

高中平面解析几何 练习册



北京市教育局教学研究部
北京教育出版社

高中平面解析几何练习册

第6册

北京市教育局教材研究部 编

北京教育出版社

高中平面解析几何练习册

Gaozhong pingmian jixi jihe lianxice

北京市教育局教学研究部 编

*

北京教育出版社出版

(北京北三环中路6号)

新华书店北京发行所发行

香河县第二印刷厂印刷

*

787×1092 毫米 32 开本 3.875 印张 80000 字

1991 年 7 月第 1 版 1991 年 7 月第 1 次印刷

印数 1—37,600

ISBN 7-5303-0235-3/G·213

定价: 1.40 元

编写说明

为了加强基础知识教学、基本技能训练，减轻学生过重的课业负担，帮助学生更好地完成学习任务，我们遵照国家教委等有关部门通知的精神，组织我市有教学经验的教师，编写了这套高中练习册。练习册包括：语文、外语、物理、化学、数学五个学科，供本市高中学生使用。

这套练习册是依据现行的数学教学大纲和教材，按单元（或章、节）编写的。练习题的编排与课本密切配合，既体现了教学的重点、难点，又注意了对知识的综合与应用。为了照顾学生的实际学习水平，数学、化学、物理等学科的练习题分为A、B两组。A组题为基础题，B组题为提高题，教师可根据情况选择使用。

本册由董世奎、普诚兴、薛文叙、王建民、朱传渝、赵大梯编写。我部中学数学教研室负责统编、审定。

编写全市统一的高中练习册，我部还是初次，肯定会有不足之处，恳请广大师生在使用过程中提出宝贵意见。

北京市教育局教学研究部

1990年11月

目 录

第一章 直线	(1)
一 有向线段、定比分点	(1)
习题一 (A组)	(1)
习题一 (B组)	(2)
二 直线方程	(3)
习题二	(3)
三 两条直线的位置关系	(5)
习题三 (A组)	(5)
习题三 (B组)	(7)
复习题一 (A组)	(8)
复习题一 (B组)	(10)
第二章 圆锥曲线	(12)
一 曲线和方程	(12)
习题四 (A组)	(12)
习题四 (B组)	(14)
二 圆	(15)
习题五 (A组)	(15)
习题五 (B组)	(17)
三 椭圆	(18)
习题六 (A组)	(18)
习题六 (B组)	(21)
四 双曲线	(22)

习题七 (A组)	(22)
习题七 (B组)	(25)
五 抛物线	(26)
习题八 (A组)	(26)
习题八 (B组)	(27)
六 坐标轴的平移	(28)
习题九	(28)
复习题二 (A组)	(30)
复习题二 (B组)	(33)
第三章 参数方程和极坐标	(36)
一 参数方程	(36)
习题十	(36)
二 极坐标	(44)
习题十一	(44)
复习题三	(49)
附	
一 平面解析几何总复习题	(59)
习题一 (直线)	(59)
(A组)	(59)
(B组)	(63)
习题二 (圆锥曲线)	(64)
(A组)	(64)
(B组)	(73)
习题三 (极坐标和参数方程)	(78)
(A组)	(78)
(B组)	(87)
综合题	(92)

二 立体几何总复习题.....	(100)
习题一 (直线和平面)	(100)
(A 组)	(100)
(B 组)	(106)
习题二 (多面体和旋转体)	(107)
(A 组)	(107)
(B 组)	(112)
综合题.....	(113)

第一章 直线

一 有向线段、定比分点

习题一(A组)

