

采矿工程师手册

中国工业出版社

采矿工程师手册

〔苏联〕B. K. 布契涅夫主编

北京矿业学院译

中国工业出版社

編 輯 說 明

《采矿工程师手册》是苏联 B.K. 布契涅夫主編的，原书于1960 年出版。本手册扼要地叙述了煤矿井下开采的各方面的問題，也包括了应用最广泛的数学表、公式、物理机械值等。

本手册对我国从事煤矿生产的工程技术人员有一定参考价值。但是，它是根据苏联的条件写成的，由于我国的与苏联的煤矿技术实际情况不同，讀者在参閱的时候，必須用分析的态度，結合具体情况，从实际出发，从中吸取可供参考的东西，决不能把手册中的資料当作框框，不顾实际情况而去生搬硬套。有了正确对待国外科学技术和經驗的态度，方能达到运用国外技术为我国生产建设服务的目的。

为了使手册便于应用，在翻譯过程中，对內容作了某些删減。由于水平所限，如有不当之处，敬希讀者指正。

1962.12.25

目 录

編輯說明

第一篇 一般技术資料		第四篇 井巷掘进	
第一章 数学及理論力学的資料	1	第一章 立井掘进	145
§1. 代数	1	§1. 准备时期	145
§2. 几何	3	§2. 井筒装备	148
§3. 三角	7	§3. 压风机站	152
§4. 解析几何	9	§4. 悬吊设备的計算重量	152
§5. 微分学	12	§5. 掘进设备在井筒中和地面上的布置	154
§6. 积分学	14	§6. 井筒掘进的工作組織	154
§7. 微分方程式	17	§7. 井筒掘进循环組織的設計	155
§8. 理論力学	18	第二章 准备巷道掘进	164
第二章 数学表	20	§8. 巷道断面形状及尺寸	164
第三章 一些用于工程計算的数据	27	§9. 巷道掘进工作組織	173
第二篇 采矿地质概述		§10. 岩巷掘进	173
第一章 岩石的主要物理力学指标	37	§11. 半煤岩平巷掘进	174
第二章 岩石分类	47	§12. 煤巷掘进	178
第三章 地表移动带的参数	50	§13. 双巷掘进	179
第三篇 爆破工程和压气动力设备		§14. 上山掘进	179
第一章 爆破工程	55	§15. 下山掘进	181
§1. 爆破材料	55	§16. 切割巷道与輔助煤巷掘进	182
§2. 关于爆破和炸药的理論数据	63	§17. 准备巷道掘进时的調車工作	182
§3. 爆破材料的儲藏与运输	71	第五篇 煤田开拓和地下开采方法	
§4. 介质中的爆破作用与装药量的計算	76	第一章 井田开拓和准备	185
§5. 电力起爆	86	§1. 井田准备方法	185
§6. 准备和回采工作面的钻眼		§2. 井田开拓方法分类	186
爆破方法	97	§3. 单煤层开拓	187
§7. 冲击式钻眼法	102	§4. 煤层群开拓	190
§8. 冲击式钻眼设备	105	§5. 井筒位置的选择	194
§9. 冲击式钻眼用的打眼工具	113	§6. 矿井类型及服务年限	196
第二章 旋轉式钻眼法	124	第二章 采煤方法	197
§10. 电动与气动旋轉式钻机	124	§7. 回采工作面的长度和形状	197
第三章 旋轉冲击式钻眼法	130	§8. 采煤方法分类	199
第四章 压气动力设备	132	§9. 薄及中厚煤层的采煤方法	200
		§10. 厚煤层采煤方法	213
		§11. 煤和瓦斯突出煤层以及受冲击	

