

可靠性模型 与应用

蒋仁言 左明健 著

机械工业出版社

TB114.3
4420

可靠性模型与应用

蒋仁言 左明健 著



机械工业出版社

本书着重介绍了可靠性模型的分类和应用,与可靠性建模有关的基本概念、基本函数和基本方法。并介绍与可靠性有关的其他模型,如系统可靠性模型、加速寿命试验模型、可靠性运行决策模型等,还简单介绍了多状态可靠性理论。另外,本书还提供了大量的实例分析。

本书可供有关领域的工程技术人员、管理人员,及高等院校有关专业的师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

可靠性模型与应用/蒋仁言,左明健著 —北京:机械工业出版社,1999.2

ISBN 7-111-06887-4

I. 可… II. ①蒋… ②左… III. 可靠性—数学模型
IV. TB114.3

中国版本图书馆CIP数据核字(98)第29278号

出 版 人:马九荣(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

责任编辑:沈 红 版式设计:张世琴 责任校对:罗凤书

封面设计:姚 毅 责任印制:路 琳

北京市密云县印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

1999年2月第1版第1次印刷

850mm×1168mm¹/₃₂·8.75印张·227千字

0 001—3 000 册

定价:19.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

前 言

自本世纪 50 年代以来,可靠性理论及应用得到了蓬勃发展。至今它已渗透到数学、物理科学、社会科学、生命科学、材料科学,以及工程技术的各个领域,并越来越受到人们的重视。

可靠性模型属于可靠性理论的基础部分,除包括概率与统计领域早已广泛应用的模型外,近年来涌现了大量的新模型。我们注意到,在国内比较详尽、全面及系统地介绍可靠性模型的书籍尚不多,这就是我们撰写本书的最初动机。

可靠性模型中最主要的是寿命分布模型,它也是本书的重点。基于模型的形成方法,我们对寿命分布模型加以科学分类,并分别论述。我们相信,这种尝试将有益于读者更好地理解模型,并开发新的模型。

我们希望本书能为读者提供有用的信息,为此兼顾到下面几点。

(1) 鉴于可靠性模型广泛地用于失效数据分析和建模,而这涉及到大量的统计分析。所幸已有大量的计算机软件进入市场可供使用,为此我们专门设一节介绍有关这方面的软件。同时,我们重点介绍和例证了 EXCEL 在统计分析和生成各种图形方面的应用。

(2) 除了可靠性寿命分布模型外,根据产品从设计、试验到投入运行这样一个时间顺序,我们介绍了一些与之相关的模型,我们相信,其中有些模型对于国内读者来说是新颖的。考虑到篇幅,我们不准对这类模型予以详尽的讨论。为了弥补这一不足,在本书最后将列出有代表性的参考文献供有兴趣的读者作进一步的参考。

(3) 我们希望本书在一定程度上能作为一本实用手册供读者

使用。因此，我们并不把重点放在数学理论方面，而是放在模型产生的工程背景及实际应用上，为此本书提供了大量的应用实例，结合实例；有关的统计问题与数学问题将穿插其中。

可靠性模型在不同的背景下可以看作统计模型、随机模型等。它们在商业、制造、工程、质量控制、医学与生命科学、管理科学的各个层次，以及在物理科学的各个领域获得广泛应用。本书的读者包括上述各学科领域中的工程技术人员、管理人员、研究人员、高等学校有关专业的教师、本科学生和研究生。

阅读本书的读者应该具备高等数学、概率论与数理统计的知识，阅读某些章节还应具备线性代数和离散数学等方面的知识。

全书共分为 3 个部分。

第一部分提供阅读本书的预备知识。它包括开始的两章，分别介绍可靠性模型的分类和应用，与可靠性建模有关的基本概念、基本函数和基本方法。

第二部分涉及寿命分布模型。按模型的形成方法分类，包括在第 3~7 章中。

第三部分涉及与可靠性有关的其它模型。根据产品的整个寿命过程的时间顺序，首先在第 8 章介绍与系统设计有关的模型——系统可靠性模型；然后在第 9 章介绍与试验有关的模型——加速寿命试验模型；最后在第 10 章涉及到与运行有关的模型——可靠性运行决策模型。传统可靠性理论建立在元件或系统处在工作与失效两种状态的假设之上，近年来，多状态可靠性理论得到了迅速发展和应用。第 11 章对此作了一个简短的介绍。

本书第 1~7 章由蒋仁言博士撰写，第 8~11 章由左明健博士撰写。

我们感谢长沙交通学院和香港城市大学在本书写作和出版上给予的支持；感谢交通部跨世纪学科带头人培养基金会和香港大学基金会的支持。感谢中科院应用数学研究所的程侃教授在评审本书写作提纲时提出了不少建设性的建议，这些建议有助于提高本书的质量。我们感谢苏汉元和张利军老师打印了本书的手稿，

