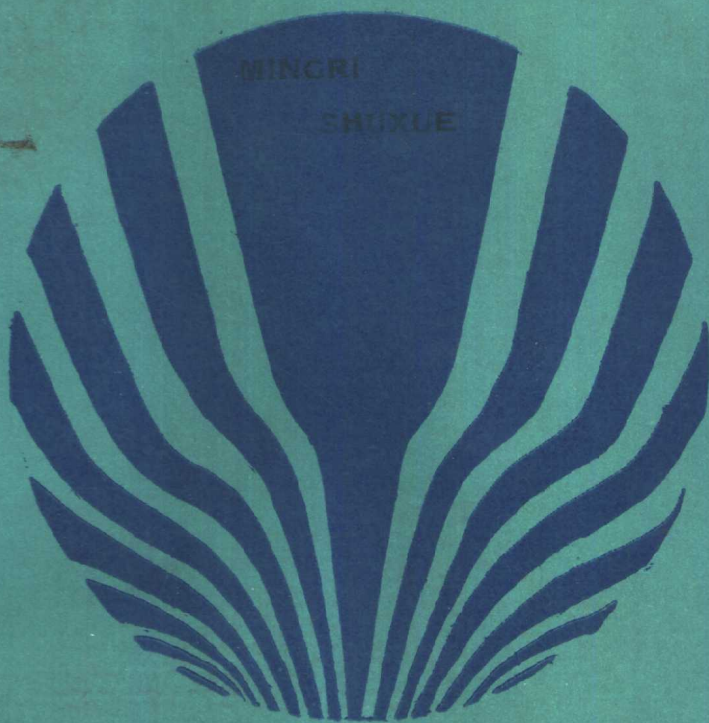


278



明日数学

【美】Lynn Arthur Steen 主编

马继芳 译

明日数学

[美] Lynn Arthur Steen 主编

马继芳 译

华中工学院出版社

Mathematics Tomorrow

Springer—Verlag
New York Heidelberg Berlin

1981 by Springer—Verlag New York Inc.

明日数学

[美] L. A. Steen 主编

马继芳 译

责任编辑 孙加可

华中工学院出版社出版发行

(武昌喻家山)

新华书店湖北发行所经销

华中工学院出版社印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 9.125 字数: 181,000

1987年8月第1版 1987年8月第1次印刷

印数: 1—2 000

ISBN 7-5609-0051-8/O·7

统一书号: 13255—050 定价: 1.90 元

内 容 简 介

“明日数学”是美国现代一些较著名的数学工作者对数学的种种评论的一本汇编，其涉及面较广，除了数学本身的理论问题——如如何理解严格和完美，体系的谐合与杂乱，“好的数学和坏的数学”等等——还涉及到数学对社会，对家庭，对教育体系，对风俗习惯，甚至对妇女的种种影响，其中有的文章读起来饶有风味，读后对美国的数学现状和风土人情可有深一步的了解，对我国教育界也有可借鉴之处，是广大数学爱好者的一本可读的参考书。

引言

目前数学正面临危机，虽然科学与社会对数学教育的需要有增无已，但美国大学生中愿意主修数学的百分率却在急剧降低，入校学生的成绩仍在下降不止。随着核心数学的研究已达到前所未有的高度有力与精致入微的程度，形形色色应用专业的发展，使数学受到四分五裂的威胁，并又常对数学科学本身怀有敌意。

数学中的这些危机，预示着科学和工程中的困难，已在科学界甚至政治界开始引起警惕。最近由美国国家科学基金会和教育部为总统进行的一项研究，警告即将出现群众对科学了解的严重不足。引用他们的话来说，有变成“实际上的科技文盲”和“国家对科学、数学与技术中的优秀人才的赞助减少”的趋势。“今天从事非科学专业的广大人民必须拥有比历史上任何时期都多的技术知识：然而我们的教育系统尚未提供这样的知识。”该研究进而得出结论，目前的趋势造成数学科学和工程科学中人力缺乏的巨大风险。“将来科技人员的来源有变得……愈来愈小的危险，尽管对这种人员的需要有增无减。”是需要认真考虑明日数学的时候了。