地压煤层的开采特点·····	225	第二章 矿井瓦斯涌出量和煤及 瓦斯突然喷出·····	372
第六篇 矿山压力与巷道支护		§ 13. 煤田瓦斯含量·····	372
第一章 矿山压力 ·····	227	§ 14. 煤和岩石的瓦斯容量·····	373
§ 1. 研究矿山压力显现的方法·····	227	§ 15. 巷道瓦斯涌出量·····	378
§ 2. 长壁工作面矿山压力显现的 研究成果·····	231	§ 16. 预测矿井瓦斯涌出量的矿山 统计学方法·····	379
§ 3. 控制矿山压力的方法·····	239	§ 17. 根据煤层瓦斯含量预测开采 瓦斯涌出量·····	382
第二章 支护材料及井巷支护 ·····	245	§ 18. 控制瓦斯涌出的方法·····	387
§ 4. 支护材料·····	245	§ 19. 煤层瓦斯抽放·····	390
§ 5. 准备巷道支架结构·····	262	§ 20. 煤及瓦斯突出及其防止方法·····	394
§ 6. 支架计算·····	280	第三章 矿内火灾的预防和处理 ·····	396
§ 7. 井筒支护·····	284	§ 21. 矿内火灾的预防·····	396
§ 8. 井筒与平巷连接处的支架·····	296	§ 22. 矿内火灾的扑灭·····	397
§ 9. 回采工作面支架结构·····	299	第八篇 采矿机械	
§ 10. 支柱计算·····	312	第一章 截煤机 ·····	401
第三章 采空区充填和充填设备 ·····	313	第二章 回采工作用采煤康拜因 ·····	410
§ 11. 概述·····	313	§ 1. 倾斜薄煤层用的采煤康拜因·····	410
§ 12. 充填材料·····	313	§ 2. 缓倾斜薄煤层用的采煤康拜因·····	421
§ 13. 充填材料的开采、加工、地面运输 和贮存以及下放入井·····	320	§ 3. 中厚煤层用截盘式采煤康拜因·····	434
§ 14. 水力充填·····	323	§ 4. 从表面截割破碎工作面的中厚 缓倾斜煤层用采煤康拜因·····	442
§ 15. 风力充填·····	335	§ 5. 倾斜煤层用采煤康拜因·····	451
§ 16. 抛掷充填·····	340	§ 6. 急倾斜极薄及薄煤层用采煤 康拜因·····	454
§ 17. 自重充填·····	345	§ 7. ГКУД-3 型截煤-落煤机(采煤 康拜因)·····	456
第七篇 矿井通风、防尘、煤与 瓦斯突出以及火灾预防		第三章 综合回采设备 ·····	458
第一章 矿井通风及防尘 ·····	347	第四章 采煤机组 ·····	468
§ 1. 矿内大气·····	347	第五章 截装机 ·····	473
§ 2. 矿井巷道的通风阻力·····	351	第六章 风镐 ·····	474
§ 3. 自然通风·····	363	第七章 装载机 ·····	476
§ 4. 井巷中风量分配的调节·····	366	第八章 掘进康拜因 ·····	492
§ 5. 独头巷道通风·····	366	第九章 回采和掘进工作面用鏈板 运输机 ·····	511
§ 6. 全矿井通风风量的确定·····	368	第十章 矿山机器的潤滑 ·····	531
§ 7. 井巷矿尘浓度和矿内空气含 尘量的检查·····	369	第九篇 地下采煤水力机械化	
§ 8. 钻眼工作的防尘措施·····	370	第一章 概述 ·····	537
§ 9. 爆破工作的防尘措施·····	370		
§ 10. 回采工作面防尘措施·····	371		
§ 11. 沿巷道运输煤炭时的防尘措施·····	371		
§ 12. 巷道撒岩粉·····	371		

