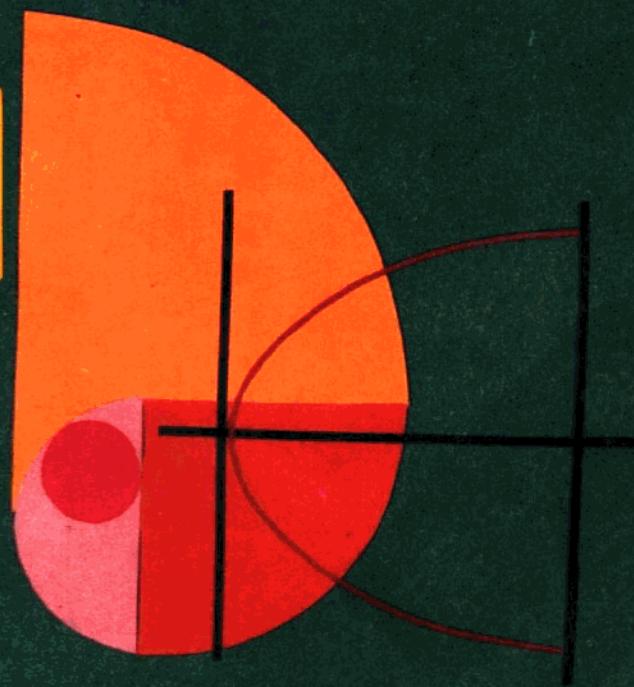


高中

# 解析几何

## 课外练习



《高中数学课外练习》编写组 编  
北京教育出版社

# 解 析 几 何 课 外 练 习

《解析几何课外练习》编写组 编

北京教育出版社

(京)新登字 202 号

**解析几何课外练习**

JIEXUJIHE KEWAII LIANXI

《解析几何课外练习》编写组 编

\*

北京教育出版社出版

(北京北三环中路 6 号)

邮政编码：100011

北京出版社总发行

新华书店北京发行所经销

香河县第二印刷厂印刷

\*

787×1092 毫米 16 开本 7.25 印张 159 000 字

1994 年 6 月第 1 版 1994 年 6 月第 1 次印刷

印数 1—15500

ISBN 7-5303-0378-3

G · 353 定价：3.90 元

## 出 版 说 明

为了加强基础知识教学、基本技能训练，减轻学生过重的课业负担，帮助学生更好地完成学习任务，组织我市有教学经验的教师，编写了这套高中课外练习。练习包括：语文、英语、物理、化学、数学五个学科，供本市高中学生使用。

这套练习是依据现行的教学大纲和教材，按单元（或章、节）编写的。练习题的编排与课本密切配合，既体现了教学的重点、难点，又注意了对知识的综合与应用。为了照顾学生的实际水平，数学、化学、物理学科的练习题分为A、B两组。A组题为基础题，B组题为提高题，教师可根据情况选择使用。

我们初次组织编写高中练习，肯定会有不足之处，恳请广大师生在使用过程中提出宝贵意见。

# 目 录

<b>第一章 直线</b> .....	(1)
一、有向线段、定比分点 .....	(1)
习题一 (A组) .....	(1)
习题一 (B组) .....	(2)
二、直线的方程 .....	(3)
习题二 .....	(3)
三、两条直线的位置关系 .....	(4)
习题三 (A组) .....	(4)
习题三 (B组) .....	(6)
复习题一 (A组) .....	(7)
复习题一 (B组) .....	(8)
<b>第二章 圆锥曲线</b> .....	(9)
一、曲线和方程 .....	(9)
习题四 (A组) .....	(9)
习题四 (B组) .....	(10)
二、圆 .....	(11)
习题五 (A组) .....	(11)
习题五 (B组) .....	(15)
三、椭圆 .....	(16)
习题六 (A组) .....	(16)
习题六 (B组) .....	(20)
四、双曲线 .....	(21)
习题七 (A组) .....	(21)
习题七 (B组) .....	(23)
五、抛物线 .....	(24)
习题八 (A组) .....	(24)
习题八 (B组) .....	(25)
六、坐标变换 .....	(25)
习题九 .....	(25)
复习题二 (A组) .....	(27)
复习题二 (B组) .....	(29)
<b>第三章 参数方程和极坐标</b> .....	(31)

一、参数方程 .....	(31)
习题十 .....	(31)
二、极坐标 .....	(35)
习题十一 .....	(35)
复习题三 .....	(39)
<b>总复习题 .....</b>	<b>(45)</b>
习题一 (直线) .....	(45)
(A组) .....	(45)
(B组) .....	(47)
习题二 (圆锥曲线) .....	(48)
(A组) .....	(48)
(B组) .....	(53)
习题三 (参数方程和极坐标) .....	(56)
(A组) .....	(56)
(B组) .....	(61)
<b>综合题 .....</b>	<b>(64)</b>

# 第一章 直线

## 一 有向线段、定比分点

### 习题一 (A组)

1. 在直角坐标系中, 点  $(2, -3)$ , 求:

- (1) 在  $x$  轴上射影的坐标;
- (2) 在  $y$  轴上射影的坐标;
- (3) 关于  $x$  轴对称点的坐标;
- (4) 关于  $y$  轴对称点的坐标;
- (5) 关于第一、三象限角平分线对称点的坐标;
- (6) 关于第二、四象限角平分线对称点的坐标;
- (7) 关于原点对称点的坐标.

