

高等纺织院校管理工程试用教材

运筹学

上册

蔡溥 主编

纺织工业出版社

高等纺织院校管理工程试用教材

运 筹 学

上 册

蔡 溥 主编

纺织工业出版社

内 容 提 要

本教材分上、下两册。上册内容包括线性规划、整数规划、非线性规划和动态规划；下册内容包括网络分析与统筹方法、排队论、存储论、决策论和模拟论。教材中主要介绍运筹学的这些分支的基本原理与方法，具有一定的理论深度，同时注意结合纺织生产实际，列有一定数量的例题和习题。

本书可作为高等纺织院校管理工程专业和其它有关科系的试用教材或参考书，亦可供纺织工业系统的技术、管理人员在工作中参考之用。

责任编辑：彭森

高等纺织院校管理工程试用教材

运 筹 学

上 册

蔡 溥 主编

•

纺织工业出版社出版

(北京东长安街12号)

纺织工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

•

50×1168毫米 1/32 印张：16 4/32 字数：415千字

1986年11月 第一版 第一次印刷

印数：1—10,000 定价：3.20元

统一书号：15041·1438

前 言

为了适应全国高等纺织院校管理工程专业教学的需要,纺织工业部教育司组织中国纺织大学、天津纺织工学院、西北纺织工学院、山东纺织工学院、北京化纤工学院、苏州丝绸工学院、郑州纺织机电专科学校、上海市纺织工业局职工大学等院校的有关教师编写了一套高等纺织院校管理工程试用教材,包括《运筹学》、《纺织工业技术经济分析》、《纺织工业统计》、《纺织工业会计》、《纺织工业经济》、《纺织企业管理》等六种。其中,《纺织企业管理》由于篇幅较大,确定分为《纺织企业管理总论》、《纺织企业经营管理》和《纺织企业生产管理》三书编写出版。

根据经济管理学科具有二重性的原理,编写这套教材的指导思想是:认真贯彻党的十一届三中全会以来有关经济建设方面的方针政策,特别是十二届三中全会通过的《中共中央关于经济体制改革的决定》,教材既要阐明我国社会主义经济管理的基本原理和历史经验,也要介绍国外社会化大生产所遵循的一般经济管理原理和现代化管理方法;同时,力求紧密结合纺织工业经济管理的特点,探索纺织工业企业现代化经济管理的科学途径,逐步建立具有中国特点的社会主义纺织工业企业经济管理的学科体系。但是,由于高等纺织院校设置管理工程专业的时间还不长,教学和研究工作的经验还不多,许多问题有待于进一步探索和实践,因此这套教材难免会有不成熟和不完备的地方,只作为高等纺织院校管理工程四年制本科、二年制和三年制干部专修科的试用教材,并供纺织工业系统经济管理干部和有关管理人员学习参考之用。在教学中,各院校可以根据各自的教学要求和学生特

点，选择确定具体的教学内容和学时。

《运筹学》由上海市纺织工业局职工大学副教授蔡溥主编。其中，第三章“非线性规划”由西北纺织工学院牛映武编写，第九章“模拟论”由中国纺织大学龚益鸣编写，其余各章均由蔡溥编写，全书的习题由金世和负责编写。苏州丝绸工学院王勇、中国纺织大学分院朱其玉为教材编写提供了部分资料。

纺织工业部教育司

目 录

绪 论	(1)
第一节 运筹学的研究对象与任务	(1)
第二节 运筹学的产生和发展	(2)
第三节 运筹学的主要分支	(7)
第四节 运筹学的研究方法	(13)
参考文献	(15)
习题	(15)
第一章 线性规划	(16)
第一节 线性规划问题的一般数学表达式	(16)
第二节 把实际问题归结为线性规划的模型	(18)
第三节 简单线性规划问题的图解法	(27)
第四节 线性规划问题的标准形	(34)
第五节 凸集和极点	(36)
第六节 单纯形法 (一)	(40)
第七节 单纯形法 (二)	(62)
第八节 退化解和摄动	(83)
第九节 目标规划	(87)
第十节 对偶线性规划	(98)
第十一节 对偶单纯形法	(121)
第十二节 最优解的灵敏度分析	(129)
第十三节 改进单纯形法	(152)
第十四节 运输问题的特殊算法	(170)
第十五节 大型线性规划问题的分解算法	(185)
第十六节 应用举例	(225)
第十七节 结束语	(241)
参考文献	(242)
习题	(243)