VI

§ 1. 水力采煤的一般概念.....	537	§ 4. 矿井提升鋼絲繩.....	661
§ 2. 水采矿井的开拓、准备与 回采的特点.....	538	§ 5. 滾筒与摩擦輪尺寸.....	668
第二章 水力落煤	543	§ 6. 箕斗的合理容量和一次提升時間.....	669
§ 3. 射流及其形成条件的基本概念.....	543	§ 7. 提升設備不同系統的速度图及 計算公式.....	670
§ 4. 水枪射流結構和流体动力学.....	544	§ 8. 具有固定半径繩繩机构的提升 設備的动力方程式.....	676
§ 5. 水枪射流对煤体的破碎.....	548	§ 9. 提升电动机的設置容量和 耗电量.....	677
§ 6. 井下水枪的結構.....	551	§ 10. 矿井提升机的制动器.....	678
§ 7. 水力机械.....	556	§ 11. 現有提升設備通过能力的确定.....	683
第三章 水力运输、水力提升和供水	559	§ 12. 提升机电气设备的技术特征.....	685
§ 8. 水力运输和提升設備.....	559	§ 13. 井筒信号.....	691
§ 9. 水力运输和水力提升的基本計算.....	563	第二章 矿井通风設備	697
§ 10. 水采矿井的供水.....	567	§ 14. 概述.....	697
第四章 水采矿井的輔助設備和 水采条件下选煤	577	§ 15. 矿用通风机的全压、靜压和 动压、效率和所需功率.....	699
§ 11. 輔助水力机械設備.....	577	§ 16. 通风机的相似和比例关系定律.....	701
§ 12. 輔助水力运输設備.....	579	§ 17. 风量、压力和功率的标准数及 无因次系数.....	702
§ 13. 水采条件下选煤及脫水.....	580	§ 18. 比轉速.....	703
第十篇 井下运输		§ 19. 矿用通风机的特性曲线.....	703
第一章 概述	583	§ 20. 通风机的經濟工作范围、最大及 加权平均效率.....	708
§ 1. 井下运输設備能力和功率的計算.....	584	§ 21. 矿用軸流式通风机.....	709
§ 2. 井下运输工作的經濟指标.....	587	§ 22. 矿用离心式通风机.....	719
第二章 运输巷道的运输机运输	587	§ 23. 局部通风机.....	725
第三章 井下軌道	591	§ 24. 控制空气流的通风設備.....	
第四章 矿車	604	§ 25. 矿井通风設備的調节、传动和 自动化.....	731
第五章 电机車运输	609	§ 26. 矿井主要通风設備的通风机 选择.....	734
§ 3. 井下牵引电网.....	613	第三章 矿井排水	738
§ 4. 蓄電池組.....	615	§ 27. 概述.....	738
§ 5. 变流设备和充电室.....	617	§ 28. 排水水泵.....	739
第六章 傾斜巷道鋼絲繩运输	621	§ 29. 排水管道及附件.....	745
第七章 調車工作的机械化以及裝車和 換車地点的线路布置	631	§ 30. 排水設備.....	749
第八章 井下巷道的人員运送	639	§ 31. 豎井井筒及其他巷道掘进时排水.....	756
第九章 井下运输的調度管理	641	第十二篇 供电与电气設備	
第十一篇 矿山設備		§ 1. 矿山供电和矿内电力用户的 組織原則.....	761
第一章 矿井提升設備	645		
§ 1. 提升設備的分类和特征.....	645		
§ 2. 提升設備与井筒的相对位置.....	651		
§ 3. 矿井提升容器.....	657		