1. 证明点 $A(a, b)$ 关于象限角的平分线的对称点为 $A'(b, a)$ 或 $A''(-b, -a)$.
2. 在直角坐标系中, 点 $(2, -3)$, 求:
 - (1) 在 x 轴上射影的坐标;
 - (2) 在 y 轴上射影的坐标;
 - (3) 关于 x 轴对称点的坐标;
 - (4) 关于 y 轴对称点的坐标;
 - (5) 关于第一、三象限角平分线对称点的坐标;
 - (6) 关于第二、四象限角平分线对称点的坐标;
 - (7) 关于原点对称点的坐标.
3. 求下列两点间的距离:
 - (1) $(2, 2)$, $(2\sqrt{3}, -2\sqrt{3})$;
 - (2) $(-a, b)$, $(a, -b)$;
 - (3) $(5\cos\theta, 3\sin\theta)$, $(3\cos\theta, 5\sin\theta)$;
 - (4) $(r\cos\theta, r\sin\theta)$, $(t\cos\varphi, t\sin\varphi)$.
4. 三角形的三个顶点分别是 $A(2, 1)$, $B(-2, 3)$, $C(0, 3)$, 求三条中线的长及重心坐标.

5. 试判断以 $A(-2, 0)$, $B(2, 4)$, $C(6, 0)$ 为顶点的三角形的形状.
6. 已知平行四边形的三个顶点分别是 $(3, -2)$, $(5, 2)$, $(-1, 4)$, 求它的第四个顶点.
7. 延长一线段 AB 至 C , 使延长部分的长度是原长度的 $\frac{2}{3}$, 求:
 - (1) B 点分 AC 的定比;
 - (2) C 点分 AB 的定比;
 - (3) A 点分 CB 的定比.
8. 已知平面上两点 $A(5, -3)$, $B(1, -6)$, 在 AB 延长线上求一点 C , 且 $|BC| = 3$, 求 C 点分 BA 所成的定比及 C 点的坐标.
9. 已知 $A(-9, -2)$, $B(7, -5)$, $C(x, y)$ 在同一条直线上, B 点分 AC 的比为 $1:2$, 求 C 点坐标.
10. 已知三角形 ABC 三个顶点坐标分别是 $A(5, -1)$, $B(-1, 7)$, $C(1, 2)$, 试求顶角 A 的角平分线的长度.

习题一(B组)

1. 求与 $A(32, 10)$, $B(42, 0)$, $C(0, 0)$ 等距离点的坐标.
2. 证明梯形的中位线平行于底边, 且等于上、下底边和的一半.
3. 三角形的两顶点分别为 $(3, 7)$ 和 $(-2, 5)$, 求第三个顶点, 使其他两边中点都落在坐标轴上.
4. 三角形 ABC 边上的一点 M , 内分 AB 成 $3:1$, P 为 AC 上的一点, 且 $\triangle APM$ 的面积等于原三角形面积的一半, 求 P 点

位置.

5. 有向线段 AB , 已知 $|AB| = a$, 求距 AB 端点 $\frac{1}{10}a$ 处的点分 AB 所成的比.
6. 在数轴上从左到右顺次有 A 、 C 、 B 三点, 若点 D 分 AC 成定比 λ_1 , C 分 BD 成定比 λ_2 , B 分 DC 成定比 λ_3 , 则 D 分 AB 的定比 $\lambda = -\frac{\lambda_1}{\lambda_2 \lambda_3}$.

二 直线方程

习题二

1. 求下列直线的斜率和倾角:

(1) $y = \sqrt{3}x + 1$; (2) $3x + y - 1 = 0$;

(3) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$; (4) $ax + by + c = 0$ ($a \cdot b < 0$).

2. 求下列直线的纵截距 b 和横截距 a :

(1) $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} = -1$; (2) $x + y - 2 = 0$;

(3) $3x - y - 15 = 0$; (4) $y = 3x - 1$.

3. 根据下列条件写出直线方程:

(1) 倾角是 135° , 纵截距为 -3 ;

(2) 倾角是 60° , 横截距为 2 ;

(3) 已知直线分别与 x 轴, y 轴交于 $(-3, 0)$, $(0, -5)$;

(4) 经过两点 $A(1, 3)$, $B(2, 6)$.

4. 已知直线的斜率是 k (或倾角是 α) 和它在 y 轴上的截距为

b , 求直线的方程;

(1) $k = -1, b = 2$; (2) $k = 0, b = -4$;

(3) $k = -\frac{1}{2}, b = -5$; (4) $\alpha = \frac{\pi}{2}$, 直线与 y 轴距离为 4.