及感谢苏汉元和肖新华老师对本书清样进行校对；感谢机械工业出版社为本书出版提供便利。最后，感谢我们的家人在我们写作过程中对我们的理解和巨大的支持。

作 者

1998 年 6 月

目 录

前言

第1章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 可靠性基本概念和基本函数	1
1.3 可靠性模型概述	6
1.4 可靠性模型的应用	10
第2章 寿命分布模型的建模过程	13
2.1 引言	13
2.2 统计建模过程	14
2.3 失效数据	17
2.4 数据的初步分析	19
2.5 模型选择	33
2.6 模型参数估计	46
2.7 模型检验	54
2.8 蒙特卡诺模拟	58
2.9 统计软件简介	65
第3章 简单统计分布	67
3.1 引言	67
3.2 离散模型	67
3.3 几个常见的简单模型	72
3.4 其它连续分布函数	82
第4章 派生的分布模型	95
4.1 引言	95
4.2 变量代换法	95
4.3 截短的模型	109

4.4	由修改或一般化形成的类模型	111
4.5	由随机化基本模型的参数派生的模型	115
第5章	由两个或多个简单模型组成的模型	117
5.1	引言	117
5.2	混合模型	119
5.3	竞争风险模型	131
5.4	两重威布尔并联模型	141
第6章	两重和三重威布尔分段模型	149
6.1	引言	149
6.2	6个威布尔分段模型的定义	150
6.3	模型的WPP图的特征及图形参数估计方法	154
6.4	应用实例	165
6.5	密度函数的形状类型	173
6.6	失效率函数的形状类型	176
第7章	浴盆曲线模型	180
7.1	引言	180
7.2	和形式的浴盆曲线模型	181
7.3	积形式的浴盆曲线模型	183
7.4	由右截短产生的浴盆曲线模型	187
7.5	分段浴盆曲线模型	194
7.6	变量代换模型	195
第8章	系统可靠性模型	198
8.1	可靠性框图	198
8.2	串联模型	199
8.3	并联模型	201
8.4	串-并联、并-串联及串-并联混合模型	204
8.5	旁联模型	206
8.6	k/n 模型	209
8.7	连续 k/n 模型	211
8.8	二维连续 k/n 模型或连续 $(r, s)/(m, n)$ 模型	212
8.9	其它具有独立元件的可靠性模型	213

8.10 分担负载模型	216
第9章 加速寿命试验模型	219
9.1 加速寿命试验	219
9.2 加速寿命试验的设计	221
9.3 统计加速模型	223
9.4 寿命与加速负载的关系模型	227
第10章 可靠性运行决策模型	232
10.1 简单维修决策模型	232
10.2 维修方式	235
10.3 几个维修模型	236
10.4 定龄更换模型	239
10.5 最小维修优化模型	240
10.6 维修与备件的关系	243
10.7 周期性检测模型	244
第11章 多态系统模型	246
11.1 开路/短路双失效模式的多态系统模型	247
11.2 离散多态系统	249
11.3 连续多态模型	257
参考文献	258

第 1 章 绪 论

1.1 引言

所有的物理系统和生物系统随着时间或使用而性能退化并最终失效。到失效前的时间是不确定的，可靠性理论即研究这样的不可靠系统。

可靠性理论基础始建于本世纪 30 年代初。最初，它运用统计方法于工业产品的质量控制中。二次大战期间，许多复杂系统，如航空电子设备、通信系统以及武器系统，暴露出低下的可靠性水平。随后，于五六十年代着手实施各类太空研究计划。这些成了推动可靠性学科的兴起和发展的主要动力。如今，可靠性学科已渗透到各个工业部门，可靠性已成为产品质量指标和产品竞争力的重要标志。

可靠性学科现已形成了很多分支，在每一分支中，可靠性模型都扮演了重要角色。本书介绍多种可靠性模型及其在实际中的应用。以寿命分布模型为主，也兼顾其它模型。这样，既有重点，又保持了相对的完整性。

本章作为全书的绪论，下面将依次介绍可靠性基本概念和基本函数；可靠性模型的类型；可靠性模型的应用。

1.2 可靠性基本概念和基本函数

1.2.1 可靠性的定义

可靠性一直被定义为：单元在给定条件和给定的时间内完成规定功能的概率。国际标准化组织（ISO 8402）的定义略有不同：单元在给定的环境和运行条件下和在给定的时间内完成规定功能的能力。