这本文集仔细考查了未来数学的可能形式，是《今日数学》的续编，那是三年前由数学联合规划委员会和数学科学讨论会在国家科学基金会的资助下编写的。虽然《明日数学》承续了《今日数学》的主题，但在许多方面和它有差异。最重要的是，《明日数学》是关于在最近的将来数学研究与数学教育应当采取什么方针的意见和预测的文集。它不是讨论会或数学联合规划

委员会的规划；这两个组织对这本书所发表的意见不负任何责任。《明日数学》是一些个人作品，不是数学机构的官方言论。

投稿本书的数学家都是经验丰富的教师和学者，代表数学界各式各样的单位。他们以个人的名义在这里讲话，深深关心数学与数学教育的发展。有些人为了彻底改革而争辩，他们引用突然爆发的对数学模型和对离散的、以计算机为基础的数学需要为论据。另一些人强调保留数学传统价值的重要性：作为纯粹结构的表达形式，为科学提供必要的逻辑和可贵的比喻。大家一致关心我们把数学的性质和价值传授给学生的方式。明天的数学就是今天的数学教育。

我们以反映纯粹数学与应用数学之间古老的对立观点来探讨数学的性质，作为本书的开端。这种对立的观点，是数学具有双重性的生动表现。数学既是优美的又是有力的；它的真理标准既是审美的又是实用的；它的确是艺术与科学的结合。然而许多研究数学或使用数学的人对这些特点有不同的感觉。

在第一部分里，保罗·哈尔莫斯、杰丽·金、和蒂姆·波斯顿重述——用十分不同的方式——永恒真理与抽象美的重要性。哈尔莫斯说，数学是宇宙“惊人复杂的”逻辑结构；金说，数学的“审美价值”和音乐、诗歌的同样明确；波斯顿说，数学是象音乐那样清彻悦耳的“智力谐和。”对这几位作者来说，数学不同于应用数学，就象诗歌不同于枯燥无味的法律条文。

另一方面，杰罗姆·斯帕尼尔争辩说，数学的威力并没有被它的内在结构充分显示，“解方程”不同于解决问题。对斯帕尼尔来说，数学不是孤立的智力结构，而是科学模型建立的一部分普通程序。按照阿伦·塔克的说法，今天实用主义的学生实际上是“用脚选举”——本末倒置的，他们的主要智力营养是从数学科学生气勃勃的新应用领域中吸取的。的确，现

代科学为数学有规律地提供新的问题与富有成果的结构。在第一部分最后一篇文章里，威廉·卢卡斯探讨这种发展的新成分时证明，例如决策科学，现在正准备向数学提出复杂的任务，很象一百年前物理学所提出的任务。数学的性质继续被它从现代科学中接受的问题类型所左右。

纯粹数学与应用数学之间的紧张状态，既不新鲜，也不令人遗憾。实际上，这种紧张是新数学的主要来源，因为理论首先赶上实践，然后实践又赶上新的理论。这种模式和数学本身一样古老。希腊对圆锥曲线纯形式的研究，导致两千年后行星轨道的科学模型，而古埃及的商业算术，现代已在 G.H. 哈代自诩为数学中最无用的数论中导致深奥的成果。这些古老的例子，说明纯粹数学和应用数学，以及它们的结合，都具有不可否认的威力。在现代的数学里，类似的例子更是不胜枚举：最近创造的图与矩阵的抽象理论，能设计出计算机系统，使我们的生活方式与工作方式发生革命，而计算机革命本身正在产生全新的“纯粹”数学研究，例如数据结构与算法分析。

关于数学理论及其应用的蓬勃发展，值得报导的是，有这么多的公民或者对它了如指掌，或者对它畏若虎狼。随着科学与社会对数学成果的依赖愈来愈多，我们听到的对数学的忧虑、恐惧和无知，也愈来愈多。当对数学教育的需要增加时，学习成绩与学习态度反而似乎都变得每况愈下，今不如昔。的确，上面引用为总统作的研究报告说，只有三分之一的美国学校区需要毕业生学一年以上的数学。“十年级以后，从来没有这么多的学生退出科学与数学课程，并且这种趋势毫无减弱的迹象。”目前数学的真正危机是数学教育如此虚弱。很难看出在这种情况下怎样才能恢复数学本身的健康。