§ 2. 采区变电所容量的确定..... 762	第三章 地面运输..... 839
§ 3. 矿山电网..... 764	§ 4. 溜槽运输..... 839
§ 4. 电缆敷設和架空輸电线結構..... 767	§ 5. 运输机..... 840
§ 5. 裸导线和电缆、插銷式連接器和 母线盒的技术数据..... 769	§ 6. 斗式鏈条提升机和运输机..... 844
§ 6. 受电设备的保护。絕緣析視、 接地..... 777	§ 7. 送料器..... 847
§ 7. 提高功率因数的方法。电价、 电能消耗定額..... 781	§ 8. 架空索道..... 850
§ 8. 井下电气照明..... 784	§ 9. 铁道运输..... 851
§ 9. 对井下使用的矿用电气设备的 要求..... 787	§ 10. 无軌运输..... 855
§ 10. 电机..... 790	第四章 装車设备..... 856
§ 11. 起动设备和控制设备..... 809	第五章 貯煤仓..... 861
§ 12. 变电所及配电装置..... 812	第六章 矸石堆..... 865
§ 13. 自动化设备..... 816	第七章 矿山支护材料及其他材料和 设备仓库..... 869
§ 14. 矿井电气设备的运行..... 824	§ 11. 支护材料庫..... 869
第十三篇 矿山地面设备和維修	§ 12. 材料庫..... 875
第一章 矿山地面标准工艺系統..... 829	§ 13. 矿用滑潤材料和燃料仓库..... 876
第二章 矿井井口设备..... 829	第八章 矿山设备維修..... 879
§ 1. 井筒鎖口..... 829	§ 14. 矿山设备有计划的定修系統..... 879
§ 2. 井架..... 829	§ 15. 矿山设备的修理工艺..... 884
§ 3. 井口建筑物..... 832	§ 16. 机器零件的磨損极限..... 885
	§ 17. 磨損零件的恢复..... 885
	第九章 修理企业..... 903
	附录..... 906

第一篇 一般技術資料

第一章 數學及理論力學的資料

§1 代 數

簡略乘除公式：

$$\begin{aligned}(a \pm b)^2 &= a^2 \pm 2ab + b^2; \\ (a + b)(a - b) &= a^2 - b^2; \\ (a \pm b)^3 &= a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3; \\ (a^3 + b^3) : (a + b) &= a^2 - ab + b^2; \\ (a^3 - b^3) : (a - b) &= a^2 + ab + b^2.\end{aligned}$$

冪和根：

$$\begin{aligned}a^m a^n &= a^{m+n}; \\ a^m : a^n &= a^{m-n}; \\ (a^m)^n &= a^{mn}; \\ (abc)^m &= a^m b^m c^m; \\ \left(\frac{a}{b}\right)^m &= \frac{a^m}{b^m}; \\ a^0 &= 1, \quad a^{-m} = \frac{1}{a^m}; \\ (\sqrt[n]{a})^n &= a; \quad \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}; \\ \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}; \quad a^{\frac{m}{n}} &= \sqrt[n]{a^m}; \\ (\sqrt[n]{a})^m &= \sqrt[n]{a^m}; \quad \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}; \\ \sqrt[n]{a} &= \sqrt[m]{a^{\frac{1}{n}}}\end{aligned}$$

二次方程式及換算的二次方程式：

換算的二次方程式

$$x^2 + px + q = 0.$$

換算的二次方程式的根按下式求算：

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}.$$

普通形式的二次方程式為

$$ax^2 + bx + c = 0;$$

其根为

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

如果 $D = b^2 - 4ac \geq 0$, 則此根为实根, 如果 $D < 0$, 則为虚根。

$ax^4 + bx^2 + c = 0$ 形式的方程式称为四次方程式。

此方程式的根按下式求算:

$$x_{1,2,3,4} = \pm \sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}.$$

三項方程式为

$$ax^{2n} + bx^n + c = 0$$

将 $z = x^n$ 代入, 即可換算成二次方程式或者二項方程式。

級数:

算术級数

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots,$$

式中 $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_n - a_{n-1} = d$ —— 級数公差。

普通項 $a_n = a_1 + (n-1)d$ 。

头几項 n 的总和为

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n \quad \text{或者} \quad S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n.$$

几何級数

$$u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots,$$

式中 $\frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = \dots = \frac{u_n}{u_{n-1}} = q$ —— 級数分母。