这两种定义应该说是大同小异的。需要指出的是“单元”一词是指作为一个整体来考虑的对象，它既可以是一个元件或者一个子系统，也可以是一个系统。其次，“时间”一词也应从广义的角度去理解，比如车辆的行驶里程，零件受到的应力循环次数等。

1.2.2 4个可靠性基本函数

令 T 是单元到失效的时间，它是一个随机变量。根据可靠性的定义，事件 $\{T > t\}$ 的概率是单元在时刻 t 时的可靠性。换言之，它是单元在 $(0, t)$ 内不发生失效的概率。设 $R(t)$ 是可靠性函数（或叫幸存函数），则有：

$$R(t) = P\{T > t\} \quad (1-1)$$

这里， P 表示概率，事件 $\{T \leq t\}$ 是事件 $\{T > t\}$ 的补，它的概率常常被称作累积分布函数，用 $F(t)$ 来表示，则我们有：

$$F(t) = P\{T \leq t\} = 1 - R(t) \quad (1-2)$$

其物理意义是单元在时间间隔 $(0, t)$ 内失效的概率。另一个可靠性基本函数是概率密度函数，常记为 $f(t)$ ，它被定义为

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt} \quad (1-3)$$

其物理意义是在时间间隔 $(t, t + dt)$ 内的单位时间内发生失效的概率。

已知一个单元在时刻 t 是工作的，它在时间间隔 $(t, t + dt)$ 内的单位时间内发生失效的概率称为单元在时刻 t 的失效率（或风险率），通常计作为 $r(t)$ （或 $h(t)$ ），我们有：

$$r(t) = \frac{P\{t < T \leq t + dt | T > t\}}{dt} = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (1-4)$$

例 1.1 设单元失效时间 T 的分布函数是 $F(t) = 1 - e^{-0.5t^{2.5}}$ ，则

$$R(t) = e^{-0.5t^{2.5}}$$

$$f(t) = 1.25t^{1.5}e^{-0.5t^{2.5}}$$

$$r(t) = 1.25t^{1.5}$$

图 1-1 显示了这 4 个可靠性基本函数的图形。

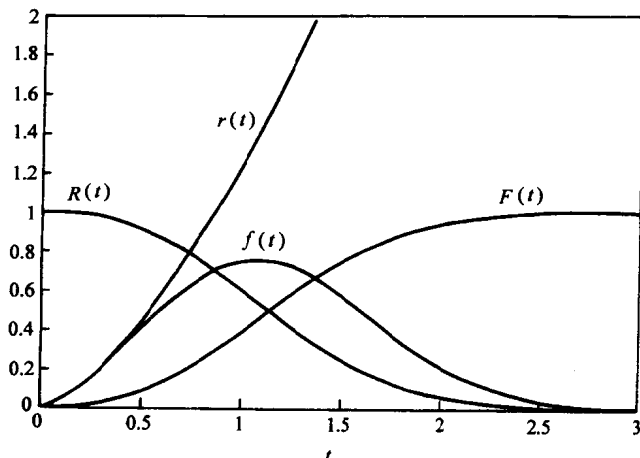


图 1-1 4 个可靠性基本函数的图形

1.2.3 4 个基本函数之间的关系

前面我们定义了 4 个可靠性基本函数。实际上，我们只要知道其中的任何一个就可以导出其它 3 个函数的表达式。上一小节我们介绍了从 $F(t)$ 或者 $R(t)$ 导出其余函数的过程，下面介绍如何从 $f(t)$ 和 $r(t)$ 导出其余函数。

1. 已知 $f(t)$ ，求其它函数。

从式 (1-3) 得：

$$F(t) = \int_0^t f(t) dt \quad (1-5)$$

$$R(t) = \int_t^\infty f(t) dt \quad (1-6)$$

从式 (1-4) 得：

$$r(t) = \frac{f(t)}{\int_t^\infty f(t) dt} \quad (1-7)$$

2. 已知 $r(t)$ ，求其它函数。

从式 (1-4) 和式 (1-3) 得：

$$r(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{-dR(t)/dt}{R(t)} \quad (1-8)$$

