

92.2.1/18

# 结构稳定计算原理

〔苏〕 A. H. 拉耶夫斯基著

赵超燮 袁耀明 译

---

高等教育出版社

# 結構穩定計算原理

〔苏〕 A. H. 拉耶夫斯基著

赵超燮 袁耀明 译

江苏工业学院图书馆  
藏书章

高等数学出版社

本书系根据苏联国立高等学校书籍出版社(Государственное издательство «Высшая школа»)1962年出版的 А. Н. 拉耶夫斯基(А. Н. Раевский)著“结构稳定计算原理”(Основы расчета сооружений на устойчивость)译出。

本书除讲述杆件体系(刚架、组合柱和拱)稳定计算的一般概念及计算原理外,着重讲述稳定的实用计算方法。比较详细地介绍了如何确定常用建筑结构中压杆和压弯杆件的计算长度(或长细比)和承载能力,同时还举了不少用精确法和近似法计算稳定的实例。

本书可作为高等工业学校土建类专业师生的教学参考书,也可供其他有关工程技术人員参考。

## 结构稳定计算原理

[苏] А. Н. 拉耶夫斯基著

赵超燮 袁耀明 译

北京市书刊出版业营业登记证出字第119号

高等教育出版社出版(北京景山东街)

人民教育印刷厂印装

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

统一书号K15010·1167 开本 850×1168  $\frac{1}{32}$  印张 4  $\frac{1}{16}$

字数 98,000 印数 0,001—6,700 定价(7) 0.50

1965年8月第1版 1965年8月北京第1次印刷

## 序

目前，所有的建筑結構都按計算极限状态的方法根据計算荷載<sup>①</sup>进行計算。建筑法規(СН И II)規定了三种极限状态，当結構达到极限状态时，就不能滿足使用的要求。

第一种极限状态是指結構在强度、稳定或材料的耐久性方面丧失了承載能力的状态。这时結構失去了抵抗外来作用的能力，或者产生过大的不能容許的残余变形。

第二种极限状态是指結構由于靜力荷載或动力荷載所产生的过大变形的状态。这时結構虽然有足够的强度和稳定，但在結構中出現能破坏結構正常使用的可逆变形或振动。

第三种极限状态是指裂縫的形成或开展的状态。这时結構失去了所需要的防水性和抗腐蝕性等，不能允許繼續使用。第三种极限状态仅对鋼筋混凝土和磚石結構才有意义，以后在研究这些結構时再詳細討論。

結構按第一种极限状态的强度計算，在一般結構力学課程和工程結構課程中都有詳細的研究，并在这些課程的教科书中作了較為廣泛的闡述。結構的稳定計算是一个比較复杂的問題，但是在供高等建筑工程学校学生使用的結構力学教科书中，這個問題一直沒有得到充分的闡述。

大家知道，在計算結構的压杆和压弯杆件的計算公式里，都包含有与所研究杆件的長細比有关的系数。在教科书中，一般只进行各种体系(結構)的临界荷載的計算，几乎都不注意結構中各个

---

<sup>①</sup> 在按第二、三种极限状态进行計算时在大多数情况下采用标准荷載，即不乘超載系数——譯者注。

杆件的計算长度和长細比的計算。这給大学生，特别是函授学生研究結構力学的这一十分重要的部分，带来困难。即使对于从事各种結構計算的工程設計人員来讲，对这个問題同样也感到有一定的困难。

在这本教学参考书中，准备簡短地叙述一下結構稳定的計算原理，其內容大致符合高等建筑工程学校結構力学教学大綱对这一部分的要求。但是有些問題，例如多层多跨剛架稳定的近似計算方法以及剛架在彈塑性阶段的稳定問題，在本书中則讲述得較為广泛一些。这时认为讀者已經熟悉了下述的問題：如杆件体系强度計算的基本方法、代数方程組的解法和行列式的展开。

“結構稳定計算原理”这本书是供学生在学完“材料力学”后学习的，在材料力学中已經討論了各种端部連接的单个压杆在彈性极限內外的稳定問題<sup>[11],[12]</sup>。但是在本书讲述直接积分法时 (§5)，以两端鉸接的单个压杆的稳定問題(欧拉問題)作为第一个例題。