第二章 整数规划..... (269)

第一节 整数规划问题的一般数学表达式 及其主要类型..... (269)

第二节 把实际问题归结为整数规划问题..... (271)

第三节 全整数规划问题的割平面法..... (274)

第四节 混合整数规划问题的割平面法..... (287)

第五节 分枝限界法..... (295)

第六节 0—1 算法..... (310)

第七节 分派问题和售货员问题的特殊算法..... (319)

第八节 结束语..... (331)

参考文献..... (332)

习题..... (332)

第三章 非线性规划..... (344)

第一节 预备知识..... (344)

第二节 非线性规划问题及其基本概念..... (353)

第三节 无约束非线性规划..... (361)

第四节 约束非线性规划..... (397)

第五节 应用举例..... (430)

第六节 结束语..... (440)

参考文献..... (442)

习题..... (443)

第四章 动态规划..... (447)

第一节 动态规划问题的特征..... (447)

第二节 动态规划的基本概念与原理..... (450)

第三节 动态规划的应用 (一)..... (458)

第四节 动态规划的应用 (二)..... (490)

第五节 结束语..... (499)

参考文献..... (500)

习题..... (500)

绪 论

第一节 运筹学的研究对象与任务

何谓运筹？运筹就是运用和筹划，就是安排、使用、调度、控制、筹算和规划。

按照辩证唯物主义的观点，世界是发展的，事物是变化的。人们对于他们面临的种种不同情况，必须经常进行分析和研究，以便作出相应的对策。因此，人们在自己的社会实践中，一直都在经历着运筹决策的过程。

随着科学技术的日益发达，生产规模的日益扩大，人们所面临的情况和问题也日益复杂，以致超越了常规的和经验的决策能力。但是，不论事物的发展是多么错综复杂，它还是有一定的规律可循的。为了研究、认识和运用这种规律，一门称为运筹学的崭新学科就应运而生了。

何谓运筹学？运筹学研究的对象和任务又是什么？按照运筹学权威人士丘尔奇曼(C.W.Churchman)的提法，运筹学是“把科学的方法、技术和工具应用到一个系统的各种管理问题上，为掌管系统的人们提供最佳的解决问题的办法。”^①一般认为，运筹学研究

①由于运筹学仍在发展，迄今为止，还没有一个公认的运筹学定义。英国曼彻斯特大学的布莱克特教授(P.M.S.Blackett)，曾于1941年把运筹学解释成为“行动的科学分析”(Scientific Analysis of Operations)，这可认为是最早的关于运筹学的描述。英国运筹学会给出的定义是：“运筹学是把科学方法应用于工业、商业、民政和国防方面，以指导和处理有关人、机、物、财的大系统中所发生的各种复杂问题，……目的是帮助主管人员科学地决定方针和行动。”美国运筹学会给出的定义是：“运筹学所研究的，通常是在必须分配稀少资源条件下，科学地决定如何最佳设计和运营人-机系统。”

的对象是经济活动与军事活动中能用数量来表示的有关运用、筹划与管理等方面的问题。我们在这里所讲的运筹学,则是以经济活动方面(主要是工业生产经营方面)的问题以及解决这类问题的原理和方法作为研究的对象。运筹学的任务,就是在现有条件下,根据问题的要求,对问题中的种种错综复杂的数量关系进行分析研究,并归结为一定的模型,然后运用数学的有关原理和方法,求得问题的最优解,找到最合理的工作方案,以期达到增加产量、提高工效、缩短生产周期、保证和改进产品质量、减少原材料消耗等目的。