彼得·希尔顿在数学教学这一部分的第一篇文章里争辩

说，逃避数学不是病态：它是对传统小学数学课程“完全健康的”反应，这种课程一而再、再而三，不得要领，枯燥无味，实在可怜。今天的教师就是昨天的学生，如同今天的学生将是明天的教师。因此忧虑产生忧虑，循环不已。安乃丽·拉克斯和久莲娜·格罗特在这一部分的第二篇文章里报告说：“教师愈是忧虑，他愈是会退回到死记硬背、生搬硬套的教学老路上去。”拉克斯与格罗特继续争辩说，数学教学应当培养分析思维与启发思维生动的相互作用。阿贝·申尼泽在下一篇文章里提供许多例子，说明如何在适当的课文里插入标题，能把数学教成启发式和发展式的。哈罗德·爱德华兹在“读名家著作！”里提醒我们，历史是个重要而又常被忽视的来龙去脉。“历史塑造了我们的现状，它是我们关于什么是将来可能的最好信息来源。”

可是，尼罗·科布利茨却指明数学威力被误用。他说明用宣传家巧妙编造的例子，数学如何容易混淆事实而不是澄清事实，容易恐吓群众而不是帮助群众，或者“散布精确与深奥的假象”。科布利茨的文章提出许多数学教育问题，不仅是教育公民的目标要达到不易受数学或统计花招欺骗的程度而已。

这一部分的后四篇文章，较多论及数学教育的外围而不是它的内容。三位有经验的数学出版者——瓦尔特·考夫曼-布赫勒、克劳斯和阿莉斯·彼得斯——对书籍出版者的作用在电子编辑与家用计算机时代如何改变的问题，提出推测的然而严肃的意见。唐纳德·阿尔伯斯和乔治·米勒报告关于二年制大学中数学教育的前景，现在这种大学招收高等教育全部学生的一半以上。这些学校的师资问题是严重的。大约一半的数学教师是兼职的，很少对课程发展与专业成长是积极的，大多数人已进入中年，对他们的学生已在经历的数学科学革命毫无准备。

根据大家所说的已经十分清楚，要想使数学教师迎接为八十年代的学生进行新教学这一特殊的战斗任务，就需要切切实实地对教师们进行帮助。E.P. 迈尔斯在第二部分的最后一篇文章里，详述美国国家科学基金会对教师训练及课程发展的支援上是在如何起伏涨落的。最多时——六十年代初苏联人造地球卫星上天以后的一段时期——国家科学基金会的资金在研究与教育之间差不多是平分秋色的。现在科学教育占国家科学基金预算不到十分之一，这也许是国家长期疏忽的反映，已造成当代美国数学教育特有的恐惧、忧虑和成绩降低。拿美国的数学教育成绩与苏联的对比（根据最近艾萨克·韦尔扎普给国家科学基金会的一份报告）揭示，在微积分、物理、化学中达到一般科学教育水平的青年人数比，苏联和美国约为20:1。前述为总统作的研究报告中强调这种担心：“在我们的学校中对科学和数学教育重视的下降，与其他工业化国家形成鲜明的对比。日本、德国和苏联对他们的公民全部提供严格的科学与数学训练。”

美国在计算机科学和工程方面的人力缺乏，可能使今后几年对数学教育的支持模式发生一些变化。但是甚至连这个可能的变化也未必能挽回教师经常从学校的教室里远走高飞。1980—1981年里，几乎有25%的美国数学教师位置是由没有合格证书的教师填补的。这种合格中学数学教师的缺乏，可能在八十年代变得戏剧性地更加严重起来，因为大学毕业生和有经验的教师，都向计算机与高级技术工业待遇较高的职业中转移。

我们看到的《明日数学》第三部分，从三种观点来检查我们时代最令人头疼的一个问题——青年女子从学校的科学与数学课程中惊人的退出率。艾琳·彦妮和阿莉斯·夏弗检查数学在职业选择中所起的“临界筛选”作用。“无论你是否喜欢，数学总是敞开职业大门的。”然而女生在数学学习才能测验