在第一章里叙述了有压杆和压弯杆件的結構稳定的一般概念。介紹了現行建筑法規<sup>①</sup>的压杆和压弯杆件稳定的实用計算方法，以及确定这些杆件計算长度和长細比的一般公式。另外，闡述了結構临界状态和临界荷載的概念，并提出有压杆和压弯杆件的結構的計算步驟。

在第二章里研究了杆件和杆件体系稳定的靜力計算法。詳細地讲述了位移法，因为这种方法是剛架和剛性节点桁架稳定計算的一个基本的和最方便的方法。书中还列出了計算压杆支座反力的輔助表格，以及对剛架稳定作精确和近似計算用的專門函数表。

另外，在这一章里还研究了杆件和剛架在彈性极限外的稳定，并提出了这些剛架的計算步驟。

① 本书是指 1954 年的苏联建筑法規及相应的规范，而苏联的現行建筑法規是 1962 年頒布的——譯者注。

第三章讲述能量法及其在剛架和組合柱的稳定近似計算中的应用。詳細研究了有斜綫条和橫綫板的組合柱。在这一章里还提出了解单个压杆稳定問題的变分法概念。

在第四章里研究了拱的稳定。在这一章里只詳細討論圓拱在靜水压力下临界荷載的計算，并敘述了确定任意拱的临界荷載的一般方法，以及計算圓拱和拋物綫拱的計算长度的公式。

本书主要讲述如何进行各种杆件体系稳定的实用計算，如何計算体系中压杆和压弯杆件的計算长度（或长細比）和承載能力；还列举了不少用精确法和近似法計算杆件和杆件体系的例題。

在編写本书的过程中，列宁格勒建筑工程学院結構力学教研組技术科学副博士 А. С. 洛比科夫 (А. С. Лобиков) 副教授和俄罗斯苏維埃联邦社会主义共和国功勋科学家、技术科学博士 Н. И. 別祖霍夫 (Н. И. Безухов) 教授都曾提出了許多宝貴意見，作者特向他們表示衷心的感謝。

著 者

# 目 录

|                                |     |
|--------------------------------|-----|
| 序                              | v   |
| 第一章 压杆和压弯杆件结构稳定的一般概念           | 1   |
| § 1 结构中压杆和压弯杆件稳定的实用算法          | 1   |
| § 2 丧失稳定的基本形式·结构临界状态和临界荷载的概念   | 5   |
| § 3 压杆和压弯杆件结构的计算步骤             | 11  |
| § 4 结构稳定计算的基本假设和特点             | 14  |
| 第二章 杆件和杆件体系稳定计算的静力法            | 19  |
| § 5 杆件弯曲轴綫微分方程的直接积分法           | 19  |
| § 6 压杆的计算(换算)长度及其长細比的概念        | 21  |
| § 7 杆件体系稳定的计算实例                | 24  |
| § 8 位移(变形)法·稳定典型方程             | 27  |
| § 9 由单位位移引起的压杆反力的求法            | 29  |
| § 10 方程组(2.25)的解               | 33  |
| § 11 用位移法计算刚架稳定的实例             | 36  |
| § 12 阶梯柱刚架稳定的计算                | 40  |
| § 13 节点无侧移的多层刚架柱的稳定            | 45  |
| § 14 单跨对称刚架稳定计算的简化             | 48  |
| § 15 多层多跨刚架稳定的近似算法             | 55  |
| § 16 多层多跨刚架稳定的近似计算实例           | 61  |
| § 17 杆件和刚架在弹性极限外的稳定            | 68  |
| § 18 刚架在弹性极限外稳定的计算步骤·简单刚架的计算实例 | 76  |
| 第三章 能量法·組合柱的稳定                 | 82  |
| § 19 弹性体系平衡的能量原理·外功和内功的计算      | 82  |
| § 20 用能量法计算杆件和杆件体系稳定的实例        | 87  |
| § 21 綫条式組合柱的稳定                 | 90  |
| § 22 綫板式組合柱的稳定(图 47, a)        | 96  |
| § 23 組合柱丧失局部稳定的形式              | 100 |
| § 24 单杆稳定問題的变分解法               | 102 |
| 第四章 拱的稳定                       | 108 |
| § 25 一般概念                      | 108 |
| § 26 等截面圓拱在静水压力下的稳定            | 109 |
| § 27 抛物綫拱的稳定                   | 112 |
| § 28 用替代刚架法计算任意拱的临界荷载          | 114 |
| § 29 軸心受压拱和压弯拱计算长度的求法          | 117 |
| 附录                             | 121 |
| 参考文献                           | 131 |