运筹学在研究解决上述这类问题时,往往要用到较多高深的数学知识。具体地说来,运筹学使用的数学方法,主要包括线性代数、数学分析、概率论、数理统计、图论、组合分析、计算方法等等。从本质上来说,运筹学作为研究现实世界中的数量关系的学科,是数学的一个分支。

在纺织工业中,同样有着许多实际问题,例如怎样制订生产计划,怎样选择和混用原料,怎样组织多机台看管,怎样确定原材料和半制品的储备量,怎样安排设备大修理、改造、安装和建筑等工程项目的施工,这些都需要求得最优解。因此,运筹学的有关原理和方法也必然能够在纺织生产中得到应用,为我国的纺织工业现代化作出应有的贡献。

第二节 运筹学的产生和发展

人类自从诞生以来,一直都在经历着通过运筹作出决策的过程。运筹学的一些朴素思想,可以追溯到很远以前,历史上记载有很多十分巧妙的运筹事例。例如,我国战国期间,齐王和大臣田忌赛马,各有上马、中马、下马三匹,三匹马各比赛一次,每赛千金。田忌的三匹马略有逊色,处于劣势。田忌的谋士孙臆经过策划,向田忌献计,要田忌以下马对齐王的上马,以中马对齐王

的下马，以上马对齐王的中马，结果胜两局、负一局，以劣势净得千金。又如，北宋真宗年间，皇城失火，皇宫被毁，朝廷决定重建皇宫，当时急需解决“取土”、“外地材料的储运”和“处理瓦砾”等三项任务。负责修建皇宫的丁渭经过策划，决定在皇宫前的大街上挖沟取土，以解决“取土”问题；引开封附近的汴水入沟，使载运外地材料的船只直接抵达宫前，以解决“储运”问题；再把失火中损毁和修建中废弃的破瓦碎砖填沟筑路，以解决“处理瓦砾”问题，并恢复皇宫前大街的原来面目。

我国有句古语：“运筹于帷幄之中，决胜于千里之外”。这说明在军事作战中，是非常讲究运筹的。三国时期的诸葛亮，就是一位运筹大师。国外根据阿基米德在保卫叙古拉、抵抗罗马帝国侵略中的出色战绩，把阿基米德推崇为运筹学的先驱人物。

由此可见，运筹自古以来就有。但是，运筹学这一名词的提出，以及把数学方法大量引进运筹，使运筹学成为数学的一个分支，则还是近40年以来的事^①。

在第二次世界大战前不久和大战期间，英美等国都发明创造了一些新式武器，雷达就是其中的一例。但是，武器的有效使用却落后于武器的制造。在战争期间，如何最有效地使用各种武器是一个极其迫切的课题。为此，英国首先在空军部门成立了防空运筹小组，小组成员有数学家、物理学家、天体物理学家、生理学家和军事官员等多人，其任务是探讨如何能够有效地运用英国的一支力量有限的空军，来抵抗敌人的空袭和对付敌人的潜艇。随后，由于军运繁忙，从而提出了怎样能够最有效地运用和发掘

^①在运筹学这一名词出现以前，已有一部分人致力于把数学方法引进企业管理。例如：1915年，哈里斯（F.W.Harris）推导出物资储备的简单经济批量公式；1917年，爱尔朗（A.K.Erlang）研究了电话系统的排队论问题；1922年，劳滕施特劳赫（W.Rautenstranch）提出了用损益平衡图来表述的成本-产量-利润分析法；1924年，休哈特（W.Shewhart）给出了第一张质量控制图，即 $\bar{X}-\sigma$ 的控制图；1931年，利昂节夫（W.Leontief）设计出了投入产出表。

运输潜力的问题，由于军火武器的质量要求很高，制造任务紧迫，从而提出了怎样能够最迅速、最可靠地检验产品质量的问题。接着，英国的陆、海军部门，澳大利亚和美国的军事部门，也都先后成立了运筹研究小组。这些运筹小组在大战期间做了大量工作，取得了出色的成绩，为运筹学的发展积累了丰富的材料。这方面的典型事例，有雷达的布置、高射炮火力的控制、护航舰队的大小、深水炸弹、早期警报设施以及对敌方潜艇的侦察等。下面的商船护航问题只是其中的一例。在北大西洋战役中，英国运筹小组分析了1941~1942年英国商船在北大西洋遭到德国潜艇袭击的有关资料以后，得出了如下的结论：在一定范围内，商船被击沉的船只数 k 与商船船队本身的规模无关（参看表0-1），与敌人潜艇的只数近似地成正比（参看表0-2），与护航