2. 求下列两点间的距离:

- (1)  $(2, 2)$ 、 $(2\sqrt{3}, -2\sqrt{3})$ ;
- (2)  $(-a, b)$ 、 $(a, -b)$ ;
- (3)  $(5\cos\theta, 3\sin\theta)$ 、 $(3\cos\theta, 5\sin\theta)$ ;
- (4)  $(r\cos\theta, r\sin\theta)$ 、 $(t\cos\phi, t\sin\phi)$ .

3. 三角形的三个顶点分别是  $A(2, 1)$ 、 $B(-2, 3)$ 、 $C(0, 3)$ . 求三条中线的长及重心坐标.

4. 试判断以  $A(-2, 0)$ 、 $B(2, 4)$ 、 $C(6, 0)$  为顶点的三角形的形状.

5. 已知两点  $P_1(3, -5)$ 、 $P_2(-1, -2)$ , 在  $P_1$ 、 $P_2$  所在直线上有一点  $P$ , 使得  $|P_1P| = 15$ , 则  $P$  点坐标是 ( )

- A.  $(-9, 4)$ .
- B.  $(9, 4)$ .
- C.  $(15, -14)$ .
- D.  $(-9, 4)$  或  $(15, -4)$ .

6. 线段  $|P_1P_2| = 1$ , 点  $P$  在  $P_1P_2$  的延长线上,  $|PP_2| = 2$ ,

则点  $P$  分  $\overline{P_1P_2}$  所成的比  $\lambda$  是 ( )

- A. 2.
- B.  $\frac{1}{2}$ .
- C.  $-\frac{3}{2}$ .
- D.  $-\frac{2}{3}$ .

7.  $\triangle ABC$  中,  $F$  点分  $AC$  为  $1:2$ ,  $G$  是  $BF$  中点,  $E$  是直线  $AG$  与  $BC$  的交点, 那么  $E$  点分  $BC$  的比是 ( )

- A.  $\frac{1}{4}$ .
- B.  $\frac{1}{3}$ .
- C.  $\frac{2}{5}$ .
- D.  $\frac{3}{8}$ .

8. 点  $P(x, 1)$ , 在连结  $A(2, -4)$  和  $B(5, 11)$  两点的线段上, 则  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ .
9. 等腰三角形  $ABC$  顶点  $A(3, 0)$ , 底边  $|BC| = 4\sqrt{6}$ ,  $BC$  中点为  $D(6, 4)$ ,  
则腰长 =  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
10. 已知平行四边形  $ABCD$  中,  $A(-\frac{9}{2}, -7)$ ,  $B(2, 6)$  及对角线交点  $M(3, \frac{3}{2})$ ,  
求顶点  $C$  和  $D$  的坐标.
11. 延长一线段  $AB$  至  $C$ , 使延长部分的长度是原长度的  $\frac{2}{3}$ , 求:  
 (1)  $B$  点分  $\overline{AC}$  的定比;  
 (2)  $C$  点分  $\overline{AB}$  的定比;  
 (3)  $A$  点分  $\overline{CB}$  的定比.
12. 已知平面上两点  $A(5, 3)$ ,  $B(1, -6)$ , 在  $AB$  延长线上求一点  $C$ , 且  $|BC| = 3$ ,  
求  $C$  点分  $\overline{BA}$  所成的定比  $\lambda$  及  $C$  点的坐标.
13. 已知  $A(-9, -2)$ ,  $B(7, -5)$ ,  $C(x, y)$  在同一条直线上,  $B$  点分  $\overline{AC}$  的比  
为  $1:2$ , 求  $C$  点坐标.
14. 已知  $\triangle ABC$  三个顶点坐标分别为  $A(5, -1)$ ,  $B(-1, 7)$ ,  $C(1, 2)$ ,  
试求顶角  $A$  的角平分线的长度.