# 第一章 压杆和压弯杆件結構 稳定的一般概念

## § 1. 結構中压杆和压弯杆件稳定的实用計算法

在結構力学課程的第一部分和第二部分中研究了結構强度計算的各种方法。但是,正如工程結構設計实践所指出,在很多情况下为了判断結構的可靠性,仅作强度計算是不够的,特别是由柔性压杆和压弯杆件所組成的結構更是如此。通常确定这种結構承载能力的决定因素是整个結構或其个别杆件的丧失稳定的可能性<sup>①</sup>。

按照建筑法規<sup>[1]</sup>,結構的压杆和压弯杆件既要进行强度計算,也要进行稳定計算。这时,結構的第一种极限状态的稳定計算公式,在一般情况下可写成

$$P_{\text{計算}} \leq P_{\text{稳定, 极限}}, \quad (1.1)$$

式中:  $P_{\text{計算}}$ ——全部作用在結構上的各种荷載在最不利組合时的計算荷載;

$P_{\text{稳定, 极限}}$ ——整个結構或結構的个别杆件按稳定条件所确定的結構最小承载能力。

对于用同一种材料(金屬、木材)做成的軸心受压杆件,条件式(1.1)可写成

$$\sigma_{\text{計算}} = \frac{N_{\text{計算}}}{F_{\text{毛}}} \leq m\varphi R, \quad (1.2)$$

式中:  $N_{\text{計算}}$ ——杆件的計算纵向力;

---

① 丧失稳定是工程实践中很多重大事故产生的原因<sup>[34]、[26]</sup>。

$F_{\text{毛}}$ ——杆件的毛截面面积;

$m$ ——工作条件系数;

$R$ ——材料的受压计算强度;

$\varphi$ ——纵向弯曲系数, 决定于材料的种类和所研究杆件的长细比(表 1)

$$\lambda = \frac{l_0}{\rho}, \quad (1.3)$$

式中:  $\rho$ ——杆件截面在可能丧失稳定方向的惯性半径;

$l_0$ ——杆件的计算(换算)长度。

在一般情况下,  $l_0$  值可按式计算<sup>①</sup>:

$$l_0 = \pi \sqrt{\frac{B}{N_{\text{临}}}}, \quad (1.4)$$

式中:  $N_{\text{临}}$ ——该杆件中纵向力的临界值;

$B$ ——在丧失稳定平面内杆件截面的抗弯刚度。

理论上轴心受压杆件的系数  $\varphi$  仅仅按下面比值来确定:

$$\frac{N_{\text{临}}}{N_{\text{极限}}} = \frac{\sigma_{\text{临}}}{R_{\text{标准}}} = \varphi_1, \quad (1.5)$$

式中:  $R_{\text{标准}}$ ——材料的标准强度(钢取屈服点  $\sigma_{\text{屈服}}$ 、木材取强度极限  $\sigma_{\text{极限}}$ );

$\sigma_{\text{临}}$ ——临界应力, 取决于所用材料的种类(用弹性模量  $E$  来表示)和长细比  $\lambda$ 。

实际上, 计算时未考虑的偶然因素(纵向力作用点的偏心, 杆件的初曲率等)会大大地影响  $\sigma_{\text{临}}$  的数值。对于长细比较小的杆件, 其  $\sigma_{\text{临}}$  接近于  $R_{\text{标准}}$ , 偶然因素对杆件承载能力(即对  $\sigma_{\text{临}}$ )的影响不大, 因此可取  $\varphi \approx \varphi_1$ 。在长细比较大的情况下, 偶然因素的危险性增大了, 因此要合理减小这种杆件的承载能力, 即在公式(1.2)

