稳定厚度—— H 。为此, 必须改变下界面的边界条件, 用地热通量常数 Γ 代替温度常数 t_2 。那么多年冻土的厚度 H 我们可以由多年冻层底面附近的热流等于地热流 Γ 的条件来确定。

(1.4)式对坐标 x 微分, 我们将求得 $x = H_1$ 时冻土温度梯度值

$$\left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{x=H_1} = \frac{t_2 - t_1}{H_1} + \frac{1}{2\lambda} qH_1$$

那么热流值等于

$$-\lambda \frac{\partial t}{\partial x} = \frac{\lambda(t_1 - t_2)}{H_1} - \frac{1}{2} q H_1$$

使此式等于地热流,得

$$\frac{\lambda(t_1 - t_2)}{H_1} - \frac{1}{2} q H_1 = \Gamma$$

由此,多年冻土的厚度(年零振幅深度以下)等于

$$H_1 = -\frac{\Gamma}{q} + \sqrt{\left(\frac{\Gamma}{q}\right)^2 + \frac{2\lambda(t_1 - t_2)}{q}} \quad (1.6)$$

没有热源(或径流)时,得到著名的多年冻土厚度(年零振幅深度以下)的式子

$$\begin{aligned} \lim_{q \rightarrow 0} H_1 &= \lim_{q \rightarrow 0} \left[-\frac{\Gamma}{q} + \sqrt{\left(\frac{\Gamma}{q}\right)^2 + \frac{2\lambda(t_1 - t_2)}{q}} \right] \\ &= \lambda \frac{t_1 - t_2}{\Gamma} \end{aligned} \quad (1.7)$$

现在让我们来看 $h_n \leq x \leq H$ 区间多年冻土准稳定温度场。坐标起点放在多年冻土上限处。由于冻土与大气和下伏融土的热交换过程已建立起来,多年冻土上限处周期性的温度时间进程随之形成。为举例说明,在图2上列举了某些地点的这样的周期性温度变化($x=0$ 时)。从图2可见,这个温度值全都处于负温范围内,最大值等于零。通常,多年冻土上限处的温度变化表示为

$$t(0, \tau) = t_{ep} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{T} \tau \right) \quad (1.8)$$

式中 τ ——时间; T ——周期,等于1年。并且 t_{ep} 温度值根据按公式(1.8)确定的一年内度-时总和(Ω_p)与用符号 Ω 表示的实际的度-时总和相等,即 $\Omega_p = \Omega$ 的条件来确定。由此 t_{ep} 值等于

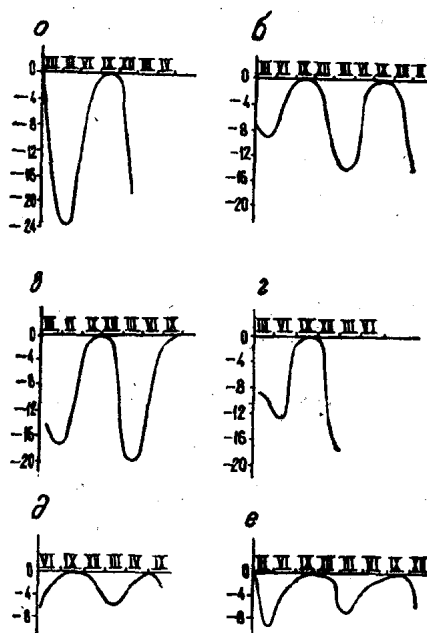


图2 活动层底面的冻土温度变化
(Докучаев, 1959)

a——季克西; б——哈坦加; в——迪克孙; г——施密特山;
д——雅库茨克; e——斯科沃洛金诺

$$t_{ep} = \frac{Q}{T}$$

通常在确定温度场 $t(x, \tau)$ 时, 多年冻土被看作为地表面具有温度谐振的半无限体。这种情况下课题的数学表达式为

$$\frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} = a_n \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2}; \quad 0 < x < \infty;$$

$$t(0, \tau) = t_{ep} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{T} \tau \right); \quad (1.9)$$

$$t(x, 0) = f(x)$$

$$\left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{x=\infty} = 0$$

式中 a_M ——冻土导热系数

令 $W = \frac{2\pi}{T}$, 该课题的解为

$$\begin{aligned} t(x, \tau) = & t_{\text{cp}} \left[1 - \exp\left(-x\sqrt{\frac{W}{2a_M}}\right) \cos\left(W\tau - x\sqrt{\frac{W}{2a_M}}\right) \right] \\ & - \frac{2t_{\text{cp}}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{a_M\tau}}} \cos\left[W\left(\tau - \frac{x^2}{4a_M\mu^2}\right)\right] \exp(-\mu) d\mu \\ & + \frac{1}{2\sqrt{\pi a_M\tau}} \int_0^\infty f(\mu) \left\{ \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{4a_M\tau}\right] \right. \\ & \left. - \exp\left[-\frac{(x+\mu)^2}{4a_M\tau}\right] \right\} d\mu \end{aligned} \quad (1.10)$$