### 习题一 (B组)

1. 求与  $A(32, 10)$ ,  $B(42, 0)$ ,  $C(0, 0)$  等距离点的坐标.
2. 证明梯形的中位线平行于底边, 且等于上、下底边和的一半.
3. 三角形的两个顶点分别为  $(3, 7)$  和  $(-2, 5)$ , 求第三个顶点, 使其它两边的中  
点都落在坐标轴上.
4.  $\triangle ABC$  边上的一点  $M$ ,  $M$  内分  $AB$  成  $3:1$ ,  $P$  为  $AC$  上的一点, 且  $\triangle APM$  的面积等于  
原三角形面积的一半, 求  $P$  点的位置.
5. 有向线段  $\overline{AB}$ , 已知  $|AB| = a$ , 求距  $AB$  端点  $\frac{1}{10}a$  处的点分  $\overline{AB}$  所成的比.
6. 已知三角形三条边的中点是  $D(2, 4)$ ,  $E(-3, 1)$ ,  $F(1, 2)$ , 求三个顶点  
坐标.
7. 在数轴上从左到右顺次有  $A$ ,  $B$ ,  $C$  三点, 若点  $D$  分  $AC$  成定比  $\lambda_1$ ,  $C$  分  $BD$  成定比  $\lambda_2$ ,  
 $B$  分  $DC$  成定比  $\lambda_3$ , 则  $D$  分  $AB$  的比  $\lambda = -\frac{\lambda_1}{\lambda_2 \lambda_3}$ .
8. 设  $C$  点内分  $\overline{AB}$  的定比为  $m:n$ ,  $D$  点外分  $\overline{AB}$  的定比为  $-(m:n)$ ,  
求证:  $\frac{1}{AC} + \frac{1}{AD} = \frac{2}{AB}$ .

## 二 直线的方程

### 习题二

1. 直线  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的倾角  $\alpha$  等于 ( )  
A.  $\arctg \frac{b}{a}$ .      B.  $-\arctg \frac{b}{a}$ .  
C.  $\arctg(-\frac{b}{a})$ .      D.  $\pi - \arctg \frac{b}{a}$ .
2. 若已知点  $A(2, 3)$ 、 $B(1, 5)$ , 则直线  $AB$  的倾角是 ( )  
A.  $\arctg 2$ .      B.  $\arctg(-2)$ .  
C.  $\frac{\pi}{2} + \arctg 2$ .      D.  $\frac{\pi}{2} + \arctg \frac{1}{2}$ .
3. 直线  $2x + 3y - 1 = 0$  的倾角是 ( )  
A.  $\arctg(-\frac{2}{3})$ .      B.  $\pi - \arctg(-\frac{2}{3})$ .  
C.  $\arctg(-\frac{3}{2})$ .      D.  $\pi - \arctg(-\frac{3}{2})$ .
4. 直线  $(2m^2 - 5m + 2)x - (m^2 - 4)y + 5m = 0$  的倾角是  $\frac{\pi}{4}$ , 则  $m$  的值是 ( )  
A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. -3.
5. 求下列直线的斜率和倾角:  
(1)  $y = \sqrt{3}x + 1$ ;      (2)  $3x + y - 1 = 0$ ;  
(3)  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ ;      (4)  $ax + by + c = 0$  ( $a \cdot b < 0$ ).
6. 求下列直线的纵截距  $b$  和横截距  $a$ :  
(1)  $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} = -1$ ;      (2)  $x + y - 2 = 0$ ;  
(3)  $3x - y - 15 = 0$ ;      (4)  $y = 3x - 1$ .
7. 根据下列条件写出直线方程:  
(1) 倾角是  $135^\circ$ , 纵截距为 -3;  
(2) 倾角是  $60^\circ$ , 横截距为 2;  
(3) 已知直线分别与  $x$  轴,  $y$  轴交于  $(-3, 0)$ 、 $(0, -5)$ ;  
(4) 经过两点  $A(1, 3)$ 、 $B(2, 6)$ .
8. 已知直线的斜率  $k$  (或倾角是  $\alpha$ ) 和它在  $y$  轴上的截距为  $b$ , 求直线的方程:  
(1)  $k = -1, b = 2$ ;      (2)  $k = 0, b = -4$ ;  
(3)  $k = -\frac{1}{2}, b = -5$ ;      (4)  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ , 直线与  $y$  轴距离为 4.
9. 已知直线的斜率为  $k$ , 并且经过定点  $P$ , 求它的方程:

$$(1) k = -1, P(-1, 2); \quad (2) k = \frac{1}{3}, P(3, -4).$$

10. 检验下列每组中的三个点是否在同一条直线上:

$$(1) (1, 3), (5, 7), (10, 12);$$
$$(2) (a, b), (0, c), (-a, b).$$

11. 已知三角形的三个顶点分别是  $A(4, 6)$ 、 $B(-4, 0)$ 、 $C(-1, -4)$ , 求:

- (1) 三角形三条边所在直线的方程;
- (2) 三角形三条中线所在直线的方程;
- (3) 角  $A$  内角平分线所在直线的方程。

12. 一直线  $l$ , 经过点  $P(6, -2)$ , 且在  $x$  轴上的截距比在  $y$  轴上的截距大 1, 求直线  $l$  的方程。

13. 已知两点  $M(2, 2)$ 、 $N(5, -2)$ , 过  $M$ 、 $N$  分别作直线  $MP$  和  $NP$ , 使其交点  $P$  落在  $x$  轴上, 且  $MP \perp NP$ , 求  $MP$  和  $NP$  所在直线方程。

14. 设直线  $l$  经过  $(2, 3)$  点, 且与横坐标轴成  $45^\circ$  角, 求直线  $l$  的方程。

15. 已知平行四边形  $ABCD$ , 相邻两顶点  $A(-3, -1)$  和  $B(2, 2)$  及对角线交点  $Q(3, 0)$ , 试求平行四边形四条边所在直线方程。

### 三 两条直线的位置关系

#### 习题三 (A组)

1. 若直线  $(a^2 + 4a + 3)x + (a^2 + a - 6)y - 6 = 0$  与  $y$  轴垂直, 则  $a$  等于 ( )  
A. -3 或 -1.      B. 2 或 -3.  
C. -1.      D. 2.
2. 如果两条直线  $(m+2)x + (m^2 - 3m)y + 4 = 0$  与  $4x + 2(m-3)y + 7 = 0$  平行, 那么  $m$  的值是 ( )  
A. 2.      B. 3.  
C.  $\frac{8}{7}$ .      D. 3 或 2.
3. 当  $\theta$  是第四象限角时, 直线  $x \sin \theta + y \sqrt{1 + \cos \theta} - a = 0$  和直线  $x + y \sqrt{1 - \cos \theta} + b = 0$  的位置关系是 ( )  
A. 平行.      B. 相交但不垂直.  
C. 垂直.      D. 与  $\theta$  角无关.
4. 根据下列条件, 写出直线方程:
  - (1) 经过  $(-3, 4)$  点, 且平行于直线  $5x + 4y - 6 = 0$ ;
  - (2) 经过  $(5, -2)$  点, 且平行于  $y$  轴;
  - (3) 经过原点及两条直线  $2x + y - 1 = 0$  和  $3x - 2y - 13 = 0$  的交点;
  - (4) 经过原点, 且与  $P(2, 1)$  点的距离等于  $\frac{2}{5}$ ,

- (5) 经过两条直线 $2x + y + 1 = 0$ 和直线 $x - 2y + 1 = 0$ 的交点，并且垂直于直线 $3x + 4y - 7 = 0$ ；
- (6) 经过原点，且与直线 $y = 2x + 5$ 的夹角为 $45^\circ$ ；
- (7) 与直线 $3x - 4y - 20 = 0$ 平行，且与它的距离等于3。
5. 从原点作直线垂直于直线 $l$ ，垂足为 $(2, 3)$ ，求直线 $l$ 的方程。
6. 三角形三边方程分别是 $AB: 4x - y - 7 = 0$ ,  $BC: x + 3y - 31 = 0$ ,  $AC: x + 5y - 7 = 0$ ，试求它的三条高线的方程。
7. 直线 $3x - y + 7 = 0$ 到直线 $7x + y - 3 = 0$ 所成的角 $\alpha$ 是（ ）
- A.  $\pi - \arctg \frac{10}{21}$ .      B.  $\pi - \arctg \frac{1}{2}$ .
- C.  $\arccos(-2)$ .      D.  $\arccos 2$ .
8. 直线 $l_1: 2x - 3y + 1 = 0$ 与直线 $l_2: x - 3 = 0$ 的夹角是（ ）
- A.  $\frac{\pi}{2} - \arctg \frac{3}{2}$ .      B.  $\arctg \frac{2}{3}$ .
- C.  $\frac{\pi}{2} - \arctg \frac{2}{3}$ .      D.  $\frac{\pi}{2} + \arctg \frac{2}{3}$ .
9. 直线 $l_1$ 和 $l_2$ 的斜率 $k_1$ 和 $k_2$ 分别是方程 $6x^2 + x - 1 = 0$ 的两根，则 $l_1$ 与 $l_2$ 的夹角是\_\_\_\_\_。
10. 直线 $x - 2y - 3 = 0$ 到直线 $x + 3y + 2 = 0$ 所成的角是\_\_\_\_\_。
11. 经过两条直线 $x + y - 8 = 0$ 和 $2x - y - 1 = 0$ 的交点，引一条与直线 $3x - 2y + 7 = 0$ 成 $45^\circ$ 角的直线，求所引直线的方程。
12. 直线 $3x - 2y + 1 = 0$ 关于直线 $y = x$ 对称的直线方程是（ ）
- A.  $2x - 3y - 2 = 0$ .      B.  $2x - 3y - 1 = 0$ .
- C.  $2x - 3y + 1 = 0$ .      D.  $2x - 3y + 2 = 0$ .
13. 已知直线 $2x + 3y - 6 = 0$ ，则它关于直线 $y = 3x + 2$ 的对称直线方程是（ ）
- A.  $18x + y + 51 = 0$ .      B.  $18x + y - 51 = 0$ .
- C.  $18x - 18y - 36 = 0$ .      D.  $15x - 18y + 36 = 0$ .
14. 点 $P(-5, 13)$ 关于直线 $2x - 3y - 3 = 0$ 的对称点 $Q$ 的坐标是\_\_\_\_\_。
15. 求直线 $l: x - y - 2 = 0$ 关于下列条件对称的直线方程
- (1)  $x$ 轴;      (2)  $y$ 轴;
- (3) 原点;      (4) 定点 $M(2, 1)$ ;
- (5)  $y = x$ ;      (6)  $y = -x$ ;
- (7)  $3x - y + 3 = 0$ .
16. 一束光线沿直线 $x - 2y + 5 = 0$ 射到直线 $3x - 2y + 7 = 0$ 上，求反射线的方程。
17. 有一条光线从点 $A(-3, 5)$ 射到直线 $l: 3x - 4y + 4 = 0$ 以后，其反射线经过点 $B(2, 15)$ ，求这条光线从 $A$ 到 $B$ 的长度。
18. 直线 $2x - y + 3 = 0$ 关于定点 $M(-1, 2)$ 的对称直线方程是（'）
- A.  $2x - y + 1 = 0$ .      B.  $2x - y + 5 = 0$ .
- C.  $2x - y - 1 = 0$ .      D.  $2x - y - 5 = 0$ .
19. 直线 $l$ 与直线 $x - 3y + 10 = 0$ ,  $2x + y - 8 = 0$ 分别交于 $M, N$ ，若 $MN$ 的中点为