① 这个公式是按压杆在弹性阶段( $B=EJ$ )工作的情况推导出来的, 见下面 §6。

中取  $\varphi < \varphi_1$ 。在建筑法规中编制系数  $\varphi$  表(表 1)时,已考虑了这种情况。其中对于 СТ. 3 号钢( $E^{\text{标准}} = \sigma_{\text{屈服}} = 2400 \text{ kg/cm}^2$ ;  $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ ), 当  $\lambda = 120$  时, 按表 1 查得  $\varphi = 0.45$ ; 而按公式(1.5)求得的  $\varphi_1 = 0.60$ 。

表 1 軸心受压杆件的纵向弯曲系数  $\varphi$  值

| $\lambda = \frac{l_0}{\rho}$ | 鋼              |              |      | 鑄 铁                                          | 木材          | 鋼 筋  | 鋁 合 金 |       |
|------------------------------|----------------|--------------|------|----------------------------------------------|-------------|------|-------|-------|
|                              | СТ. 2<br>СТ. 3 | СТ. 5<br>НЛ1 | НЛ2  | СЧ-12-28<br>СЧ-15-32<br>СЧ-18-36<br>СЧ-21-40 | (与树种<br>无关) | 混凝土  | АВ-Т1 | Д16-Т |
| 0                            | 1.00           | 1.00         | 1.00 | 1.00                                         | 1.00        | 1.00 | 1.00  | 1.00  |
| 10                           | 0.99           | 0.98         | 0.98 | 0.97                                         | 0.99        | 1.00 | 0.99  | 0.99  |
| 20                           | 0.97           | 0.95         | 0.95 | 0.91                                         | 0.97        | 1.00 | 0.99  | 0.99  |
| 30                           | 0.95           | 0.93         | 0.93 | 0.81                                         | 0.92        | 1.00 | 0.90  | 0.83  |
| 40                           | 0.92           | 0.90         | 0.90 | 0.69                                         | 0.87        | 1.00 | 0.78  | 0.70  |
| 50                           | 0.89           | 0.84         | 0.83 | 0.57                                         | 0.80        | 1.00 | 0.66  | 0.56  |
| 60                           | 0.86           | 0.80         | 0.78 | 0.44                                         | 0.71        | 0.82 | 0.55  | 0.45  |
| 70                           | 0.81           | 0.74         | 0.71 | 0.34                                         | 0.61        | 0.72 | 0.46  | 0.35  |
| 80                           | 0.75           | 0.66         | 0.63 | 0.26                                         | 0.49        | 0.64 | 0.38  | 0.27  |
| 90                           | 0.69           | 0.59         | 0.54 | 0.20                                         | 0.38        | 0.57 | 0.31  | 0.21  |
| 100                          | 0.60           | 0.50         | 0.45 | 0.16                                         | 0.31        | 0.52 | 0.25  | 0.17  |
| 110                          | 0.52           | 0.43         | 0.39 | —                                            | 0.26        | —    | 0.21  | 0.14  |
| 120                          | 0.45           | 0.38         | 0.33 | —                                            | 0.22        | —    | 0.17  | 0.12  |
| 130                          | 0.40           | 0.32         | 0.29 | —                                            | 0.18        | —    | 0.15  | 0.10  |
| 140                          | 0.36           | 0.28         | 0.25 | —                                            | 0.16        | —    | 0.13  | 0.09  |
| 150                          | 0.32           | 0.27         | 0.23 | —                                            | 0.14        | —    | 0.11  | 0.07  |
| 160                          | 0.29           | 0.24         | 0.21 | —                                            | 0.12        | —    | —     | —     |
| 170                          | 0.26           | 0.21         | 0.19 | —                                            | 0.11        | —    | —     | —     |
| 180                          | 0.23           | 0.19         | 0.17 | —                                            | 0.10        | —    | —     | —     |
| 190                          | 0.21           | 0.17         | 0.15 | —                                            | —           | —    | —     | —     |
| 200                          | 0.19           | 0.15         | 0.13 | —                                            | —           | —    | —     | —     |