5. 已知直线的斜率为 k , 并且经过定点 P , 求它的方程;

(1) $k = -1, P(-1, 2)$; (2) $k = \frac{1}{3}, P(3,$

$-4)$.

6. 检验下列每组中的三个点是否在同一条直线上;

(1) $(1, 3), (5, 7), (10, 12)$;

(2) $(a, b), (0, c), (-a, b)$.

7. 已知三角形的三个顶点分别是 $A(4, 6), B(-4, 0), C(-1, -4)$, 求;

(1) 三角形三条边所在直线的方程;

(2) 三角形三条中线所在直线的方程;

(3) 角 A 内角平分线所在直线的方程.

8. 一直线 l , 经过点 $P(6, -2)$, 且在 x 轴上的截距比在 y 轴上的截距大 1, 求直线 l 的方程.

9. 已知两点 $M(2, 2), N(5, -2)$, 过 M, N 分别作直线 MP 和 NP , 使其交点 P 落在 x 轴上, 且 $MP \perp NP$, 求 MP 和 NP 所在直线的方程.

10. 设直线经过 $(2, 3)$ 点, 且与横坐标轴成 45° 角求该直线的方程.

11. 已知平行四边形 $ABCD$, 相邻两顶点 $A(-3, -1)$ 和 $B(2, 2)$ 及对角线交点 $Q(3, 0)$, 试求平行四边形四条边所在直线的方程.

三 两条直线的位置关系

习题三(A组)

1. 根据下列条件, 写出直线方程:

(1) 经过 $(-3, 4)$ 点, 且平行于直线 $5x + 4y - 6 = 0$;

(2) 经过 $(5, -2)$ 点, 且平行于 y 轴;

(3) 经过原点及两条直线 $2x + y - 1 = 0$ 和 $3x - 2y - 13 = 0$ 的交点;

(4) 经过原点, 且与 $P(2, 1)$ 点的距离等于 $\frac{2}{5}$;

(5) 经过两条直线 $2x + y + 1 = 0$ 和直线 $x - 2y + 1 = 0$ 的交点, 并且垂直于直线 $3x + 4y - 7 = 0$;

(6) 经过原点, 且与直线 $y = 2x + 5$ 的夹角为 45° ;

(7) 与直线 $3x - 4y - 20 = 0$ 平行, 且与它的距离等于 3;

2. 从原点作直线垂直于直线 l , 垂足为 $(2, 3)$, 求直线 l 的方程.

3. 三角形三边方程分别是 $AB: 4x - y - 7 = 0$, $BC: x + 3y - 31 = 0$, $AC: x + 5y - 7 = 0$, 试求它的三条高线的方程.

4. 经过两条直线 $x + y - 8 = 0$ 和 $2x - y - 1 = 0$ 的交点, 引一条与直线 $3x - 2y + 7 = 0$ 成 45° 角的直线, 求所得直线的方程.

5. 求经过两条直线 $11x + 3y - 7 = 0$ 和 $12x + y - 19 = 0$ 的交点, 且与两点 $M(3, -2)$, $N(-1, 6)$ 等距离的直线方程.

6. 已知正方形的一边为 $x + y - 1 = 0$, 中心为 $O'(1, 5)$, 求其他三边方程.

7. 设直线经过 $(2, -3)$ 点, 且倾角等于直线 $y = \frac{1}{2}x + 3$ 倾

角的2倍, 求该直线方程.

8. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $C(4, -1)$, 并由另一顶点 A 作出的高线和中线方程分别为: $2x - 3y + 12 = 0$ 和 $2x + 3y = 0$, 求 $\triangle ABC$ 各条边的方程.

9. 求点 $P(-5, 13)$ 关于直线 $2x - 3y - 3 = 0$ 的对称点 Q 的坐标.

10. 求直线 $l_1: x - y - 2 = 0$ 关于

(1) x 轴; (2) y 轴;

(3) 原点; (4) $y = x$;

(5) $y = -x$; (6) $3x - y + 3 = 0$ 的对称直线方程.

11. 一束光线沿直线 $x - 2y + 5 = 0$ 射在直线 $3x - 2y + 7 = 0$ 上, 求反射线的方程.