表0-1 商船被击沉只数与船队规模的关系

商船船队	范围(只数)	15~24	25~34	35~44	45~54
规模	平均(只数)	20	30	40	50
航行次数		8	11	13	7
商船被击沉平均只数 k		5	6	6	5
护航舰艇平均只数 c		7	7	6	7
敌人潜艇平均只数 n		7	5	6	5

表0-2 商船被击沉只数与敌人潜艇只数的关系

敌人潜艇	范围	1	2~5	6~9	10~15
只数	平均	1	3.6	7	14
航行次数		29	32	22	5
商船被击沉平均只数 k		0.9	3	4	6
护航舰艇平均只数 c		6	7	7	8
kc/n		5.4	5.8	4.0	3.4

表0-3 商船被击沉只数与护航舰艇只数的关系

护航舰艇	范围	1~3	4~8	7~9	10~12	13~15
只 数	平均(c)	2	5	8	11	14
航行次数		6	42	25	13	2
商船被击沉平均只数 k		4.5	3.4	3.0	1.1	2.0
敌人潜艇平均只数 n		3	4	4	2	10
$\frac{kc}{n}$		3.0	4.2	6.0	6.0	2.8

舰艇的只数近似地成反比（参看表0-3）。

与此同时，运筹小组也研究了德国潜艇被击沉的资料，并得出如下的结论：敌人潜艇被击沉的只数与潜艇本身的只数近似地成正比，与船队护航舰艇的只数近似地成正比。

若令 k 为商船平均击沉只数， c 为护航舰艇平均只数， n 为敌人潜艇平均只数， l 为敌人潜艇被击沉的平均只数，则近似地有关系式

$$\frac{kc}{n} \cong 5 \quad \frac{l}{nc} \cong \frac{1}{100}$$

合并而有

$$\frac{l}{k} \cong \frac{c^2}{500}$$

$\frac{l}{k}$ 称为交换系数，它与护航舰艇的只数近似地有平方关系。

这一系数越大，对盟方越为有利，对纳粹德国越为不利。

根据上述资料的研究结论，盟军决定扩大商船船队规模，并相应地增加护航舰艇的只数。实施以后，取得了较预期更好的效果。由于交换率对纳粹德国不利，迫使纳粹德国潜艇退出了北大西洋海域，海运因而完全畅通。战后，这件事被看作是北大西洋

战役中的一个转折。

第二次世界大战结束以后，曾经从事运筹工作的专家把注意力转向到了民用问题，探讨运筹学在国民经济各个部门中的应用，取得了良好的效果。四十年代下半期，一些科学家致力于研究运筹学的基础理论，寻找各种分析和解决管理问题的新方法。随着运筹学理论的迅速发展，运筹学的内容越来越丰富，因而出现了越来越细的分工，产生了许多新的分支。仅就规划论而言，除线性规划、非线性规划外，还出现了整数规划、动态规划、随机参数规划等等。运筹学的应用范围十分广泛，所处理的问题的复杂性也大为增加。在研究解决这些大型复杂问题的过程中，借助于电子计算机的计算能力，运筹学发挥了巨大的作用，取得了一系列的成就。现在，在能源、预测、金融、销售、资源管理、生产计划、成本核算与分析、物资存储、厂址选择与布局、作业排序、可靠性、设备维修与更新、城市公共服务、保健与医疗、教育、交通运输、武器研制、旅游、航天技术等各个方面，都充满着运筹学的丰硕成果。因此，运筹学已发展成为一门新颖的学科。