- (0, 1), 那么直线 $l$ 的方程是( )
- A.  $x + 4y - 4 = 0$ .      B.  $4x + y - 4 = 0$ .  
C.  $x - 4y + 4 = 0$ .      D.  $x - 4y - 4 = 0$ .
20. 求经过两条直线 $11x + 3y - 7 = 0$ 和 $12x + y - 19 = 0$ 的交点,  
且与两点 $M(3, -2)$ 、 $N(-1, 6)$ 等距离的直线方程.
21. 已知正方形的一边为 $x + y - 1 = 0$ , 中心为 $O'(1, 5)$ , 求其它三条边的方程.
22. 求下列各组两条直线间的距离:
- (1)  $12x + 5y - 1 = 0$ 与 $12x + 5y + 7 = 0$ ;  
(2)  $3x - 4y + 1 = 0$ 与 $6x - 8y - 9 = 0$ ;  
(3)  $x = -2$ 与 $x = 5$ .
23. 平行四边形两条邻边方程是 $x + y + 1 = 0$ 和 $2x - y + 3 = 0$ , 且对角线交点是 $(2, 2)$ ,  
则平行四边形另外两条边所在直线方程是( )
- A.  $x + y + 9 = 0$ ,  $3x - y - 7 = 0$ .  
B.  $x + y - 9 = 0$ ,  $2x - y - 7 = 0$ .  
C.  $x + y - 5 = 0$ ,  $2x - y + 11 = 0$ .  
D.  $x + y + 3 = 0$ ,  $2x - y - 6 = 0$ .
24. 求 $m$ 和 $n$ 的值, 使直线 $y = (m+2)x - n + 5$ 满足:
- (1) 过原点;  
(2) 平行于 $x$ 轴;  
(3) 与 $7x - y + 15 = 0$ 平行;  
(4) 与直线 $7x - y + 15 = 0$ 垂直相交;  
(5) 与直线 $(3-m)x - y + 6n^2 = 0$ 重合;  
(6) 过点 $(1, 2)$ 且在 $y$ 轴上的截距为7.

### 习题三 (B组)

1. 已知三角形的两边所在直线方程分别为:  $y = 2x$ 和 $x + 2y + 3 = 0$ , 且第三条边的中  
点为 $(2, 3)$ , 求第三条边所在直线的方程.
2. 通过已知点 $P(1, 4)$ 引一直线, 要使它在两个坐标轴上的截距均为正, 且它们的  
和最小, 求这条直线方程.
3. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $C(4, -1)$ , 并由另一顶点 $A$ 作出的高线和中线方程分别为:  
 $2x - 3y + 12 = 0$ 和 $2x + 3y = 0$ , 求 $\triangle ABC$ 各条边所在直线方程.
4. 已知 $\triangle ABC$ 的三边的方程是 $AB: 3x + 2y = 0$ ,  $BC: 5x - y - 13 = 0$ ,  $AC: x + 5y - 13$   
 $= 0$ , 求证 $\triangle ABC$ 是等腰三角形.
5. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(3, -1)$ , 过 $B$ 点的内角平分线方程是 $x - 4y + 10 = 0$ , 过 $C$ 点  
的中线方程是 $6x + 10y - 59 = 0$ , 求顶点 $B$ 的坐标和 $BC$ 边所在直线的方程.
6. 过直线 $2x + y + 8 = 0$ 和 $x + y + 3 = 0$ 的交点作一条直线使它夹在两条平行线 $x - y - 5$   
 $= 0$ 和 $x - y - 2 = 0$ 之间的线段长为 $\sqrt{5}$ , 求此直线方程.