普通項 $u_n = u_1 q^{n-1}$ 。

头几項 n 的总和为

$$S_n = \frac{u_1(q^n - 1)}{q - 1}.$$

如果 $q < 1$, 当 n 項的数无限增大时

$$S_n \rightarrow S = \frac{u_1}{1 - q}.$$

对数 如果 $a^x = N$ ($a > 0$ 及 $a \neq 1$), 則 $x = \log_a N$ 。

对数的一般特性:

$$\log_a 1 = 0;$$

$$\log_a a = 1;$$

如果 $N < 1$ 及 $a > 1$, 則

$$\log_a N < 0;$$

如果 $N > 1$ 及 $a > 1$, 則

$$\log_a N > 0;$$

$$\log_a (N N_1) = \log_a N + \log_a N_1;$$

$$\log_a\left(\frac{N}{N_1}\right) = \log_a N - \log_a N_1;$$

$$\log_a(N^p) = p \log_a N;$$

$$\log_a(\sqrt[p]{N}) = \frac{1}{p} \log_a N.$$

普通对数的特性

$$\lg \underbrace{100 \cdots 0}_n = \lg(10^n) = n;$$

$$\lg \underbrace{0.00 \cdots 0.1}_{\text{所有的 } n \text{ 零}} = \lg(10^{-n}) = -n;$$

$$\lg 273.17 = 2 + \text{尾数 (从表中查得)};$$

$$\lg 0.0037 = -3 + 0.5682 = \bar{3}.5682.$$

联合及二项式 按 m 的 n 元件的排列数

$$A_n^m = n(n-1)(n-2) \cdots (n-m+1).$$

n 元件的换位数

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (n-1)n = n!$$

按 m 的 n 元件的组数

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m}, \quad C_n^m = C_n^{n-m}.$$

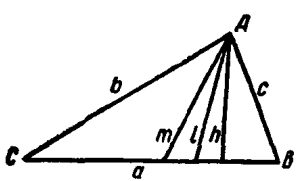
二项式公式

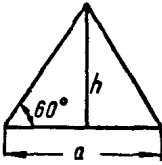
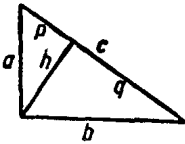
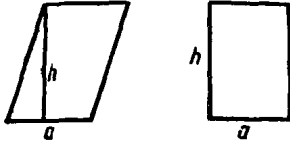
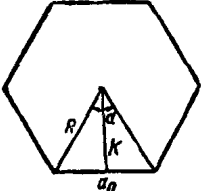

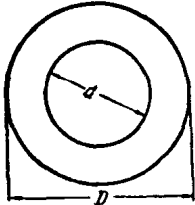
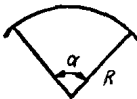
$$(x+a)^n = x^n + nx^{n-1}a + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} x^{n-2}a^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^{n-3}a^3 \\ + \cdots + nxa^{n-1} + a^n.$$

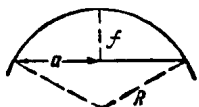
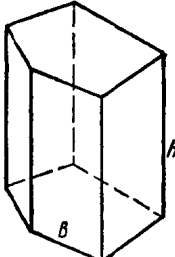
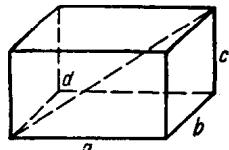
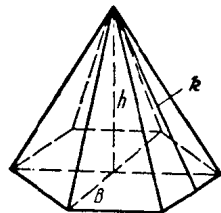
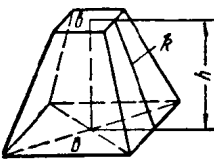
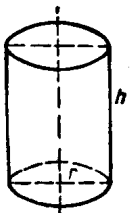
普通项 $U_{k+1} = C_n^k x^{n-k} a^k.$