注: 鋁合金的系数  $\varphi$  值摘自 Т. Н. 莫拉契夫斯基 (Т. Н. Морачевский) 的著作[30, 表14]。

計算磚石和鋼筋磚石結構、混凝土和鋼筋混凝土結構时, 条件式(1.1)应改写成內力的形式。对于鋼筋混凝土軸心受压杆件, 这

个条件式可写成([2]的标准符号)

$$N_{\text{计算}} \leq m\varphi(R_{\text{柱柱}}F_{\text{混}} + m_{\text{偏}}R_{\text{偏}}F_{\text{混}}). \quad (1.6)$$

从上述公式可以看到, 结构压杆的稳定计算归结为确定杆件纵向力的临界值, 然后利用公式(1.4)和(1.3)确定压杆的计算长度和长细比。知道了长细比  $\lambda$  和杆件的材料, 可从表 1 查得系数  $\varphi$ , 然后用条件式(1.2)或(1.6)进行验算。

这些条件式左端的  $N_{\text{计算}}$  是所研究杆件的计算纵向力。由此可见, 在按条件式(1.2)或(1.6)验算结构的各个杆件以前, 必须根据计算荷载的作用进行杆件的一般静力计算。大家知道, 这种计算就是要画出内力  $M$ 、 $Q$  和  $N$  图<sup>[7]、[8]</sup>。

对于结构中的偏心受压杆件和压弯杆件, 条件式(1.1)可写成

$$N_{\text{计算}} \leq N_{\text{稳定极限}}, \quad (1.7)$$

式中:  $N_{\text{稳定极限}}$ ——按稳定条件确定的杆件最小承载能力。

对于钢结构杆件,  $N_{\text{稳定极限}}$  值用下式表示(钢结构设计标准及技术规范 H 11 TY 121-55 第 48 条):

$$N_{\text{稳定极限}} = m\varphi_{\text{偏}}R_{\text{毛}}, \quad (1.8)$$

式中:  $\varphi_{\text{偏}} = \frac{\sigma_{\text{柱}}}{\sigma_{\text{屈服}}}$ ——偏心受压杆件承载能力的降低系数, 它取决

于杆件的长细比  $\lambda$  和计算相对偏心距  $e_1$  以及横截面的形状。在钢结构设计标准及技术规范中列出了根据  $\lambda$  和  $e_1$  来确定  $\varphi_{\text{偏}}$  的表。按照规范,  $e_1$  值等于:

$$e_1 = \eta \left[ \left( e + \frac{l}{1000} \right) \frac{F_{\text{毛}}}{W_{\text{毛}}} + 0.05 \right], \quad (1.9)$$

式中:  $\eta$ ——截面形状影响系数, 而  $e$ ——弯曲平面内纵向力的计算偏心距:

$$e = \frac{M}{N}. \quad (1.10)$$

式中, 对于悬臂梁和刚架体系中的等截面柱, 取  $M = M_{\max}$ ; 对于铰接杆件,  $M$  取杆长中间三分之一范围内的最大弯矩。

公式(1.9)考虑了不可避免的初偏心距, 它等于

$$e_0 = \frac{l}{1000} + 0.05 \frac{W'_{\text{毛}}}{F_{\text{毛}}}. \quad (1.9a)$$

在公式(1.9)和(1.9a)中,  $W'_{\text{毛}}$  为最大受压纤维的截面抵抗矩。在确定钢筋混凝土的偏心受压和压弯杆件的承载能力  $N_{\text{稳定}}$  时, 若长细比  $\lambda \geq 35$ , 则考虑杆件的长细比时应将纵向力的偏心距  $e$  乘以系数  $\theta$  (混凝土和钢筋混凝土设计标准及技术规范 НН ТУ 123-55 第 103 条):

$$\theta = \frac{1}{1 - \frac{N}{m 4800 R_{\text{сг}} F} \lambda^2}, \quad (1.11)$$