(SAT)中的分数平均低于男生 50分^①，在象微积分这样的课程里，女生与男生听课人数之比只有大约1：4，并且上升很慢。为了替我们现在的关注提供一个情况，夏弗在她的文章里详述六位杰出女数学家的波折和成就：有几位被拒绝进入大学，有几位虽被录取但又拒绝给她们学位，她们全部被拒绝担任她们完全能够胜任的工作。玛丽安·波尔-埃尔用她透露一位当代女数学家或科学家面临家庭与事业矛盾的个人报导，提供了一个现代的反例。正如这些文章所强烈呼吁的那样，对我们现在缺乏有数学训练人员的一个回答是，更充分地利用妇女的科学数学才能。

在最后一部分里，我们提供对明日数学的各种看法，对怎样才能把数学发展成为不同数学科学的一个松散集团的意见。近几年来，曾有一种力量联合起来把数学深深地推入各种应用的专业：计算机的兴起，当代学生的实用主义，新近数量化科学的需要，和对偏重理论的“新数”公众认为是过分和失败的反映。由于这些以及其他理由，应用已成为实际上所有当代课程改革的主流。

最后部分的第一篇文章是罗斯·芬尼写的，用大学生数学应用设计机构(UMAP)编写的一些新的组合式补充教材，提供简单而有效的应用数学例题。芬尼的例题证明，不仅能以有兴趣的方式来使用数学——他引用血液流通量的测定、监狱守卫调度、议会选举分析——也不仅数学教学使用这样的例子可以做得更加引人入胜，而且真正的应用数学取决于典型课本问题中很难找到的那些策略和判定。

下面的四篇文章详细讨论应用数学的四个特殊领域：安东

① SAT 测验总分 1600 分。——译注

尼·拉尔斯顿介绍离散组合数学的主要新领域，是今天计算机环境中兴旺发达的土地。拉尔斯顿建议，离散数学是我们时代的范例，正如微积分之于上一世纪那样。采纳这个建议，保罗·博格斯讨论数学软件的独特作用，作为产品，能够展览，甚至出售：软件是数学与计算机的一种重要的共生现象，具有经济价值，易于验证，并且几乎是有形的东西。

哈特利·罗杰斯、蒂姆·罗伯逊和罗伯特·霍格讨论数学的两个近亲：物理学和统计学。尽管方法十分不同，都对发展可贵的数学洞察力有贡献。这些领域与数学之间的演化关系，将对下一年代数学教育性质的形成有重大关系。最后，梅纳德·汤普森检查数学与科学之间的一般关系，特别着重于成熟的自然科学的数学模型建立与新生的生命科学与社会科学的模型建立之间的差异。

这些文章提供的数学观点，就象慢动作爆炸的开始。核心数学纯理智能量释放出来的巨大威力，正在每一方向上推动数学思想的发展，当新思想的浪潮涌过邻近的科学领域时，它们被放大和改造，以便适应新的知识本体和新的研究方法。虽然这些力量最终将变成科学的组成部分，但现在它们仍是应用数学的一个变动的、翻腾的、混乱的部分。然而核心数学中的能量仍和以往同样巨大，尽管这些日子很少人深入核心。谁能揭露强有力的新结合，谁就能统一核心数学的中心概念。这个新的统一——在《今日数学》里讨论的比本书多——保证智力的无限延续，给应用数学目前的蓬勃发展以新的原动力。明日数学的任务就是要驾驭这个力量，并保证下一代能有效地尽其所长。

林思·阿瑟·斯蒂思

明尼苏达，诺斯菲尔德

1981年1月

• VII •

目 录

引 言

第一部分 什么是数学？(关于数学性质的争论)

应用数学是坏数学.....(2)

解方程还不是解决问题.....(17)

意想不到的数学艺术.....(25)

修订数学专业课程.....(36)

应用中的纯净.....(47)

发展与新的直观：我们是否能迎接挑战？.....(55)

第二部分 教数学与学数学(关于数学教育问题)

避免逃避数学.....(74)

学数学.....(86)

教数学.....(100)

读名家著作！.....(111)

作为宣传的数学.....(118)

数学家喜欢书籍.....(131)