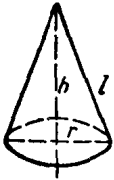
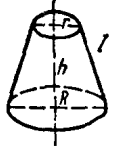
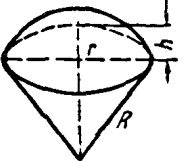
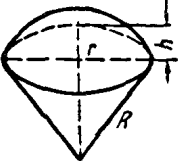
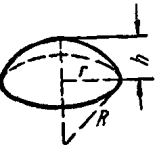
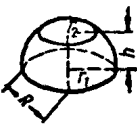
§2 几何

表 1

图名和图号	符 号	公 式
平 面 几 何		
三角形(图 1) 	a, b, c —边; A, B, C —角; h —高; m_a —边 a 的中线; l_a — A 角等分角线; r —内切圆半径; R —外接圆半径; S —面积	$A+B+C=180^\circ;$ $S = \frac{ah_a}{2};$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$ 式中 $p = \frac{a+b+c}{2};$ $m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2(b^2+c^2)-a^2};$ $l_a = \frac{\sqrt{bc[(b+c)^2-a^2]}}{b+c};$ $r = \frac{S}{p}; \quad R = \frac{abc}{4S}$

图名和图号	符 号	公 式
等边三角形(图 2) 		$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}; S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4};$ $r = \frac{h}{3}; R = 2r$
直角三角形(图 3) 	a, b —直角边; c —斜边; p, q —斜边段; h —对斜边的垂直线	$c = \sqrt{a^2 + b^2};$ $S = \frac{ab}{2};$ $h = \sqrt{pq};$ $p = \frac{a^2}{c}; q = \frac{b^2}{c}$
平行四边形与矩形(图 4) 	a —底; h —高; S —面积	$S = ah$
正多边形(图 5) 	a_n —边; R —外接圆半径; α —中心角; k —边心距; n —边数; S —面积	$a_3 = R\sqrt{3}; a_4 = R\sqrt{2};$ $a_6 = R;$ $\alpha = \frac{360^\circ}{n};$ $S = \frac{a_n k}{2} n$
圆 	r —半径; d —直径; C —圆周长; S —面积	$C = \pi d = 2\pi r;$ $S = \frac{\pi d^2}{4} = \pi r^2$
圆环(图 6) 	D —外径; d —内径; S —面积	$S = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \pi (R^2 - r^2)$
扇形(图 7) 	R —半径; l —弧长; α —中心角	$l = \frac{\pi R \alpha}{180^\circ};$ $S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}$

图名和图号	符 号	公 式
圆缺(图8) 	a —半弧; f —弧高; R —半径	$R = \frac{a^2 + f^2}{2f};$ $f = R - \sqrt{R^2 - a^2}$
多边形的面积和体积		
正棱柱体(图9) 	p —底的周边; B —底的面积; h —高; $S_{\text{侧}}$ —侧面积; V —体积	$S_{\text{侧}} = ph;$ $V = Bh$
矩形六面体(图10) 	a, b, c —量度; d —对角线; $S_{\text{全}}$ —全面积	$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2};$ $S_{\text{全}} = 2(ab + ac + bc);$ $V = abc$
正角锥(图11) 	B —底的面积; h —高; P —底的周边; k —侧面的边心距	$S_{\text{侧}} = \frac{Pk}{2};$ $V = \frac{1}{3} Bh$
正截锥(图12) 	P, p —底的周边; B, b —底的面积; k —边心距	$S_{\text{侧}} = \frac{P+p}{2} k;$ $V = \frac{h}{3} (B + b + \sqrt{Bb})$
圆形体的面积及体积		
圆柱(图13) 	r —底的半径; h —高	$S_{\text{侧}} = 2\pi rh;$ $S_{\text{全}} = 2\pi r(r+h);$ $V = \pi r^2 h = \frac{\pi D^2 h}{4}$