式中:  $\lambda = \frac{l_0}{\rho}$  —— 杆件在弯曲平面内的长细比;

$N$  —— 杆件的纵向力值。

在工程结构课程中对各种杆件(受弯、受压、偏心受压、压弯)承载能力的计算都有详细的研究, 因此这里对这个問題不作仔细研究。各种结构的计算主要限于求压杆和压弯杆件的计算长度  $l_0$  和长细比  $\lambda$  值。

下面将证明, 杆件的计算长度取决于结构的几何图形、计算荷载的加载简图以及结构丧失稳定的形式。

## § 2. 丧失稳定的基本形式 · 结构临界状态 和临界荷载的概念

大家知道, 弹性体系在外力作用下会发生弹性变形。并且, 杆件或杆件体系上外力的每一种加载简图, 通常有其相应的特殊的

变形(平衡)形式。但是,当外力达到某一数值时,体系的变形(平衡)形式可能变为不稳定的,也就是说,在外力达到这个数值时,体系可能丧失原来的变形形式的稳定。通常丧失稳定的概念是对变形来讲的,但它总是和破坏外力与内力之间的平衡相联系。由此可见,在弹性体系中,外力与内力的平衡可能是稳定的,也可能是不稳定的。这两种平衡状态之间的交界状况叫做体系的临界状态。

如果平衡是稳定的,那末,由于某种偶然因素而稍微偏离这一平衡位置的体系,在该因素消除后,会重新恢复到原来的位置。如果平衡是不稳定的,那末体系在产生偏移后,就不会恢复到原来的位置;这时,即使没有任何附加作用,也会继续发生偏移。体系在临界平衡状态时,在发生偏移后,仍停留在偏移后的位置上。

在工程实践中,可能有两种丧失稳定的类型。

丧失第一类稳定的特征是,当荷载逐渐增加时,结构原有的变形形式破坏了,并出现与以前完全不同的发展很快的新的变形形式。下面就是几个这种情况的破坏形式:

- 1) 丧失轴心受压的稳定;
- 2) 丧失对称变形形式的稳定;
- 3) 丧失平面弯曲形式的稳定。

凡能使结构产生新的变形形式的最小荷载值,叫做该结构(单个杆件或整个杆件体系)的临界荷载。结构丧失原有变形形式的稳定的状态叫做第一类临界状态。

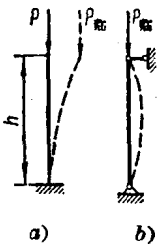


图 1

现在举几个丧失第一类稳定的例子。轴心受压柱丧失稳定是这种现象中最简单的例子(图 1, a, b)。如果荷载小于临界值,则柱仍然是直的,并且仅轴心受压。这种直线平衡形式

是稳定的。如果使这根柱离开直线平衡形式，则柱开始摇摆，并由于内阻力而使柱重新回到直线的平衡状态。当荷载  $P$  逐渐增加时，直线平衡形式就变成不稳定的。就是说，当荷载  $P$  到达某一值时，微小的碰撞就能使柱发生新的变形形式，即弯曲变形。这个荷载值就是所研究的柱的临界荷载。当  $P = P_{\text{临}}$  时，柱的直线平衡形式是不稳定的，而曲线形式是稳定的。在荷载超过临界值不大时，弯曲变形以及由于弯曲而在柱内所产生的应力，将很快地增长，并能引起柱的破坏。

当  $P < P_{\text{临}}$  时，节点承载的刚架柱（图 2, a）仅轴心受压。当  $P = P_{\text{临}}$  时，该刚架丧失稳定的现象可以用各杆的弯曲来描述。

