

高等学校教学用书

重力选矿原理

李贤国 张荣曾 编

煤炭工业出版社

PDF

高等学校教学用书

重力选矿原理

李贤国 张荣曾 编

煤炭工业出版社

727845

(京) 新登字042号

内 容 提 要

本书系统介绍国内外重力选矿理论的发展现状和研究方向, 论述颗粒和介质的性质, 以及颗粒在普通介质中和在斜面水流中的运动规律; 阐述并分析水力分级、重介质分选、跳汰分选和薄层流分选过程中颗粒分离的一般原理和物理基础, 并进行了简要的评述。书中列举了有关特征参数的计算方法, 必要的试验资料和图表。最后, 阐述了重选效果的评定。

本书可作为煤炭、金属和非金属矿高校选矿专业本科学生的教学用书, 也可供科研、设计和生产方面的选矿工程技术人员参考。

高等学校教学用书

重 力 选 矿 原 理

李贤国 张荣曾 编

责任编辑: 黄 维

煤炭工业出版社 出版

(北京安定门外和平里北街21号)

煤炭工业出版社印刷厂 印刷

新华书店北京发行所 发行

开本787×1092mm¹/₁₆ 印张12¹/₄

字数294千字 印数1—3,635

1992年4月第1版 1992年4月第1次印刷

ISBN 7-5020-0612-5/TD·562

书号 3386

定价 3.30元

前 言

半个世纪以来，尤其在近20年，重力选矿已经有了长足进展，特别是在分选设备和工艺方面。

重力选矿过程是非常复杂的。尽管如此，人们还是在重力选矿理论研究方面做了大量工作，取得了一些具有重要意义的成果，并且仍在深入研究和探索。本书正是在此基础上完成的。

根据1987年煤炭高等学校教材工作会议精神和选矿专业教学计划基本要求，制订了本书编写大纲。本书着重阐述几种主要重力选矿过程的一般原理和物理基础，以及某些研究成果。对于重力选矿设备和工艺、各种分选方法、试验操作、以及有关公式演绎的详细过程，可以查阅本书所列参考文献。

在编写过程中，得到了中国统配煤矿总公司教育局教编室和编辑黄维老师的大力支持，正是由于这种支持和她的辛勤劳动，本书方得以问世。此外，许多老师、好友和同事提供了宝贵的文献资料。在此，我们一并表示衷心地感谢。

本书由李贤国（第一、四、五、六、七、八、九章）和张荣曾（第二、三章）编写，并由李贤国统一整理和修改。

由于编者时间和水平所限，书中缺点和错误在所难免，恳请读者批评指正。

目 录

第一章 重力选矿过程及其分析基础	1
第一节 重力选矿及其发展简况	1
第二节 重力选矿过程分析基础	2
第二章 颗粒和介质的性质	10
第一节 颗粒和介质的物理性质	10
第二节 颗粒的粒度分布	16
第三节 颗粒的密度组成	25
第三章 颗粒在介质中的运动	32
第一节 颗粒运动的阻力	32
第二节 颗粒在介质中的自由沉降	34
第三节 颗粒在介质中的干扰沉降	43
第四章 颗粒在斜面水流中的运动	51
第一节 斜面水流流动特性	51
第二节 单个颗粒在斜面水流中的运动	57
第三节 粒群在斜面水流中的运动	60
第四节 细颗粒流动的松散理论	66
第五章 水力分级	69
第一节 概述	69
第二节 水平流分级	70
第三节 垂直流分级	74
第四节 混合式分级	79
第五节 水力旋流器	80
第六节 矿浆浓缩	89
第六章 重介质分选	97
第一节 概述	97
第二节 重悬浮液的性质	100
第三节 矿粒在重悬浮液中的运动	118
第七章 跳汰分选	125
第一节 概述	125
第二节 跳汰过程中床层的松散	127
第三节 跳汰分层机理	132
第四节 人工床层	144
第五节 跳汰工作参数	147
第八章 几种薄层流分选	151
第一节 摇床选矿	151
第二节 螺旋选矿机分选	161
第三节 离心选矿机分选	168