### 复习题一 (A组)

1.  $\triangle ABC$ 的三个顶点 $A(4, 1)$ 、 $B(7, 5)$ 、 $C(-4, 7)$ ，求角 $A$ 的内角平分线和 $BC$ 边的交点。
2.  $\triangle ABC$ 中， $F$ 点分 $AC$ 成定比 $1:2$ ， $G$ 是 $BF$ 的中点， $E$ 是 $AG$ 与 $BC$ 的交点，且知 $B(-1, 5)$ 、 $C(2, 1)$ ，求 $E$ 点的坐标。
3. 已知三角形的顶点是 $A(5, -1)$ 、 $B(-1, 7)$ 、 $C(1, 2)$ ，求顶角 $A$ 的外角平分线的长度。
4. 矩形 $ABCD$ 内任一点 $P$ ，求证： $PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$ 。
5. 过 $P(3, 0)$ 点作一条直线，使它夹在直线 $2x - y - 2 = 0$ 和 $x + y + 3 = 0$ 之间的线段恰好被点 $P$ 平分，求这条直线方程。
6. 确定当 $m$ ， $n$ 为何值时，二直线 $mx + 8y + n = 0$ ， $2x + my - 1 = 0$   
(1) 平行； (2) 垂直。
7. 三角形两条高线的方程分别为 $2x - 3y + 1 = 0$ 和 $x + y = 0$ ，点 $A(1, 2)$ 是它的一个顶点，求各条边的方程及各内角。
8. 直线 $l_1: 4x + 2y + 2 = 0$ 和直线 $l_2: 2x + 6y + C = 0$ 相交于 $(1, m)$ ，且 $l_2$ 到 $l_1$ 所成角为 $45^\circ$ ，求 $A$ ， $C$ ， $m$ 。
9. 设一直线经过 $(-1, -1)$ ，它被二平行直线 $x + 2y - 1 = 0$ ， $x + 2y - 3 = 0$ 所截线段中点在直线 $x - y - 1 = 0$ 上，求该直线方程。
10. 三角形中有两条高线分别是 $x + 5y - 3 = 0$ ， $x + y - 1 = 0$ ，又知三角形的一个顶点是 $(-1, -4)$ ，求该三角形的面积。
11. 设直线 $l$ 经过 $(2, -3)$ 点，且倾角等于直线 $y = \frac{1}{2}x + 3$ 倾角的2倍，求直线 $l$ 的方程。
12. 已知等腰直角三角形斜边所在直线方程是 $3x - y + 5 = 0$ ，直角顶点是 $C(4, -1)$ ，求其它两边所在直线方程。
13. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点分别是 $A(1, 2)$ ， $B(4, 1)$ ， $C(3, 4)$ ，在 $AB$ 上取一点 $P$ ，使过 $P$ 而平行于 $BC$ 的直线 $PQ$ 恰好把 $\triangle ABC$ 的面积分成等积的两部分，求直线 $PQ$ 的方程。
14. 已知 $\triangle ABC$ 三条边的中点分别是 $(2, 4)$ 、 $(-3, 1)$ 、 $(1, 2)$ ，求三个顶点的坐标。
15. 一条光线经过 $P(2, 3)$ 点，射在直线 $x + y + 1 = 0$ 上，反射后穿过 $Q(1, 1)$ 点，求：  
(1) 光线的入射线和反射线的方程；  
(2) 入射角。
16. 求以直线 $l: x + 2y + 1 = 0$ 为对称轴，直线 $l_1: x - y - 2 = 0$ 的对称直线。
17. 用三条直线 $x + 2y + a = 0$ ， $bx - y + 4 = 0$ ， $dx - cy + 1 = 0$ 围成一个三角形，已知两个顶点坐标是 $(0, 6)$ ， $(2, 0)$ ，求 $a$ ， $b$ ， $c$ ， $d$ 。
18. 当 $m$ 为什么实数时，直线 $(2m^2 + m - 3)x + (m^2 - m)y = 4m - 1$ 分别满足：