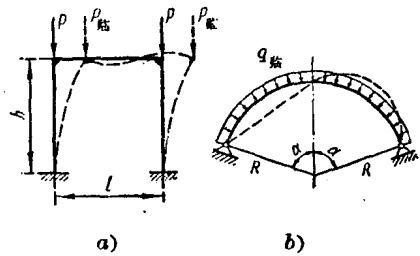


图 2

在静水压力作用下的圆拱（图 2, b）是处于轴心受压的状态。但是当荷载到达某一值  $q = q_{\text{临}}$  时，这种变形形式就变成不稳定的了，可能出现一种新的变形形式——沿某一类似波浪形的曲线弯曲。

图 3 中画出的是对称刚架丧失对称变形形式稳定的例子。该刚架丧失稳定的现象，将用全部或部分地破坏变形的对称来描述。

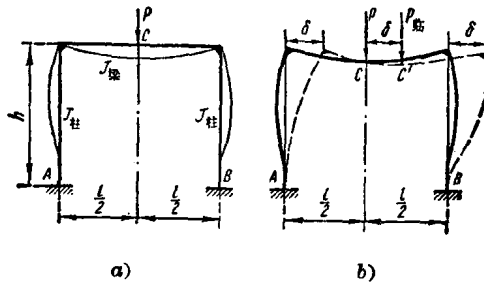


图 3

当荷载  $P$  作用在对称平面内时(图 4), 在丧失稳定以前, 工字梁只会在荷载作用平面内发生弯曲。但是, 当荷载到达某一值  $P=P_{\text{临}}$  时, 这种变形形式就成为不稳定的, 可能出现一种新的变形形式——在垂直方向弯曲和扭转。

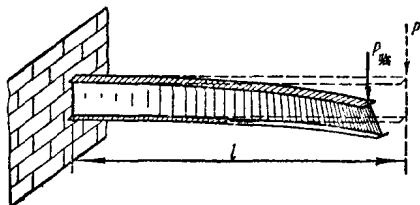


图 4

从以上的例子可以看到, 丧失第一类稳定经常与结构变形形式的质变相联系, 这种现象是带有瞬时性的。

丧失第二类稳定的特征是原来的变形大大地发展, 而不出现新的变形形式。这种现象可用在中间铰  $C$  处作用有荷载  $P$  的三铰拱的例子来解释(图 5, a)。当荷载  $P$  值不大时, 铰  $C$  的挠度  $f_c$  也不大。当荷载  $P$  逐渐增大时, 拱将发生弯曲, 铰  $C$  逐渐下降。这时内力与外力  $P$  之间仍保持平衡。但是, 可能到达这样的时刻: 即不增加荷载  $P$ , 挠度  $f_c$  也会逐渐增加, 甚至在减小  $P$  时挠度  $f_c$  也能增加。这时,  $f_c$  与  $P$  之间的关系可用图 5, b 的曲线来表示。

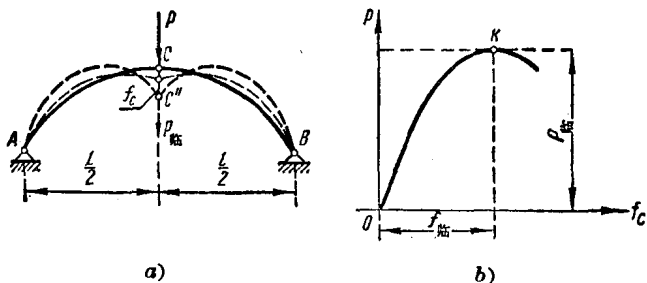


图 5

荷载  $P$  不增加而挠度  $f_0$  开始继续增加的最小荷载也叫做临界荷载。当临界荷载时, 也就是当  $P = P_{\text{临}}$  时, 内力与外荷载  $P$  之间的平衡就变为不稳定的; 而在  $P > P_{\text{临}}$  时, 根本不可能再保持平衡。平衡状态的破坏是因为随着荷载的增加, 拱产生了过大的变形和拱轴外形(结构形状)改变, 从而使拱的受弯能力(体系的抗力)减小。在计算拱截面的内力和位移, 特别是计算挠度  $f_0$  时, 必须考虑结构形状的改变。这种现象叫做丧失第二类稳定或丧失结构的承载能力。这时, 结构的变形(图 5, a)总是朝着一个方向发展, 并且变形不产生质的变化。