第九章 重力分选效果的评定	173
第一节 产品产率的计算	173
第二节 分配曲线	177
第三节 分选效率	188
参考文献	192

第一章 重力选矿过程及其分析基础

第一节 重力选矿及其发展简况

一、重力选矿过程概述

矿粒在外力作用下以密度差别为主要依据的分选方法称为重力选矿，通常是一连续过程。

重力选矿是在介质中进行的。重力选矿过程中作用于矿粒上的力有：重力、水动力（液流对矿粒的作用力）、设备界面（机壁、底、格板等）的反作用力以及矿粒之间的作用力。重力选矿理论主要研究不同物理性质的矿粒（通称颗粒）在外力作用下的运动特征（速度、加速度、位移、方向性）及其结果。

重力是基本作用力，由重力加速度 g 来确定。在具体条件下，重力加速度值可视为常数。

水流对矿粒的作用，主要表现在水流的速度、加速度和水流旋涡的作用。在摇动或者摆动作用下，水流对颗粒层产生剪切作用；在回转流中，水流使颗粒在三维空间中朝不同的方向运动，从而使颗粒松散、分层和分带（如螺旋选矿机），或者形成不同方向的矿流（如水力旋流器）。

颗粒间的相互作用表现为：当颗粒间距发生变化时，流体对颗粒绕流的水动力条件的变化，以及颗粒间直接接触（碰撞和摩擦）的变化。当矿粒粒度足够细小时（小于 $20 \sim 30 \mu\text{m}$ ），矿粒间将产生电的作用力。

在任何重力选矿过程中，矿粒除按密度、粒度和形状分选外，都存在着搅动作用。搅动是由下列因素造成的：液流的循环运动，液流速度沿设备断面分布的不均匀性，以及紊流脉动和矿粒的相互碰撞。

重力选矿过程是一种物理性质不断变化的粒群运动过程，群体性和“无序”搅动的存在，可将重力分选视为在重力场和水动力作用下矿粒运动的“准扩散”过程。

在所有重选设备中，矿粒都是在悬浮的松散颗粒层中分离的。换言之，矿粒是在介质（液或气）流作用下，在悬浮状态分离的。在重选设备中悬浮体厚度变化很大，可从几米和几十厘米（浓缩机、水力分级机、重介分选机、跳汰机）到几厘米和几毫米（摇床、溜槽、螺旋选矿机、离心选矿机等）。

根据介质类型、介质运动形式和设备结构的特点，重力选矿可分为：水力分级、重介质选矿、跳汰选矿、摇床选矿、螺旋选矿机选矿、离心机选矿以及溜槽选矿等。

二、重力选矿发展简况

重力选矿是最古老的选矿方法，自有文字记载（明宋应星《天工开物》，1637年）以来，距今已有 300 多年的历史。

重力选矿理论研究始于19世纪中叶。1851年法国人倍尔罗利特发表了“对矿物机械加工的研究、确立现用操作制度和可能操作制度的理论试验”论文，探讨了跳汰分选原理，

接着, 1867年奥地利人雷廷格 (P. R. Rittinger) 提出跳汰时颗粒在上升水流作用下, 按自由沉降速度差分离。以后门罗 (H. Monroe, 1888年) 改用在干扰沉降条件下分层。本世纪初, 里查兹等 (R. H. Richards 1929年) 根据生产经验和本身实验出版了《选矿教科书》。到本世纪40年代, 美国高登 (A. M. Gaudin, 1939年) 和苏联里亚申科 (П. В. Лященко, 1940年) 分别出版了《选矿原理》和《重力选矿方法》专著。至此, 初步建立了重力选矿理论体系。

50年代后, 随着科学技术的发展, 特别是一些新型学科的发展 (如工程流体力学, 流变学, 流态化, 计算技术, 工程数学, 最优化等), 以及现代测试技术的应用 (如同位素示踪和密度、灰分的测定, 高速摄影, 激光测速和粒度分析, 电子技术和微机等) 大大推进了重力选矿理论的研究和发展。其结果不仅使重力选矿理论日臻完善, 而且又反过来指导和推进了生产实践。例如, 根据悬浮液的流变性和矿粒在悬浮液中的运动行为研制的新型重介分选机; 根据床层松散和分层机理研制出不同水流脉动特性的各种类型跳汰机; 利用流膜分选和离心分选原理研制出的离心选矿机和各种矿泥重选设备等。

从总体看, 重力选矿理论研究大致可分为二个基本方向, 动力学方向和统计学方向。

动力学方向是研究单个颗粒, 在重力、水动力、摩擦力和碰撞力等作用下, 在介质中的运动和分层规律。据此, 可列出单个颗粒的运动方程并求解。显然, 这一方法是力图解答矿粒分选的机理问题。