- (1) 在  $x$  轴上的截距为 1；  
 (2) 倾角为  $45^\circ$ ；  
 (3) 与  $x$  轴平行；  
 (4) 与直线  $2x - 3y - 5 = 0$  垂直；  
 (5) 与直线  $2x - 3y - 5 = 0$  平行；  
 (6) 与直线  $x - 2y + 6 = 0$  的夹角为  $\arctg 3$ 。
19.  $\triangle ABC$  的两顶点分别是  $A(9, 1)$ 、 $B(3, 4)$ ，且内心为  $G(4, 1)$ ，求  $BC$  边的方程。
20. 已知一条直线的倾角是  $\arcsin \frac{3}{5}$ ，且它与两坐标轴围成的三角形的面积为 6，求此直线方程。

### 复习题一 (B组)

1. 一条直线  $l$  经过  $M(2, 1)$ ，并且与  $x$  轴， $y$  轴正向分别交于  $A$ 、 $B$  两点。
  - (1) 若使  $\triangle AOB$  面积最小，求直线  $l$  的方程；
  - (2) 若使  $|MA| + |MB|$  最小，求直线  $l$  的方程。
2. 设  $a + b$  为定值  $c$  ( $c \neq 0$ )，求证：所有以  $ax + by = 1$  为方程的直线均过定点。
3. 求证：不论  $m$  为什么实数，直线  $(2m - 1)x + (m + 3)y - (m - 11) = 0$  必过定点。
4. 以直角  $\triangle ABC$  的两条直角边  $AC$ ， $BC$  为边各向外侧作正方形  $ACDE$  和  $BCGH$ ，连结  $BE$ ， $AH$  交于  $P$ ，试证  $CP \perp AB$ 。

## 第二章 圆锥曲线

### 一 曲线和方程

#### 习题四 (A组)

1. 已知点  $A(2, 3)$  和  $B(1, -2)$ , 试求:
  - (1) 直线  $AB$  的方程;
  - (2) 射线  $BA$  的方程;
  - (3) 线段  $AB$  的方程.
2. 曲线  $xy = k$  上有点  $A(1, -2)$ ,  $B(x_0, 3)$  和  $C(2, y_0)$ , 试确定  $k$ ,  $x_0$ ,  $y_0$  的值.
3. (1) 已知直线  $l: y = 2x + 1$ , 则点  $P(a, 2a+1)$  与点  $Q(\frac{b-1}{2}, b)$  在直线  $l$  上吗?为什么?  
(2) 若  $M$  是以下曲线上的点, 试用一个字母表示  $M$  点的坐标,
  - ①  $y = 3x - 2$ ;
  - ②  $x - 2y - 1 = 0$ ;
  - ③  $y = x^2$ ;
  - ④  $y^2 = 3x + 1$ .
4. 选择题:
  - (1) 以下各组方程的曲线相同的是 ( )
    - A.  $y^2 = x^2$  与  $y = |x|$ .
    - B.  $y = \sqrt{x^2}$  与  $y = 10^{\lg x}$ .
    - C.  $xy = 1$  与  $y = \frac{|x|}{x^2}$ .
    - D.  $\frac{x}{y} = 1$  与  $\frac{y}{x} = 1$ .
  - (2) 方程  $x + \sqrt{y} = 0 (x \neq 0)$  所表示的图形是 ( )
    - A. 与  $y = x^2$  的图象相同.
    - B. 与  $y = -x^2$  的图象相同.
    - C.  $y = -x^2$  的图象在第四象限的部分.
    - D.  $y = x^2$  的图象在第二象限的部分.
5. 一个半径是  $\sqrt{5}$  的动圆, 恒与直线  $2x - y + 1 = 0$  相切, 求圆心的轨迹方程.
6. 求到  $x$  轴与  $y$  轴的距离之比为  $2:1$  的点的轨迹方程, 并说出它表示什么图形.
7.  $\triangle ABC$  的两个顶点是  $B(-2, 0)$  和  $C(2, 0)$ , 自  $A$  点出发的中线等于定长  $m$ , 求

点A的轨迹方程。

8. 长为 $2a$ （定值）的线段中点为P，将线段的两个端点分别置于二坐标轴的正半轴上，求P点的轨迹方程。
9. 在下表的空格中选择填写：A. 充分且不必要条件；B. 必要且不充分条件；C. 充要条件；D. 既不充分也不必要条件。

序号	M	N	M是N的什么条件
1	$x \neq 0 (x \in \mathbb{R})$	$x^2 > 0$	
2	$b^2 - 4ac < 0$	不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ ( $a \neq 0$ ) 的解集是 $\emptyset$	
3	$\sqrt{\frac{x-1}{x-2}}$ 有意义	$\sqrt{\frac{x-1}{x-2}}$ 有意义	
4	方程 $F(x, y) = 0$ 的常数项不等于零	方程 $F(x, y) = 0$ 的曲线不过坐标原点	
5	整数 $a, b$ 不全是偶数	$a+b$ 是奇数	
6	$\alpha \in \left\{ \left(2k + \frac{1}{2}\right)\pi \pm \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \right\}$	$\alpha \in \left\{ k\pi + (-1)^k \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$	
7	棱柱是直棱柱	棱柱的一条侧棱与底面上的两条棱垂直	
8	函数 $y = f(x)$ 有反函数	函数 $y = f(x)$ 是增函数	
9	$\alpha = \frac{2}{3}\pi$	$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$	
10	$\alpha = \frac{2}{3}\pi$	$\alpha = \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$	