图名和图号	符 号	公 式
圓錐体(图14) 	r —底的半径; h —高; l —母线	$S_{\text{侧面}} = \pi r l;$ $S_{\text{全面}} = \pi r(r+l);$ $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
截圓錐(图15) 	R, r —底的半径; h —高; l —母线	$S_{\text{侧面}} = \pi l(R+r);$ $S_{\text{全面}} = \pi[R^2 + r^2 + l(R+r)];$ $V = \frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr)$
球体 	S —球的面积; R —球的半径; d —直径	$S = 4\pi R^2 = \pi d^2;$ $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{6} \pi d^3$
球心角体(图16) 	R —球的半径; r —平面的半径; h —高	$S_{\text{全面}} = 2\pi Rh;$ $V = \frac{2}{3} \pi R^2 h$
球缺(图17) 	R —球的半径; r —截面的半径; h —高	$S_{\text{全面}} = \pi(2Rh + r^2);$ $V = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right)$
球台(图18) 	R —球的半径; r_1, r_2 —截面的半径; h —高	$S_{\text{全面}} = \pi(2Rh + r_1^2 + r_2^2);$ $V = \frac{1}{6} \pi h (3r_1^2 + 3r_2^2 + h^2)$

§ 3 三 角

各象限中角的三角函数符号:

象 限	sin	cos	tg	ctg
I	+	+	+	+
II	+	-	-	-
III	-	-	+	+
IV	-	+	-	-

同一角的函数间的关系式

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha};$$

$$\sin \alpha \operatorname{cosec} \alpha = 1; \quad \cos \alpha \sec \alpha = 1; \quad \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha = 1;$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \sec^2 \alpha; \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha.$$

通过一个函数表示所有函数

通过 $\sin \alpha$,

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}};$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha};$$

$$\sec \alpha = \frac{1}{\pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}; \quad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}.$$

通过 $\operatorname{tg} \alpha$,

$$\sin \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}; \quad \cos \alpha = \frac{1}{\pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}};$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}; \quad \sec \alpha = \pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha};$$

$$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{\pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

锐角的换算公式

$$\sin(90^\circ \pm \alpha) = \cos \alpha; \quad \cos(90^\circ \pm \alpha) = \mp \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(90^\circ \pm \alpha) = \mp \operatorname{ctg} \alpha; \quad \operatorname{ctg}(90^\circ \pm \alpha) = \mp \operatorname{tg} \alpha;$$

$$\sin(180^\circ \pm \alpha) = \mp \sin \alpha; \quad \cos(180^\circ \pm \alpha) = -\cos \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(180^\circ \pm \alpha) = \pm \operatorname{tg} \alpha; \quad \operatorname{ctg}(180^\circ \pm \alpha) = \pm \operatorname{ctg} \alpha;$$

$$\sin(270^\circ \pm \alpha) = -\cos \alpha; \quad \cos(270^\circ \pm \alpha) = \pm \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(270^\circ \pm \alpha) = \mp \operatorname{ctg} \alpha; \quad \operatorname{ctg}(270^\circ \pm \alpha) = \mp \operatorname{tg} \alpha.$$

周期和负角公式

$$\sin(\alpha + 360^\circ n) = \sin \alpha; \quad \cos(\alpha + 360^\circ n) = \cos \alpha;$$

$$\begin{aligned}\operatorname{tg}(\alpha + 180^\circ n) &= \operatorname{tg} \alpha, \quad \operatorname{ctg}(\alpha + 180^\circ n) = \operatorname{ctg} \alpha; \\ \sin(-\alpha) &= -\sin \alpha, \quad \cos(-\alpha) = \cos \alpha; \\ \operatorname{tg}(-\alpha) &= -\operatorname{tg} \alpha, \quad \operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha.\end{aligned}$$

加减公式

$$\begin{aligned}\sin(\alpha \pm \beta) &= \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta; \\ \cos(\alpha \pm \beta) &= \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta; \\ \operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) &= \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}; \\ \operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) &= \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta \mp 1}{\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} \alpha}.\end{aligned}$$