概率统计学研究方向是将颗粒与介质 (水或空气) 视为一个总体 (悬浮体), 其中, 单个颗粒的运动是随机的。因而, 可以利用概率统计学方法确定矿粒在产品中的分布。该方法并不试图精确的解释矿粒在重力选矿过程中的分离机理, 它考虑的是分选过程的推动力和颗粒运动的随机性。因此, 它可以阐述重力选矿过程的运动学, 以及可能的分选结果。

上述两类研究方向, 从不同角度反映了重力选矿分层过程的实质, 均有其一定的意义。但在生产实践中, 还需要各种方法的有机配合。

此外, 选矿过程数学模型和模拟的研究, 分选效果评判、生产预测以及产品结构优化等, 也是当前重选理论研究中比较活跃的方面, 并已取得了可喜成果。

时至今日, 重力选矿已是选煤工业中最主要的分选方法 (约占原煤入选量的 85% 以上)。在选矿方面, 利用重选来分选钨、锡、金、稀有金属砂矿 (钽、铌、锆等), 并且也用来处理铁、锰矿和排出脉 (矸) 石。从重力选矿工艺的角度来看, 它可以有效的分选各种不同粒度的矿物原料。而且, 由于重力选矿处理量大、效率高、生产费用低、环境污染少, 因此, 在选矿工业中一直被优先考虑和广泛采用。

应当指出, 我国选矿界对重选理论的研究一直非常重视, 例如中国矿业大学、东北工学院、中南矿冶学院、煤炭科学研究总院唐山分院以及淮南矿业学院等均有科研人员孜孜不倦的致力于这一工作并取得了大量的研究成果。可以深信, 今后还将有更大的发展。

第二节 重力选矿过程分析基础

重力选矿是一个复杂的工艺过程。重选理论的研究主要基于重力选矿实践和借助于相关学科的发展。重力选矿过程涉及流体力学 (包括含砂水流运动)、物理化学、概率统计、量纲分析、相似理论及振动学等。不同的重选工艺, 源于不同的理论基础, 并用不同的数

学方法加以描述。

要求在一个有限的篇幅内阐述所有这些学科,是完全不可能的,也没有必要。但是,简述已经直接或间接用到、或者新近的理论研究中开始用到的一些最基本而又有普遍意义的方法,显然是有益的。本书中所用到的相关学科中的大部分概念将融于相应的各章节中介绍。

一、物料平衡与分选速率

1. 物料平衡

任何重选过程的目的都是为了得出质量合格的产品。因此,首要的问题是分析矿流分支或汇合时,各种矿物是如何分布的。这类分析计算称为物料平衡。

一般的,可以写成:

$$\text{Inp.} - \text{Outp.} = \text{Ac.} \quad (1-1)$$

式中 Inp.——输入;

Outp.——输出;

Ac.——积累。

在连续的稳态系统中,在既没有积累,也没有损失的情况下,式(1-1)可以简化为

$$\text{Inp.} = \text{Outp.} \quad (1-2)$$

物料平衡遵循物质守恒原理,可适于选矿(选煤)厂内的任何一个作业点或料流分配点,如分选作业、料流分配器等。根据式(1-2),对于两产品情况,可以写成

$$M = M_1 + M_2 \quad (1-3)$$

式中 M ——给矿量;

M_1 ——精矿量;

M_2 ——尾矿量。

或用产率表示

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 \quad (1-4)$$

质量平衡时为

$$\gamma A = \gamma_1 A_1 + \gamma_2 A_2 \quad (1-5)$$

式中 γ, A ——给矿产率及灰分, %;

γ_1, A_1 ——精矿产率及灰分, %;