七十年代以来，运筹学在国际上逐渐被应用于大系统工程的运行控制和对未来世界的预测。

近来，国外有人把运筹学的发展过程分为三个阶段：第一阶段是在1946年以前，运筹学主要用于军事；第二阶段是在1947年至六十年代上半期，运筹学主要用于工厂企业管理，并在理论上趋于成熟；第三阶段是从六十年代下半期开始，其主要特征是，研究的系统由小而大，逐渐和系统分析结合；在时间上由短而长，逐渐和未来学结合；研究的因素由技术性转向非技术性，逐渐和社会科学结合。

在我国，运筹学的研究与应用虽然起步较晚，但还是有进展的。1956年，中国科学院力学研究所开始建立运筹学教研组。1958年，我国产生了具有独创风格的“图上作业法”。1965年、

1970年，在著名数学家华罗庚教授的直接指导下，在全国范围内推广统筹法和优选法，取得了卓著的成效。党的十一届三中全会以来，随着全国工作着重点的转移，运筹学正为四个现代化作贡献而蓬勃发展起来。

第三节 运筹学的主要分支

运筹学主要包括以下一些分支：规划论，排队论，存储论，更新论，决策论，对策论，图论和网络计划技术，模拟论。下面对这些分支作一些简略的介绍。

一、规划论

规划论是运筹学中发展最快的一个分支。它研究的问题是，对于某项确定的任务，要求能够用最少的人力、物力去完成，或者对于给定的人力、物力，要求能够最大限度地发挥其作用，从而能够完成更多的任务。

规划论可以大致分为线性规划、整数规划、非线性规划和动态规划。

线性规划的应用范围很广。为了说清楚这个名词的概念，让我们先来举一个实际例子。

已知七种原棉的单唛品质指标、单唛棉结杂质粒数和单位成本数据如下所示：

原棉品种	1	2	3	4	5	6	7
品质指标	2831	2751	2851	2652	1814	2497	2294
棉杂粒数	86	64	98	90	106	61	107
单位成本(元/担)	155.69	155.69	147.59	147.59	139.50	139.50	131.41

如果这七种原棉在混棉中所占的比重分别为 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ ，则应有

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^7 x_j = 1 \\ x_j \geq 0 \quad (j=1, 2, \dots, 7) \end{cases}$$

在其它各种生产条件相同的情况下，混用后的成纱品质指标和棉结杂质粒数可以近似地按照线性模型估计。如果现在要求成纱的品质指标 ≥ 2400 ，棉结杂质粒数 ≤ 100 ，问应如何确定混棉成分，使成纱质量达到上述要求，并使原棉成本有最小值？

这一问题的数学表达式为求解 $x_j (j=1, 2, \dots, 7)$ ，使以下条件得到满足：

$$\begin{cases} 2381x_1 + 2751x_2 + 2851x_3 + 2652x_4 + 1814x_5 + \\ 86x_1 + 64x_2 + 98x_3 + 90x_4 + 106x_5 + \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + \\ x_j \geq 0 \quad (j=1, 2, \dots, 7) \\ + 2497x_6 + 2294x_7 \geq 2400 \\ + 61x_6 + 107x_7 \leq 100 \\ + x_6 + x_7 = 1 \end{cases}$$

并使 $f = 155.69x_1 + 155.69x_2 + 147.59x_3 + 147.59x_4 + 139.50x_5 + 139.50x_6 + 131.41x_7$ 有最小值。

上述的条件称为约束条件， f 称为目标函数。

在第一章第六节中，我们将给出这一问题的具体解答，其答案是：

$$x_3 = 0.147 \quad x_6 = 0.123 \quad x_7 = 0.73$$

$$x_1 = x_2 = x_4 = x_5 = 0 \quad f = 134.78$$

上述例子中的约束条件和目标函数的各个关系式都是一次型的，亦即是线性的。约束条件表达了各个变量之间的关系或受到的限制，目标函数表达了实际的工作效果。这种效果可以是成本、工作小时、生产周期、原材料消耗等，它们以越小越好，也可以是利润、劳动生产率、总产量、优等品率等，它们以越大越好。一般地说，当约束条件是一次方程式或一次不等式，目标函