对上式求积分并整理得：

$$R(t) = \exp\left[-\int_0^t r(t)dt\right] \quad (1-9)$$

由此容易求得其余两个函数的表达式：

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\int_0^t r(t)dt\right] \quad (1-10)$$

$$f(t) = r(t)\exp\left[-\int_0^t r(t)dt\right] \quad (1-11)$$

1.2.4 失效率图形

失效率函数的形状往往能揭示某种失效机理或者对应于某一特定的使用阶段，因而受到特别的注意。

人们按传统认为产品的失效率遵循如图 1-2 所示的浴盆曲线。一般地，浴盆曲线由 3 部分组成。在左边的部分，它是减的；

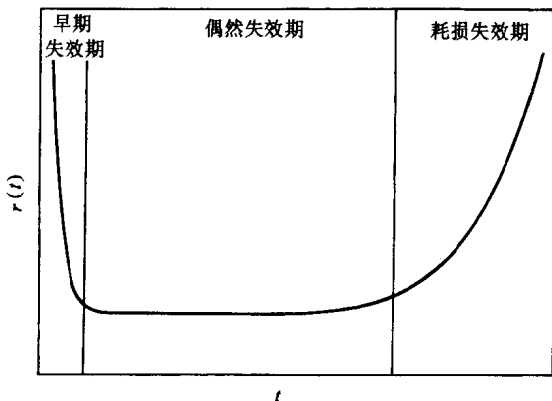


图 1-2 浴盆曲线

在中间的部分，它接近于一个常数；而在右边部分，它是增的。在产品使用的早期，由于加工和装配过程中留下的内部缺陷，产品的失效率往往较高。通常在产品出厂之前，进行老化筛选试验，可将早期失效消除。当产品经历了早期失效期之后，失效率

稳定在一个较低的水平, 接近一个常数, 这个时期的失效往往由于随机的原因所引起, 称之为偶然失效, 或正常工作期。对应于这个时期的使用时间称为使用寿命。产品在经历了一个比较稳定的失效率的时期之后, 由于零部件老化、耗损等原因, 失效率开始增加。如果此时对产品进行维修, 则可以扼制失效率上升的趋势, 延长产品的使用寿命。

自 80 年代以来, 不断有人报道^{[124]、[125]、[126]} 半导体器件和电子产品的失效率并不遵循传统的浴盆曲线, 而呈现一种交替地增减的形状, 即所谓的“滚轮(Roller Coaster)曲线”(见图 1-3)。Wong^[126] 比较详细地讨论了为什么会有滚轮形状的失效率的种种可能原因。

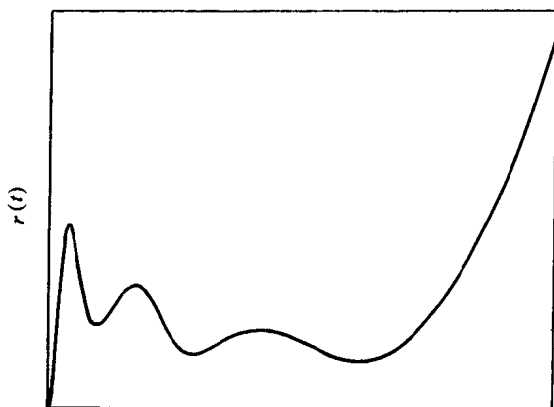


图 1-3 滚轮曲线

1.2.5 寿命均值、寿命方差与剩余寿命

单元失效的平均时间是随机变量 T 的数学期望, 用式(1-12)计算:

$$E(t) = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (1-12)$$

为了测度寿命分布的离散程度, 引入寿命方差 $V(t)$, 如式(1-13)所示:

$$V(t) = \int_0^{\infty} [t - E(t)]^2 f(t) dt = \int_0^{\infty} t^2 f(t) dt - E^2(t) \quad (1-13)$$

定义标准差 σ 如式 (1-14):

$$\sigma = \sqrt{V(t)} \quad (1-14)$$

这样, $E(t)$ 和 σ , 前者表示寿命分布的平均大小, 后者表示寿命分布的离散程度。

产品可靠性特性的另一个测度是平均剩余寿命 (Mean Residual Life)。当一个产品到时刻 t 时尚未失效, 剩余的寿命 ($T-t$) 是一个随机变量, 它的数学期望即为平均剩余寿命, 计作 $L(t)$, 我们有式 (1-15):

$$L(t) = E[T - t | T \geq t] = \left[\frac{1}{R(t)} \int_t^{\infty} t f(t) dt \right] - t \quad (1-15)$$

1.3 可靠性模型概述

可靠性模型是系统 (或元件) 失效特征的数学描述, 它被用来进行系统设计、试验、运行和维修的分析和优化。可靠性模型的种类繁多, 用途各异, 在不同的应用背景下, 能有不同的分类。从建模方法看, 有所谓的“黑箱”方法和“白箱”方法。从建模的对象来看, 可分为建模失效时间的模型和建模一段时间内的失效次数的模型。从系统的状态个数来分, 又有所谓的双状态可靠性模型和多状态可靠性模型。下面我们分别加以讨论。