γ_2, A_2 ——尾矿产率及灰分, %。

根据式(1-4)及式(1-5)可以算出产品产率及有用矿物回收率。多产品的计算可参看第九章,但多是以式(1-2)为基础的。

2. 分选速率

重力选矿过程是在重力分选机中连续进行的。这意味着任何颗粒对于作用在颗粒上的力都有一个有限的响应时间。

根据物理化学,在任何瞬间,反应(或响应)速度仅与当时该物质所存在的量有关,即

$$-\frac{dc}{dt} = kc \quad (1-6)$$

式中 c ——反应物的瞬时浓度;

t ——时间,

k ——速率常数。

式 (1-6) 为一级反应。移项并积分, 得

$$-\int_{c_0}^c \frac{dc}{c} = \int_0^t k dt \quad (1-7)$$

$$c = c_0 e^{-kt} \quad (1-8)$$

式中 c_0 ——反应开始 ($t=0$) 时的反应物浓度。

如取 $\ln c$ 对时间 t 作图, 则可得一直线, 直线斜率即为 k 。

若 y 为反应物在时间 t 消耗了的百分数, 则式 (1-8) 可变为

$$y = 1 - e^{-kt} \quad (1-9)$$

式 (1-9) 表明, y 与浓度无关。即一级反应速度与浓度成正比, 但消耗了的反应物的百分数却与浓度无关。

上述速率方程式 (1-8) 及式 (1-9) 已用于跳汰、摇床等分选过程中。但是, k 值并非常数, 且小颗粒的速率常数小于大颗粒的速率常数。因此, 分选机也只能分选粒度范围有限的物料。

有些学者认为, 颗粒加速度在分选过程中具有重要意义, 故采用二阶方程描述

$$\frac{d^2 H}{dt^2} + k_1 \frac{dH}{dt} + k_2 f(H) + k_3 = 0 \quad (1-10)$$

式中 H ——垂直位置参数,

$f(H)$ ——与 H 值有关的函数,

k_1, k_2, k_3 ——系数。

式 (1-10) 在重力选矿中应用得很少。

二、量纲分析

对某一个物理对象定量时常用到长度、质量、密度等, 这种表示不同物理特性的量, 称为不同的量纲 (也称因次)。例如, 时间的量纲为 $[T]$, 长度为 $[L]$, 速度为 $[LT^{-1}]$ 等, 简记为 $[\cdot]$ 。当用数学公式描述某一个物理规律时, 等号两端必须保持量纲的一致 (和谐), 同时也要求两端量纲的单位保持一致。因此, 量纲分析实际上是基于量纲一致的原则来分析物理量之间关系的一种方法。

在重力选矿理论中, 常把质量、长度和时间的量纲作为基本量纲, 分别记作 $[M]$ 、 $[L]$ 和 $[T]$, 其它量纲则由这些基本量纲导出。例如, 速度 v 的量纲可表示为 $[LT^{-1}]$, 加速度 a 的量纲表示为 $[LT^{-2}]$, 力 f 的量纲由牛顿第二定律 $f = ma$ 表示为 $[MLT^{-2}]$ 等等。因此, 量纲的一般表达式可以归纳为 $[X] = [L^l T^m M^n]$, $[X]$ 代表物理量 x 的量纲, 指数 l, t, m 称为幂。若 $l = t = m = 0$, 则为无量纲物理量。

由理论分析和模型试验建立的物理规律, 是有关现象各量之间的函数关系。这些有量纲的物理量的数值与度量单位制的选择有关, 而与现象的本质无关。

为进行量纲分析, 通常采用巴金汉 (E. Buckingham) 定理, 即 π 定理。其含义如下:

定理 1 设 n 个物理量 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 之间存在一个函数关系

$$\varphi = (x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (1-11)$$

其中 $x_1, x_2, \dots, x_m$ ($m < n$) 有基本量纲, 而 $x_{m+1}, \dots, x_n$ 的量纲可由基本量纲表示, 则

式 (1-11) 可表示为 $n-m$ 个无量纲量 $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-m}$ 的关系及 m 个基本量纲 $[X_1], [X_2], \dots, [X_m]$ 。 x_i 的量纲可表示为

$$\psi(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-m}) = 0 \quad (1-12)$$

定理2 设有

$$\psi(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (1-13)$$

$$[x_i] = \prod_{j=1}^m [X_j]^{\beta_{ij}} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (1-14)$$

若矩阵 $B = (\beta_{ij})_{n \times m}$ 的秩为 r , 则式 (1-13) 可表示为

$$\psi(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-r}) = 0 \quad (1-15)$$

无量纲量 π_s 为

$$\pi_s = \prod_{i=1}^n x_i^{\alpha_i^{(s)}} \quad (s=1, 2, \dots, n-r) \quad (1-16)$$

$\alpha_i^{(s)}$ 是方程组

$$B^T \alpha = 0, \quad \alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)^T \quad (1-17)$$

的基本解。

根据 π 定理 (定理 1 和 2) 量纲分析步骤一般为:

(1) 将各有关的有量纲的物理量 (变量和常量) 记做 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 。按物理意义确定各基本量纲, 记做 $[X_1], [X_2], \dots, [X_m]$ 。

(2) 设

$$\prod_{i=1}^n x_i^{\alpha_i} = \pi$$

$$[x_i] = \prod_{j=1}^m [X_j]^{\beta_{ij}}, \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

利用已有知识定出 β_{ij} 。

(3) 量纲表达式为

$$\prod_{j=1}^m [X_j]^{\sum_{i=1}^n \beta_{ij} \alpha_i} = \prod_{j=1}^m [X_j]^0$$

(4) 解线性方程组

$$\sum_{i=1}^n \beta_{ij} \alpha_i = 0 \quad (j=1, 2, \dots, m)$$

若方程组秩为 r , 则有 $n-r$ 个解,

$$\alpha^{(s)} = (\alpha_1^{(s)}, \alpha_2^{(s)}, \dots, \alpha_n^{(s)})^T$$

$$(s=1, 2, \dots, n-r)$$

于是得到 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 之间的 $n-r$ 个关系式

$$\prod_{i=1}^n x_i^{\alpha_i^{(s)}} = \pi_s \quad (s=1, 2, \dots, n-r)$$

其中 π_s 为无量纲量。

量纲分析是检验物理关系式正确性、推导某些公式和进行相似模拟实验的基础。例如雷诺数 Re , 弗劳德数 Fr , 沉降末速等均可用量纲分析方法得出。至于一些方程, 特别是经验方程, 使用量纲分析方法检验总是有益的。

三、谱量分析

在重力选矿过程中常常遇到一些周而复始的周期运动,如跳汰机内水流的脉动,摇床床面的往复运动等。其运动规律,有的符合简谐运动,有的则符合合成的简谐运动。还有一些设备造成的水流运动规律则可用谱量分析(即把图形近似的表示为傅里叶级数)的方法加以解决。

设周期函数为 $f(t)$,周期为 T ,角频率为 $\omega = 2\pi/T$,则由傅里叶级数可知, $f(t)$ 的展开式为

$$\begin{aligned} f(t) &= A_0 + A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + \dots + A_k \sin(k\omega t + \varphi_k) + \dots \\ &= A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin(k\omega t + \varphi_k) \end{aligned} \quad (1-18)$$

式中第一项 A_0 为常数;第二项 $A_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ 是与原函数 $f(t)$ 同频率的正弦波,称为一次谐波或基波分量,余下称为二次、三次谐波等。

将式(1-18)展开并整理后得

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (B_k \sin k\omega t + C_k \cos k\omega t) \quad (1-19)$$

式中 B_k, C_k ——系数。

$$B_k = A_k \cos \varphi_k$$

$$C_k = A_k \sin \varphi_k$$

当周期为 T 时,用积分法可求出式(1-19)中的系数为

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(t) d(\omega t) \quad (1-20)$$

$$B_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin k\omega t dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \sin k\omega t d(\omega t) \quad (1-21)$$

$$C_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos k\omega t dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \cos k\omega t d(\omega t) \quad (1-22)$$

$$A_k = \sqrt{B_k^2 + C_k^2} \quad (1-23)$$

$$\varphi_k = \arctg \frac{C_k}{B_k} \quad (1-24)$$

式(1-19)是一个非常有用的关系式。当 $A_0=0, C_k=0, B_k$ 为常数时,即为一般的简谐运动,可适用于普通隔膜式或活塞式跳汰机的水流运动中。当 A_0, B_k 及 C_k 均为常数时,可适用于摇床床头的运动分析。此外,还可利用该式来逼近某些新型跳汰机的周期特性。

例如,在描述复振跳汰机的水流速度波形时,可以利用方波,即当 $0 < t < \frac{T}{2}$ 时,水

速 $u(t) = u_m$; 当 $\frac{T}{2} < t < T$ 时, $u(t) = -u_m$,于是由式(1-19)求出各项系数,整理后得

$$u(t) = \frac{4u_m}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right) \quad (1-25)$$

式(1-25)为在本例条件下的傅里叶级数展开式,其图形如图1-1所示。图1-1a中的实线为基波和三次谐波构成的水流速度曲线,从图形上看这正是复振跳汰机的水流速度曲