12. 有一条光线从点 $A(-3, 5)$ 射到直线 $l: 3x - 4y + 4 = 0$ 以后, 再反射到一点 $B(2, 15)$, 求这条光线从 A 到 B 的长度.

13. 求 m 和 n 的值, 使直线 $y = (m + 2)x - n + 5$ 满足:

(1) 过原点;

(2) 平行于 x 轴;

(3) 与 $7x - y + 15 = 0$ 平行;

(4) 与直线 $7x - y + 15 = 0$ 垂直相交;

(5) 与直线 $(3 - m)x - y + 6n^2 = 0$ 重合;

(6) 过点 $(1, 2)$ 且在 y 轴上的截距为7.

14. 已知 $\triangle ABC$ 三边的方程是 $AB: 3x + 2y = 0$, $BC: 5x - y - 13 = 0$, $AC: x + 5y - 13 = 0$, 求证 $\triangle ABC$ 是等腰三角形.

15. 求证由直线 $x+3y-6=0$, $2x+6y+7=0$, $3x-y=0$, $7x-11y-30=0$ 围成的四边形是直角梯形。
16. 求下列各组两条直线间的距离:
- (1) $12x+5y-1=0$ 与 $12x+5y+7=0$;
 - (2) $3x-4y+1=0$ 与 $6x-8y-9=0$;
 - (3) $x=-2$ 与 $x=5$.
17. 求下列各组两条直线间的夹角:
- (1) $5x-y+7=0$ 与 $3x+2y=0$;
 - (2) $3x-2y+7=0$ 与 $2x+3y-3=0$;
 - (3) $y=3$ 与 $\sqrt{3}x-y-5=0$;
 - (4) $3x+2y-1=0$ 与 $5x-2y+3=0$.
18. 试判断下列二直线间的位置关系:
- (1) $3x+5y-4=0$ 与 $6x+10y-8=0$;
 - (2) $x-\sqrt{2}y=0$ 与 $\sqrt{2}x+y=0$;
 - (3) $x+5y-35=0$ 与 $3x+2y-27=0$.

习题三(B组)

1. 已知三角形的两边为 $y=2x$, $x+2y+3=0$, 且第三边的中点为 $(2, 3)$, 求第三条边的方程。
2. 通过已知点 $P(1, 4)$ 引一直线, 要使它两个坐标轴上的截距都为正, 且它们的和最小, 求这条直线方程。
3. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(3, -1)$, 过 B 点的内角平分线方程是 $x-4y+10=0$, 过 C 点的中线方程是 $6x+10y-59=0$, 求顶点 B 的坐标和 BC 边的方程。
4. 过直线 $2x+y+8=0$ 和 $x+y+3=0$ 的交点作一条直线

使它夹在两条平行线 $x-y-5=0$ 和 $x-y-2=0$ 之间的线段长为 $\sqrt{5}$, 求此直线方程.

5. 已知两定点 $A(2a, 0)$, $B(0, 2b)$, M 为直线 $bx+ay-ab=0$ 上的动点, 试求:

(1) 三角形 ABM 重心的轨迹方程;

(2) 使 $AM+BM$ 为最小值的点 M 的位置.

- 6. 不同的三条直线 $x\sin 3\alpha + y\sin \alpha = a$, $x\sin 3\beta + y\sin \beta = a$, $x\sin 3\gamma + y\sin \gamma = a$ 共点, 求证:

$$\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 0.$$

复习题一(A组)

1. $\triangle ABC$ 的三个顶点 $A(4, 1)$, $B(7, 5)$, $C(-4, 7)$. 求角 A 的内角平分线和 BC 边的交点.
2. $\triangle ABC$ 中, F 点分 AC 成定比 $1:2$, G 是 BF 的中点, E 是 AG 与 BC 的交点, 且知 $B(-1, 5)$, $C(2, 1)$, 求 E 点的坐标.
3. 已知三角形的顶点是 $A(5, -1)$, $B(-1, 7)$, $C(1, 2)$, 求顶角 A 的外角平分线的长度.
4. 矩形 $ABCD$ 内任一点 P , 求证: $PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$.
5. 过 $P(3, 0)$ 点作一条直线, 使它夹在直线 $2x-y-2=0$ 和 $x+y+3=0$ 之间的线段恰好被点 P 平分, 求这条直线方程.
6. 确定当 m, n 为何值时, 二直线 $mx+8y+n=0$ 和 $2x+my-1=0$
 - (1) 平行;
 - (2) 垂直.