乘除公式

$$\begin{aligned}\sin 2\alpha &= 2\sin \alpha \cos \alpha; \\ \sin 3\alpha &= 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha; \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha; \\ \cos 3\alpha &= 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha; \\ \operatorname{tg} 2\alpha &= \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}; \\ \sin \frac{\alpha}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}, \quad \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}, \\ \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}, \\ \sin \alpha &= \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}, \quad \cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}.\end{aligned}$$

两个函数的和及差变换成积数

$$\begin{aligned}\sin \alpha + \sin \beta &= 2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}; \\ \sin \alpha - \sin \beta &= 2\sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}; \\ \cos \alpha + \cos \beta &= 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}; \\ \cos \alpha - \cos \beta &= -2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}; \\ \operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta &= \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}; \\ \operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta &= \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \sin \beta}.\end{aligned}$$

解三角形

直角三角形:

$$a = c \sin A = c \cos B,$$

$$a = b \operatorname{tg} A = b \operatorname{ctg} B,$$

$$S = \frac{ab}{2} = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} c^2 \sin A \sin B,$$

式中 a 及 b —— 直角边;

c —— 斜边;

A 及 B —— 与直角边 a 及 b 相对的锐角。

斜三角形:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \text{ —— 正弦定理;}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \text{ —— 余弦定理;}$$

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\operatorname{tg} \frac{A+B}{2}}{\operatorname{tg} \frac{A-B}{2}} \text{ —— 正切定理;}$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A}.$$

§4 解析几何

1. 一般形式的直线方程式

$$Ax + By + C = 0$$

2. 带角系数的直线方程式

$$y = kx + b,$$

式中 k —— 角系数;

b —— 原始纵坐标。

3. 两直线的交叉角

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}.$$

4. 直线正规方程式

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0.$$

5. 一般直线方程式至正规方程式的换算

$$\frac{Ax + By + C}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}} = 0$$

式中 $\frac{1}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}}$ —— 法化因子。

6. 中央在点 (a 及 b) 的圆

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2,$$

式中 r —— 圆的半径。

7. 椭圆形方程式

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

式中 a 及 b —— 半軸;

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} \text{ —— 半焦距};$$

$$\varepsilon = \frac{c}{a} \text{ —— 橢圓形的偏心率 } (0 < \varepsilon < 1).$$

8. 双曲线方程式

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

式中 a —— 实半軸;

b —— 虚半軸;

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ —— 焦点之間的一半距离};$$

$$\varepsilon = \frac{c}{a} \text{ —— 双曲线的偏心率 } (\varepsilon > 1);$$

$$y = \pm \frac{b}{a} x \text{ —— 漸近线方程式}.$$

如果 $a = b$, 則此双曲线称为等軸双曲线。

9. 頂位于座标原点的抛物线方程式

$$y^2 = 2px$$

[OX —— 对称軸, 焦点在点 $(0, \frac{p}{2})$]。

其他形式的抛物线方程式

$$y = ax^2 \text{ —— 对称軸与軸 } OY \text{ 相重合};$$

$$y = ax^2 + bx + c \text{ —— 对称軸与軸 } OY \text{ 平行};$$

$$\text{頂位于点 } \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right).$$

10. 至点 (a, b) 的座标軸的平行移动:

$$x = x_1 + a,$$

$$y = y_1 + b,$$

式中 x 和 y —— 旧座标;

x_1 和 y_1 —— 新座标。

11. 座标軸圍繞着座标原点轉动 φ 角:

$$x = x_1 \cos \varphi - y_1 \sin \varphi;$$

$$y = x_1 \sin \varphi + y_1 \cos \varphi.$$

12. 至极座标的換算及相反:

$$x = r \cos \varphi; \quad r = \sqrt{x^2 + y^2};$$

$$y = r \sin \varphi; \quad \sin \varphi = \frac{y}{r} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}};$$