线。当由一次、三次和五次谐波合成时，则构成图1-1 b的实线，它接近于跳汰机采用数控风阀时所造成的波形。

四、概率统计

概率论和数理统计是研究随机现象统计规律性的一门学科，广泛的应用在重力选矿理论研究中，如颗粒在跳汰床层中的运动和分布规律，轻、重产物分配，产品产率计算以及生产预测等等。

现仅简述正态分布及随机过程（主要是马尔科夫过程）。

1. 正态分布

正态分布在概率统计中有着非常重要的作用，在各种分布中居于首要地位，许多随机变量服从或近似服从正态分布。

设连续性随机变量为 X ，则其正态分布函数为

$$F(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^X e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt \quad (1-26)$$

其中 μ 和 $\sigma (\sigma > 0)$ 为参数，实际上是该随机变量的数学期望和方差。正态随机变量的分布可由 μ 和 σ 两个参数确定，故通常记为 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 。

密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (1-27)$$

当 $\mu = 0, \sigma = 1$ 时， X 服从标准正态分布，其概率密度和分布函数分别用 $\phi(x)$ 和 $\Phi(x)$ 表示时，即有

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (1-28)$$

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (1-29)$$

一般概率统计书中均有 $\Phi(x)$ 函数值表可供查用。若是非标准形式，可化成标准型。事实上在式 (1-26) 中令 $u = (t - \mu)/\sigma$ ，得

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{x-\mu}{\sigma}} e^{-\frac{u^2}{2}} du = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \quad (1-30)$$

于是

$$P\{x_1 < X \leq x_2\} = \Phi\left(\frac{x_2 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_1 - \mu}{\sigma}\right) \quad (1-31)$$

由此，便可用 $X \sim N(\mu, \sigma)$ 和式 (1-31) 查表。

显然，当 $\mu = 0, \sigma = 1$ 时

$$P\{\mu - 3\sigma < X \leq \mu + 3\sigma\} = \Phi(3) - \Phi(-3) = 0.9974$$

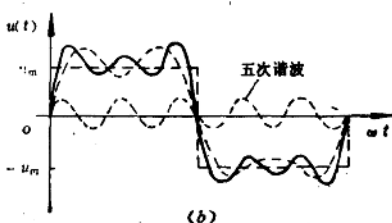
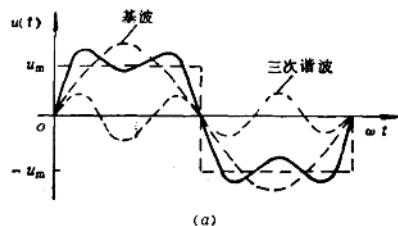


图 1-1 水流速度

a—两次叠加的谐波；b—三次叠加的谐波

也即正态随机变量的值落在区间 $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ 之间, 几乎是肯定的, 这就是通常所说的 3σ 原则。

函数 $f(x)$ 和 $F(x)$ 具有下列性质:

(1) $f(x)$ 与 $F(x)$ 处处大于零, 且有各阶连续的导数。

(2) $f(x)$ 在 $(-\infty, \mu)$ 中严格上升, 在 $x = \mu$ 处达最大值 $1/(\sigma\sqrt{2\pi})$; 在 $(\mu, +\infty)$ 中严格下降; 在 $x = \mu \pm \sigma$ 处有拐点; 横坐标轴是它在 $x \rightarrow \pm\infty$ 时的渐近线。当用 $F(x)$ 逼近重选分配曲线时, 这一性质是应引以注意的。

(3) $f(x)$ 关于 $x = \mu$ 对称, 即 $f(\mu + x) = f(\mu - x)$ 。

(4) $F(\mu - x) = 1 - F(\mu + x)$ 。

2. 随机过程

在实际工作中, 有时不仅要研究一个或几个随机变量, 而且要研究一族无限多个依赖于时间参数的随机变量。

人们称 $\{X(t), t \in T\}$ 为随机过程, 其中 T 是时间 t 的变化范围, 随机过程 $X(t)$ 是依赖于时间 t 的一族随机变量。如果取 t 为整数, 则 $\{X(t), t \in T\}$ 为随机序列。