关系式(1.10)右边第二项相当于 $\tau = 0$ 瞬间地表土温初始波动决定的不稳定的急变。右边第三项是 $\tau = 0$ 瞬间温度的初始分布, 当 τ 值足够大时这两项实际上消失。(1.10)式剩下的第一项相当于周期为 T 的已建立的波动。因此, 时间 τ 值足够大时多年冻土的准稳定温度场可用已知的式子确定

$$\begin{aligned} t(x, \tau) = & t_{\text{cp}} \left[1 - \exp\left(-x\sqrt{\frac{W}{2a_M}}\right) \right. \\ & \left. \cdot \cos\left(W\tau - \sqrt{\frac{W}{2a_M}}x\right) \right] \end{aligned} \quad (1.11)$$

上述指出了关于多年冻土沿坐标 x 无限分布的假定是导出(1.11)式的基本前提。实际上多年冻土的厚度是有限的, 因此在多年冻土厚度比较小的时候, 与实际的温度场相比较, (1.11)式给出的温度场将会失真。

自然 Д.В. 列多祖鲍夫 (Редозубов) 著作(1966)中考虑了多年冻土的终极厚度在使广为流行的(1.11)式精确化方面是更进了一步。他是在下列条件下解这个课题的:

$$\begin{aligned} t(0, \tau) &= t_{\text{ep}} + A \cos W\tau \\ t(x, 0) &= t_{\text{ep}} \left(1 - \frac{x}{H}\right) \end{aligned} \quad (1.12)$$

$$t(H, \tau) = 0$$

时间 τ 值足够大时课题的解为 (Редозубов, 1966):

$$\begin{aligned} t(x, \tau) &= t_{\text{ep}} \left(1 - \frac{x}{H}\right) + \chi_1(x) \cos W\tau \\ &\quad + \chi_2(x) \sin W\tau, \end{aligned} \quad (1.13)$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{W}{2a_m}}$$

式中

$$\begin{aligned} \chi_1(x) &= A [\sin \gamma (H - x) \operatorname{ch} \gamma (H - x) \sin \gamma H \cdot \operatorname{ch} \gamma H + \\ &\quad \operatorname{sh} \gamma H \cdot \cos \gamma H \cdot \operatorname{sh} \gamma (H - x) \cos \gamma (H - x)] / \\ &\quad [\sin^2 \gamma H \cdot \operatorname{ch}^2 \gamma H + \cos^2 \gamma H \cdot \operatorname{sh}^2 \gamma H] \\ \chi_2(x) &= A [\operatorname{sh} \gamma (H - x) \cos (H - x) \sin \gamma H \cdot \operatorname{ch} \gamma H - \\ &\quad \sin \gamma (H - x) \cdot \operatorname{ch} \gamma (H - x) \operatorname{sh} \gamma H \cos \gamma H] / \\ &\quad [\sin^2 \gamma H \cdot \operatorname{ch}^2 \gamma H + \cos^2 \gamma H \cdot \operatorname{sh}^2 \gamma H] \end{aligned}$$

方程 (1.8) 给出多年冻土上限处的土温是时间的谐和函数。从图 2 可见, 这个温度的变化实际上是时间的周期性函数(在热交换过程已建立的情况下)。但从(1.8)式中得出, 只有当 $\tau = nT$ 时 (式中 $n = 0, 1, 2, \dots$), 冻土温度才等于 0, 也就是这个温度在全年内都为负值。同时从图 2 可见, 多年冻土分布的个别地区, 特别是南部地带(例如斯科沃洛金诺), 零温度可保持 4—5 个月时间, 而温度变化本身可以是周期性函数而非谐和函数。在一般情况下, 土温变化曲线 $t(0,$

τ) 可以用傅利叶级数描述

$$t(0, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(nW\tau + \varepsilon_n). \quad (1.14)$$

那么, 确定多年冻土温度场的课题, 在最一般的情况下 (时间 τ 值足够大时) 归结为解具有下列边界条件的热传导微分方程:

$$\begin{aligned} t(0, \tau) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(nW\tau + \varepsilon_n), \\ t(H, \tau) &= 0. \end{aligned} \quad (1.15)$$

所提课题的解具有下列形式

$$t = \sum_{n=1}^{\infty} a_n A_n \sin(nW\tau + \varepsilon_n + \varphi_n), \quad (1.16)$$