7. 三角形两条高线的方程分别为 $2x - 3y + 1 = 0$ 和 $x + y = 0$, 点 $A(1, 2)$ 是它的一个顶点, 求各条边的方程及各内角.
8. 直线 $l_1: Ax + 2y + 2 = 0$ 和 $l_2: 2x + 6y + C = 0$ 相交于 $(1, m)$, 且 l_2 到 l_1 所成角为 45° , 求 A, C, m .
9. 设一直线经过 $(-1, 1)$, 它被二平行直线 $x + 2y - 1 = 0$, $x + 2y - 3 = 0$ 所截线段中点在直线 $x - y - 1 = 0$ 上, 求该直线的方程.
10. 三角形中有两条高线分别是 $x + 5y - 3 = 0$, $x + y - 1 = 0$, 又知三角形的一个顶点是 $(-1, -4)$, 求该三角形面积.
11. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $C(4, -1)$, 又知由另一顶 A 作出的高线和中线方程分别是 $2x - 3y + 12 = 0$ 和 $2x + 3y = 0$, 求三角形各条边的方程.
12. 已知等腰直角三角形斜边所在直线方程是 $3x - y + 5 = 0$, 直角顶点是 $C(4, -1)$, 求其它二边所在直线的方程.
13. 已知三角形 ABC 的三个顶点分别是 $A(1, 2)$, $B(4, 1)$, $C(3, 4)$, 在 AB 上取一点 P , 使过 P 而平行 BC 的直线 PQ 恰好把 $\triangle ABC$ 的面积分成等积的两部分, 求直线 PQ 的方程.
14. 已知 $\triangle ABC$ 三条边的中点分别是 $(2, 4)$, $(-3, 1)$, $(1, 2)$, 求三个顶点的坐标.
15. 一条光线经过 $P(2, 3)$ 点, 射在直线 $x + y + 1 = 0$ 上, 反射后穿过 $Q(1, 1)$ 点, 求:
- (1) 光线的入射线和反射线的方程;
- (2) 入射角.

16. 求以直线 $l: x+2y+1=0$ 为对称轴, 直线 $l_1: x-y-2=0$ 的对称直线.
17. 用三条直线 $x+2y+a=0$, $bx-y+4=0$, $dx-cy+1=0$ 围成一个三角形, 已知两个顶点坐标是 $(0, 6)$, $(2, 0)$, 求 a, b, c, d .
18. 当 m 为什么实数时, 直线 $(2m^2+m-3)x+(m^2-m)y=4m-1$ 分别满足:
- (1) 在 x 轴上的截距为 1;
 - (2) 倾角为 45° ;
 - (3) 与 x 轴平行;
 - (4) 与直线 $2x-3y-5=0$ 垂直;
 - (5) 与直线 $2x-3y-5=0$ 平行;
 - (6) 与直线 $x-2y+6=0$ 的夹角为 $\arctg 3$.
19. $\triangle ABC$ 的两顶点分别是 $A(9, 1)$, $B(3, 4)$, 且内心为 $G(4, 1)$, 求 BC 边的方程.
20. 已知一条直线的倾角是 $\arcsin \frac{3}{5}$, 且它与两坐标轴围成的三角形的面积为 6, 求此直线方程.

复习题一(B组)

1. 一条直线 l 经过 $M(2, 1)$, 并且与 x 轴、 y 轴正向分别交于 A, B 两点,
- (1) 若使 $\triangle AOB$ 面积最小, 求直线 l 的方程;
 - (2) 若使 $|MA| + |MB|$ 最小, 求直线 l 的方程.
2. 设 $a+b$ 为定值 $c(c \neq 0)$, 求证: 所有以 $ax+by=1$ 为方程的直线通过定点.