如果时间 t 的任意 n 个数值 $t_1 < t_2 < \dots < t_n$, $n \geq 3$, 在条件 $X(t_i) = x_i, i = 1, 2, \dots, n-1$ 的情况下, $X(t_n)$ 的分布函数等于在条件 $X(t_{n-1}) = x_{n-1}$ 时 $X(t_n)$ 的分布函数, 即

$$\begin{aligned} F(x_n, t_n | x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_1, t_{n-1}, t_{n-2}, \dots, t_1) \\ = F(x_n, t_n | x_{n-1}, t_{n-1}), \quad n = 3, 4, \dots \end{aligned} \quad (1-32)$$

则称 $X(t)$ 为马尔科夫过程。

条件分布函数

$$F(x, t | x', t') = P\{X(t) \leq x | X(t') = x'\} \quad (1-33)$$

$$t > t'$$

称为马氏过程的转移概率。

如果条件概率密度 f 存在, 则式(1-32)等价于

$$\begin{aligned} f(x_n, t_n | x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_1, t_{n-1}, t_{n-2}, \dots, t_1) \\ = f(x_n, t_n | x_{n-1}, t_{n-1}), \quad n = 3, 4, \dots \end{aligned} \quad (1-34)$$

$X(t)$ 的 n 维概率密度为

$$\begin{aligned} f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, t_1, t_2, \dots, t_n) \\ = f_1(x_1, t_1) \prod_{k=1}^{n-1} f(x_{k+1}, t_{k+1} | x_k, t_k) \quad n = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (1-35)$$

$f_1(x_1, t_1)$ 表示初始分布(密度), 即马氏过程的统计特性, 由其初始分布(密度)和转移概率(密度)所确定。

状态和时间参数都是离散的马氏过程称为马氏链。设发生状态转移的时刻为 $t_1, t_2, \dots, t_n, \dots$, 在 t_n 时发生的转移称为第 n 次转移, 并假设在每一个时刻 $t_n (n = 1, 2, \dots)$, $X_n = X(t_n)$ 所能取的状态(即可能值)为 $a_1, a_2, \dots, a_N$, 则可得

$$\begin{aligned} P_{ij} = P\{X_n = a_j | X_{n-1} = a_i\} \quad (1-36) \\ i, j = 1, 2, \dots, N; n = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

P_{ij} 为马氏链的一步转移概率。

$$P_{ij} \geq 0, i, j = 1, 2, \dots, N$$

$$\sum_{j=1}^N p_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

转移概率矩阵为

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1N} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_{N1} & p_{N2} & \cdots & p_{NN} \end{pmatrix} \quad (1-37)$$

矩阵 $\mathbf{P}$ 的每一行为一概率向量，表示由状态 i 转移到其它各状态的概率。若 k 步转移，则

$$\mathbf{P}^{(k)} = \mathbf{P}^k \quad (1-38)$$

即 k 步转移矩阵是一次转移矩阵的 k 次方。

对于重力选矿而言，马尔科夫过程是一种重要的数学方法，已初步用于水力旋流器、跳汰和摇床等分选过程中，并且仍在继续研究。

第二章 颗粒和介质的性质

第一节 颗粒和介质的物理性质

一、颗粒的物理性质

煤和矿物杂质的物理性质影响分选效果和工艺流程的选择。

炭质物的密度与其煤岩组成、变质阶段、矿物杂质的饱和程度及其分散性有关。

1) 有效密度

有效密度是指单位体积内无孔隙、无裂隙矿物(煤炭)的质量。对于煤炭,换算成干燥无灰物质的有效密度称为煤的有机物密度

$$\delta_o = (100\delta_d - 2700A_d)/(100 - A_d) \quad (2-1)$$

式中 δ_o ——煤的有机物密度, kg/m^3 ;

δ_d ——干煤有效密度, kg/m^3 ;

2700——假定的煤和矿物杂质的平均有效密度, kg/m^3 ;

A_d ——煤样干基灰分, %。

煤的有机物密度和其他矿物成分的密度与变质阶段、它们的性质以及煤岩组成有关。

干煤取实际灰分时,其有效密度可用下式近似确定

$$\delta_d = \frac{100}{\frac{100 - 1.1A_d}{\delta_o} + \frac{1.1A_d}{2700}} \quad (2-2)$$

陈祚生、陈文敏等提出用干基灰分和挥发分计算干基煤密度:

$$\delta_d = K + 0.01A_d \quad (2-3)$$

$$\delta_d = K_v + 0.01A_d + 0.004V \quad (2-4)$$

式中 V ——挥发分;