1.3.1 “黑箱”方法和“白箱”方法

“黑箱”方法建模就是不顾系统失效的物理机理以及组成元件的失效与系统失效之间的逻辑关系, 而是采用一个恰当的或拟合一个经验的失效分布函数 $F(t)$, 对失效特性作出概率描述。这类模型一般地可以分为两个大类, 即参数模型和非参数 (含半参数) 模型。

所谓参数模型是具有固定形式的统计分布函数。建立这样的

模型需要利用失效数据估计出分布中的模型参数。可靠性模型中的绝大多数属于这类模型。如对数正态分布、威布尔分布等。这种模型在应用上必须假设样本总体服从某种特定的分布，并要对模型进行假设检验。

非参数模型分为两种，一种是所谓的半参数模型，另一种是所谓的无参数模型。半参数模型，例如比例风险模型、加速寿命模型等除了包含有失效时间这一随机变量外，还包含有影响寿命的一些非随机变量（协变量），因此，又称为多变量模型。这类模型常出现在寿命试验的场合，将在第 10 章专门予以讨论。无参数模型并不拟合任何形式的解析表达式。它完全基于数据建立失效时间的经验分布函数，这些将在第 2 章加以介绍。

我们从两个层次来说明“白箱”方法建模的问题，一个是元件级建模问题，一个是系统级建模问题。

1. 元件级建模

元件级建模主要依赖于基本失效物理机理并涉及较为复杂的关于随机过程的知识。下面通过一个简单的例子加以说明。

设一个元件遭受随机冲击，每遭受一次冲击则引起一定的随机损伤量，当总的累积损伤超过某一临界值时，元件失效。在这样的情况下，求其可靠性函数。

假定随机冲击遵循一个密度为 λ 的泊松过程，第 i 次冲击引起的损伤为 X_i ， $i=1, 2, \dots$ ， X_i 是随机变量，计其累积分布函数为 $G(X)$ 。令 $Y(t)$ 是在时刻 t 时的累积损伤， γ 是临界值。当 $Y(t) \geq \gamma$ 时，元件失效。元件的可靠性如式 (1-16)：

$$R(t) = P\{Y(t) \leq \gamma\} = \sum_{k=0}^{\infty} [(\lambda t)^k \exp(-\lambda t) / k!] G^{(k)}(X) \quad (1-16)$$

这里 $G^{(k)}(X)$ 是 $G(X)$ 的 k 重卷积。有关这方面更详细的讨论可以参考文献 [7]。

2. 系统级建模

系统级建模是先从组成系统的元件建模开始，然后建立起元

件与系统之间的功能及逻辑关系，以元件的可靠性来表达系统的可靠性。例如，一个系统是由 n 个独立的元件在功能上串联而成的。 $R_i(t)$ 是第 i 个元件的可靠性。 $R(t)$ 是系统的可靠性，则系统的可靠性可由其组成元件的可靠性表示为：

$$R(t) = R_1(t)R_2(t) \cdots R_n(t) \quad (1-17)$$

这样一类可靠性模型称为系统可靠性模型，我们将在第 8 章中进一步讨论。

1.3.2 失效时间建模与失效次数建模

1. 失效时间建模

在很多情况下，可靠性数据是取失效时间的，对这类数据建模最好是用在时间区间 $(0, \infty)$ 内的连续分布模型中，也就是前一小节中所介绍的黑箱模型，对于黑箱模型中的参数模型，根据其形成机理，我们将其分为下面 7 个类别。

类别 I：简单模型或标准模型，比如正态分布、威布尔分布、伽马（或 Γ ）分布等。值得指出的是：一般地，统计学上定义在 $(-\infty, \infty)$ 内的分布不宜作为可靠性寿命分布。然而在某些条件下或经过某种特别处理后可以成为可靠性寿命模型。属于这一类别的模型将在第 3 章中详细介绍。

类别 II：截短的标准模型。这类模型是经过对标准模型在时间域内的截短处理而变换来的。设 $F(t)$ 是一个定义在 $(-\infty, \infty)$ 或 $(0, \infty)$ 内的标准模型，而 $F_t(t)$ 是一个对应于 $F(t)$ 的截短模型， $F_t(t)$ 定义在时间区间 (a, b) ($0 \leq a < b \leq \infty$)，我们有：

$$F_t(t) = \frac{F(t) - F(a)}{F(b) - F(a)} \quad (1-18)$$

当 a 大于原定义域的下界，而 b 等于原定义域的上界时，截短模型被称为左截短的；

当 a 等于原定义域的下界，而 b 小于原定义域的上界时，截短模型被称为右截短的；

当 a 大于原定义域的下界，而 b 小于原定义域的上界时，