式中

$$A_n = \left\{ \frac{\operatorname{ch} \left[2 \sqrt{\frac{nW}{2a_M}} (H-x) \right] - \cos \left[2 \sqrt{\frac{nW}{2a_M}} (H-x) \right]}{\operatorname{ch} \left[2 \sqrt{\frac{nW}{2a_M}} H \right] - \cos \left[2 \sqrt{\frac{nW}{2a_M}} H \right]} \right\}^{1/r},$$

$$\varphi_n = \arg \frac{\operatorname{sh} \sqrt{\frac{nW}{2a_M}} (H-x) (1+i)}{\operatorname{sh} \sqrt{\frac{nW}{2a_M}} H (1+i)}.$$

但是该课题的解(1.16)非常繁琐和不太实用。并且主要困难在于将式中给定函数 $t(0, \tau)$ 用傅利叶级数来表示。

为了更精确地描述地表土温变化进程 $t(0, \tau)$, 我们引进周期性的矩形波作为上边界条件。这种情况下, 多年冻土上限面边界条件可以写成

$$\begin{aligned} t(0, \tau) &= t_{\text{op}} \quad \text{在 } \gamma T < \tau < \gamma T + T_1 \text{ 时,} \\ r &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (1.17)$$

$t(0, \tau) = 0$ 在 $rT + T_1 < \tau < (\gamma + 1)T$ 时
并且

$$t_{\text{ep}} = \frac{Q}{T_1}$$

式中 Q ——负度-时的实际总和；

T ——周期，等于 1 年。

换句话说，温度 t_{ep} 在 T_1 时间内“接通”和在 $T - T_1$ 时间内“切断”，并且这样的循环可以重复无数次；在这种情况下，初始温度的影响消失，建立起来的周期性的热状况来临。

在下限上，如同前述 $t(H, \tau) = 0$ 。例如，对斯科沃洛金的条件(图 2)，温度“接通”时间 T_1 为 8 个月，而“切断”时间相应等于 $T - T_1 = 4$ 个月。

开始“接通”后 τ 瞬间即 $0 < \tau < T_1$ 期间，多年冻土的温度可由下式确定 (卡尔斯洛夫 Карслов, 伊格尔 Егеп, 1964)

$$t(x, \tau) = t_{\text{ep}} \frac{H-x}{H} + t_{\text{ep}} \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin \frac{n\pi(H-x)}{H} \cdot \frac{\exp[b_n(T_1 - \tau)] - \exp[b_n(T - \tau)]}{1 - \exp(b_n T)} \quad (1.18)$$

式中

$$b_n = \frac{a_m n^2 \pi^2}{H^2}$$

开始“切断”后即 $T_1 < \tau < T$ 期间 τ 瞬间的土温用下式确定

$$t(x, \tau) = t_{\text{ep}} \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin \frac{n\pi(H-x)}{H} \cdot \frac{\exp[b_n(T + T_1 - \tau)] - \exp[b_n(T - \tau)]}{1 - \exp(b_n T)} \quad (1.19)$$

公式(1.18)和(1.19)可以用来研究多年冻土的温度场,确定取决于矩形波振幅 t_{op} 、温度“接通”和“切断”周期 T_1 、 $T - T_1$ 的年零振幅处的温度和深度以及多年冻土的厚度 H 和冻土导温系数 a_m 。进行这个研究是重要的,因为参数 t_{op} 和 T_1 的各种组合可以给出多年冻土地表面的负度-时总和 Q 。研究多年冻土温度场时,我们主要感兴趣的是 $0 < x < 30$ 米的地段;即冻土温度的年变化带。

计算表明,按公式(1.18)和(1.19)对于比较小的深度($0 < x < 20$)总和难于一致。在上述深度范围内确定土温变化会导致繁重的计算。因此在 t_{op} , T_1 , a_m , H 参数变化很宽的范围内研究多年冻土温度场应当借助于数字计算机来进行。

作为一级近似,若取年零振幅深度上的温度振幅 $\Delta = 0.01^\circ\text{C}$, 根据(1.11), h_0 式子的形式为:

$$h_0 = 53 \sqrt{a_m \ln |20 t_0|} + h_d \quad (1.20)$$

2. 一维不稳定温度场

当多年冻土与大气圈间已建立的热交换过程发生变化时,年零振幅深度上便开始形成新的温度值。假定我们已知这个变化规律。在一般情况下,我们可以研究该温度随时间的平稳的和跳跃式的变化。

初始温度分布可表示为

$$t(x, 0) = t_1 \left(1 - \frac{x}{H_1}\right)$$

$x = 0$ 界面上的温度平稳变化可用下式表示

$$t = t'' + (t' - t'') \exp(-\tau \mu \tau)$$

并且系数 μ 用平常的条件确定

$$(2.1) \quad \text{当 } \tau = \tau_1 \text{ 时 } \quad t = 0.99 t''.$$