K, K_v ——系数(与煤的类型有关)。

2) 表观密度

表观密度又称为视在密度,是指天然的有孔隙的物体的质量与其单位体积的比值。

表观密度常常小于有效密度,对于烟煤通常为 $1.2 \sim 1.35 \text{kg/L}$ 。

原煤是由不同数量的有机物和矿物杂质组成的。因此,它的密度也就表明了有机物和矿物杂质在其中的富集程度。

煤中矿物质含量一般用灰分 A 表示。烟煤密度和灰分之间关系,可用下式表示:

$$\frac{1}{\delta} = \frac{1}{\delta_o} - 0.01k \left(\frac{1}{\delta_o} - \frac{1}{\delta_m} \right) (A - A_{\min}) \quad (2-5)$$

式中 K ——决定煤中矿物杂质成分与其灰分间关系的系数, $K \approx 91$;

δ_m ——矿物组分的平均密度。

如工程计算可以应用图2-1密度与灰分的关系。

3) 堆密度

堆密度是指物料自由堆积或致密堆积（如煤堆中、矿车中、矿仓中或其它容器中的堆积）时单位体积的质量。该密度值变化范围很大，它与煤的密度、粒度、粒度组成、水分以及堆放方法等有关（图2-2）。

在自然堆积时，堆密度与自然坡角有关。

无烟煤原煤的自然坡角为 $27^{\circ}\sim 30^{\circ}$ ，中等变质程度的煤为 $35^{\circ}\sim 40^{\circ}$ ，细粒煤为 $45^{\circ}\sim 50^{\circ}$ ，煤泥为 $70^{\circ}\sim 75^{\circ}$ 。

4) 相对密度

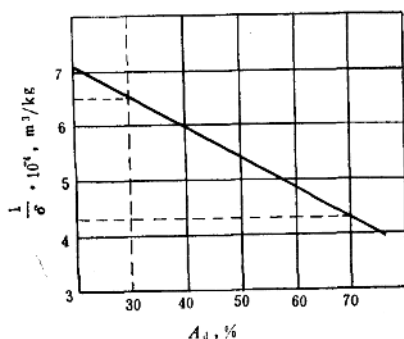


图 2-1 级别密度与灰分间的关系

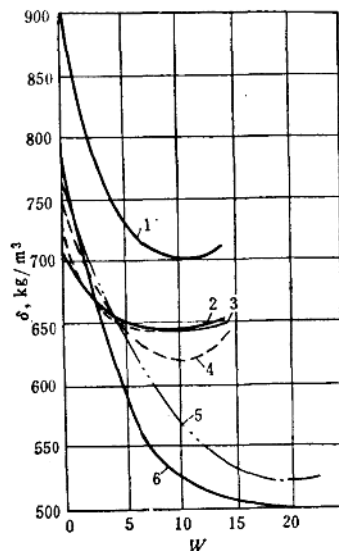


图 2-2 堆密度与水分和粒度的关系

1—0~4mm (原煤)，2—1~2mm，3—2~4mm，
4—0.5~1mm，5—0.25~0.5mm，6—0.12~0.25mm

在共同的特定条件下，某一物质密度与另一参考物质密度之比称为相对密度，无因次。

5) 孔隙度

煤中的孔隙可分为孔隙平均直径为 $500 \times 10^{-10}\text{m}$ 的大孔隙和直径 $5 \sim 15 \times 10^{-10}\text{m}$ 的微孔隙。大孔隙的内表面积为 $1\text{m}^2/\text{g}$ ，而微孔隙的内表面积为 $200\text{m}^2/\text{g}$ 。

在煤炭生成的早期阶段，煤中含有许多极性基团，并存在有分叉的大型孔隙群，从而具有较高的吸水能力。随着变质程度的加深，极性基和大型孔隙逐渐减少，形成新的微孔隙群。当煤与气体或液体进行化学反应时，微孔隙具有重要的意义。

煤的孔隙度不仅影响它们与烃类药剂间的相互作用，也影响这类药剂的作用效果，进而改变煤的表面物理化学性质。

6) 力学强度

煤的力学强度可用煤的可碎性、脆性、硬度、瞬时抗压强度以及热稳定性来表示。

(1) 可碎性

可碎性是指煤在各种破碎机的破碎应力作用下抵抗破碎的能力。可碎性可以用形成新表面消耗的单位功耗或者破碎前后煤块大小的比值来表示。