数是一次式，以及变量 $x_1, x_2, \dots$ 可取任意实数时，求这类问题的最优解的数学工具称为线性规划。

有时，问题中的变量只能取整数，例如大型机床的台数，工程项目的个数，都只能取整数；有时，变量甚至只能取0或1两个数，例如用0表示不执行某项任务，用1表示执行某项任务。一般地说，当变量 $x_1, x_2, \dots$ 中的部分或全部必须取整数时，求这类问题的最优解的数学工具称为整数规划。

当约束条件或目标函数的形式是非线性时，求这类问题的最优解的数学工具称为非线性规划。

当问题可以分为若干个阶段，每个阶段又有多种决策可供选择时，求这类问题的最优解的数学工具称为动态规划。例如，从A地出发到 B_1, B_2, B_3 各地所需的时间分别为3, 5, 4小时，均记在图0-1的箭头 $\overrightarrow{AB_1}, \overrightarrow{AB_2}, \overrightarrow{AB_3}$ 之上；从 B_1, B_2, B_3 各地到 C_1, C_2, C_3 ，随后又到 $D_1, D_2, D_3, E_1, E_2, F$ 各地所需的小时数，亦均记在下图的相应箭头之上。

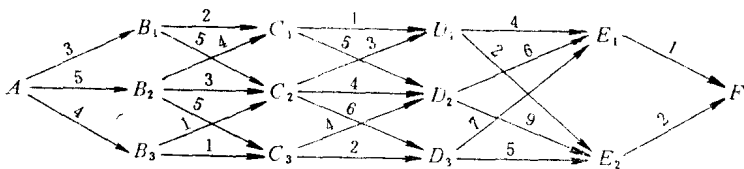


图0-1 动态规划图例

现在要问：从A地出发到F地应采取怎样的路线，才可使总的 时间有最小值（答案是 $A \rightarrow B_1 \rightarrow C_1 \rightarrow D_1 \rightarrow E_2 \rightarrow F$ ，共需10小时）？这是一个多级决策的问题，属于动态规划的范畴。

二、排队论

在多机台看管中，工人需要逐一地去处理各台机器上发生的事情，这些事情象是在排着队等待处理；在飞机到达机场时，如

果跑道正被使用，飞机就不得不在空中盘旋，象是在排着队等待降落；在港口，由于停靠码头可同时容纳的船只数是有限的，有时船只也不得不在港外抛锚等待，象是在排着队等待进入港口。这类排着队等待服务的事例，在社会生活中也是常见的，例如排队看医生，排队买车票等等。研究处理这类问题的数学工具就是排队论。

一般说来，排队问题有两个基本特征：一个特征是问题的随机性。例如，在多机台看管中机器等待处理的台数，在机场上空等待降落的飞机架数，在港口外等待进入港口的船只数，一般都是随机变数。另一个特征是问题中存在着利益的对立性。例如，在纺织生产的多机台看管中，机台看管得多，劳动效率就高，但机台等待处理的台数会增多，等待的时间会延长，利用率会降低；反之，机台看管得少，机台的平均生产效率就高，但劳动效率会降低。排队论的任务，就是要找到一个从总体效果上来看最为合理的方案。

三、存储论

在工业生产中，不论是原料、半制品还是成品，都有一个需要确定存储量的问题。存储量过多，会造成资金积压，占用生产面积过多，物品易于损耗等；存储量过少，会造成供应紧张，甚至生产脱节等。存储论研究的基本问题，就是如何确定合理的存储量以及相应的购货日期、生产周期和生产批量，以保证供应，同时使总的费用支出保持最小值。

四、更新论

在生产过程中，各种设备和器材不断地、反复地处在使用和维修之中，随着时间的推移，维修费用将会增加，生产效率将会降低，生产成本将会提高。如果采用新的设备、器材来更新，则得花上一笔投资费用。全面地分析权衡这两方面的得失，找到一个最佳方案，以确定设备、器材在怎样的条件下应该更新和怎样更新，这是更新论所要研究解决的问题。