丧失第二类稳定既可能发生在弹性极限内, 也可能发生在弹性极限外。正如 Н. В. 科尔诺乌霍夫(Н. В. Корноухов)教授所指出的(参见文献[14]第 10 页), 在弹性极限外丧失第二类稳定, 是所有由弹塑性材料作成的偏心受压和压弯杆件结构所不可避免的現象。

无论是研究第一类或第二类稳定现象时(§ 4), 都必须考虑杆件因荷载作用而引起的变形对内力和位移的影响。换句话说, 结构的稳定计算必须根据其变形状态来进行。

今举第二个例子来说明如何丧失第二类稳定。现有一个在横梁上承受对称荷载的  $\Pi$  型对称刚架(图 6, a)。我们研究, 在横梁

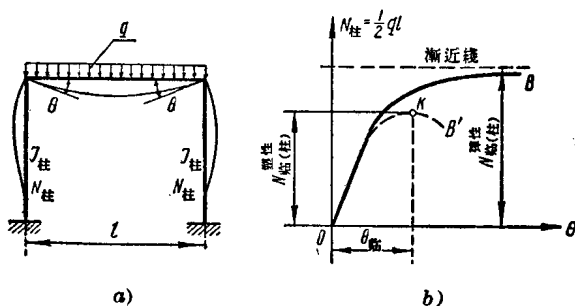


图 6

上增加荷载(即增加柱的纵向力  $N_{柱}$ )时, 这个刚架的变形(以刚架的节点转角  $\theta$  来表示)将发生怎样的变化。

首先假定刚架的杆件用弹性材料作成。在这种情况下,  $N_{柱}$  和按刚架变形图所算出的  $\theta$  之间的关系, 可在图上(图 6, b)用实曲线  $OB$  来表示。从这个图可以看出, 随着  $N_{柱}$  接近于某一值(用  $N_{柱(柱)}^{弹性}$  表示), 刚架节点的转角  $\theta$  和相应的挠度将无限地增长; 而当  $N_{柱} = N_{柱(柱)}^{弹性}$  时, 理论上将变为无限大。这种情形与拱类似, 也可以认为丧失第二类稳定。  $N_{柱(柱)}^{弹性}$  值可以叫做刚架在弹性阶段内丧失第二类稳定的临界力。

在图 6, b 中, 虚线  $OKB'$  表示刚架杆件用塑性材料做成时,  $N_{柱}$  与  $\theta$  之间的关系<sup>[27]</sup>。在这种情况下,  $\theta$  值同样可根据刚架变形图算出, 但是要考虑刚架杆件中塑性变形的发展。考虑这些因素, 就使得  $N_{柱}$  到达某一值时, 刚架节点的转角  $\theta$  将在外荷载减小时继续增加, 这就标志着丧失第二类稳定(图 6, b)<sup>①</sup>。表示在图 6, b 中柱的纵向力值  $N_{柱(柱)}^{塑性}$  就是整个刚架的临界力。显然  $N_{柱(柱)}^{塑性} < N_{柱(柱)}^{弹性}$ 。

丧失第二类稳定的现象较丧失第一类稳定复杂, 同时对这类稳定问题研究得也较少。这类问题研究得较全面的是偏心受压钢杆<sup>[19], [22], [23]和[27]</sup>。在材料力学课程<sup>[12]</sup>中讲述了最简单的情况, 这就是在杆件两端偏心距相同的铰接偏心受压杆件问题。

偏心受压杆件稳定的研究成果为公式(1.8)奠定了基础, 这就是钢结构规范中规定计算偏心受压和压弯杆件承载能力的公式。在这个公式中,  $\varphi_{\square}$  是考虑杆件的长细比  $\lambda$ 、纵向力的相对偏心距  $e_1$  和杆件截面的形状(系数  $\eta$ ), 以及沿截面塑性变形发展的系数。在一般结构力学课程中, 所研究的结构考虑材料塑性时, 按第一种极

① 原书误为图 5, b——译者注。