10. 选择题：如果  $\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$ ，那么  $A$  是  $\bar{B}$  的（ ）

- A. 充分条件。 B. 必要条件。
- C. 充要条件。 D. 不充分不必要条件。

11. 求曲线  $x^2 - y^2 + 8x - 6y + 9 = 0$  的横截距  $a$  和纵截距  $b$ 。

12.  $m$  为何值时，直线  $l: x \log_2 m + y + 1 = 0$  与曲线  $C: y = x^2$ ：

- (1) 有两个公共点；
- (2) 有一个公共点；
- (3) 无公共点。

#### 习题四 (B组)

1. 选择题：若命题“坐标满足方程  $F(x, y) = 0$  的点都在曲线  $C$  上”是不正确的，那么下列命题中正确的是（ ）

- (A) 坐标满足方程  $F(x, y) = 0$  的点都不在曲线  $C$  上。  
 (B) 曲线  $C$  上的点的坐标都不满足方程  $F(x, y) = 0$ 。  
 (C) 坐标满足方程  $F(x, y) = 0$  的点有些在曲线  $C$  上，有些不在曲线  $C$  上。  
 (D) 一定有不在曲线  $C$  上的点，其坐标满足方程  $F(x, y) = 0$ 。
2. 已知直线  $l_1: y = \sqrt{3}x$ ,  $l_2: y = 0$ ,
- 求  $l_1$  到  $l_2$  的角的平分线方程;
  - 求  $l_1$  与  $l_2$  的夹角的平分线方程;
  - 求到  $l_1$  与  $l_2$  等距离的点的轨迹方程。
3. 求与两坐标轴距离之和恒等于 1 的点的轨迹方程，画出图形，并求它所围的面积。
4. 过定点  $P(a, b)$  任作两条互相垂直的直线  $l_1$  与  $l_2$ ，分别与  $x$  轴和  $y$  轴交于点  $M$ 、 $N$ ，求线段  $MN$  中点的轨迹方程。
5. 已知点  $A(3, 0)$  和  $O(0, 0)$ ，动点  $B$  在直线  $y = 2x$  上移动，求  $\triangle AOB$  的重心的轨迹方程。
6. 已知定三角形  $ABC$ ，求它的内接矩形（一边在  $BC$  上）的中心的轨迹方程。
7. 若  $0 \leq \theta \leq \pi$ ，试确定  $\theta$  的范围，使得直线  $x\cos\theta + y\sin\theta = 2$  与曲线  $x^2 + 3y^2 = 6$  有公共点。
8. (1) 求直线  $x + y - 1 = 0$  与  $y + 3 = 0$  的交点坐标;  
 (2) 在方程  $(x + y - 1) + \lambda(y + 3) = 0$  中，当  $\lambda$  每取一个确定的实数值时，方程表示一条确定的直线。求证：对于任意的  $\lambda \in R$ ，每一条直线都过定点  $(4, -3)$ ；  
 (3) 求证：方程  $(2 + \lambda)x - (1 + 2\lambda)y - (1 - \lambda) = 0$  所表示的每条直线都过一个定点，并求出此定点坐标。
9. 画出下列方程的曲线：
- |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|
| (1) $y = x$ ;               | (2) $y = \sqrt{x^2}$ ;      |
| (3) $y = (\sqrt{x})^2$ ;    | (4) $y = 2^{\log_4 x}$ ;    |
| (5) $ y  =  x $ ;           | (6) $\log_x y = 1$ ;        |
| (7) $y = \sin(\arcsinx)$ ;  | (8) $y = \arcsin(\sin x)$ ; |
| (9) $\log_x y = \log_y x$ ; | (10) $ x  -  y  = 2$ .      |

## 二 圆

### 习题五 (A组)

1. 写出满足下列条件的圆的方程：
- 圆心在  $y$  轴上，且经过点  $A(3, 2)$  和  $B(-1, 0)$ ；
  - 经过点  $P(8, 3)$ ，且与直线  $x = 6$  和  $x = 10$  都相切；
  - 和两坐标轴都相切，且经过点  $P(-2, 1)$ ；
  - 截  $y$  轴所得的弦长为 16，且切  $x$  轴于点  $P(6, 0)$ ；
  - 以坐标原点为圆心，且截直线  $3x + 4y + 15 = 0$  所得的弦长为 8；