苦闷彷徨的教师.....(138)

初级大学都已成长起来了.....(145)

国际科学基金会(NFS)对数学教育的支持.....(150)

第三部分 平等问题(关于数学的妇女问题)

真正的能源危机.....(167)

妇女与数学.....(179)

家庭生活的空间隔离：一位数学家的选择.....(204)

第四部分 明日数学(关于未来数学的推测)

大学生的数学应用.....(216)

微积分的衰落——离散数学的兴起.....(234)

数学软件：怎样出售数学.....(244)

物理与数学.....(254)

阅读、书写与统计.....(261)

科学中的数学化.....(268)

第 一 部 分

什么是数学？

(关于数学性质的争论)

应用数学是坏数学

保罗 R. 哈尔莫斯

〔作者简介：保罗 R. 哈尔莫斯 (Paul R. Halmos)，印第安纳大学数学名教授，当选《美国数学月刊》编辑，伊利诺斯大学哲学博士，任教伊利诺斯、西拉加斯、芝加哥、密执安、夏威夷和山打巴巴拉大学。出版过许多书籍和近百篇论文，担任许多杂志和丛书的编辑。曾获美国数学协会乔文奈特奖，两次获莱斯特·福特数学研究奖。主要数学兴趣在于测度论与遍历性理论、代数逻辑和希尔伯特空间算子。〕

这不是真的(就是说，应用数学并不真是坏数学)，不过是说它和数学有区别。

乍听起来好象是我一开头故作惊人之谈以引起你的注意，目的达到之后，马上改口，自食其言，换个说法以求化敌为友，不是吗？根本没有那么回事！“化敌为友”的说法会“化友为敌，”信不信由你；一大批人提出严重抗议：它(指应用数学)没有什么不同的地方，它和纯粹数学完全一样，谁要不是这样讲，也许他是一个反动的保皇党！

如果你不是一位专业数学家的话，当你得知(按照某些人的说法)有许多不同种类的数学，而且各有一点东西足以使你入迷，你会感到惊奇。有许多，有一点；接下去就是一个堪称数学社会学的论题：纯粹数学与应用数学的区别何在？数学家们对这个分裂的感想如何？到下个世纪它会变成什么样子？

什么是数学？

关于数学包括些什么和不包括什么，从来没有一点疑问，但是要想找出确切的字句来描述它到底是什么却不是那么容易的事，何况在许多讨论里都不把数学说成一个整体，而是一分为二，而且分的方法也很不一致；分法虽多，但每个分法里都有两类数学。

有些分法是众所周知的，有些是比较生疏的。数学研究大小与形状，或者换个说法，数(算术)与形(几何)；它可以是分散的，也可以是连续的；有时是有限的，有时是无穷的。最苛刻的划分是：有些数学是纯粹的(无用的?)，有些是应用的(实际的?)。尽管分法各异，但并非全无联系。然而这些分法不是势均力敌的；比如，大小与形状的划分，比起纯粹与应用来，是远远不够旗帜鲜明，不够针锋相对的。

没有人会在香草冰淇淋与巧克力之间被迫作出一劳永逸的抉择，甚至两者可以兼而有之，混在一起吃，但是大多数人还是只要其中之一。数学家也有类似的(先天的?)口味差异。没有人必须决定永远只喜欢代数(离散的)或只喜欢拓扑(连续的)，甚至还有称为代数拓扑和拓扑代数的流行学科。但是大多数数学家事实上的确是强烈地或者偏向离散的，或者是偏向连续的。

正方形与球

继续空谈数学及其各部分而不查看几个良好的具体实例，那是令人遗憾的，但是真正的例子太专门化，不宜在这里讲。这里有两个假造的例子(有些缺点，需要解释)。

假设你要铺一间完全正方形房间的地板，用大小不同的方

砖，能不能恰好铺满？换句话说，能不能用一定数量边长各不相同的较小正方形把一个大正方形无重叠地覆盖上？这是一个不易回答的问题。

还有另一个难题：假如你有一个象篮球那样的完全球面，你能在它上面标出最少的点使每一点和一个已知点的距离在 1 寸之内吗？换个说法，怎样才是在地球上分布电视转播站最经济的方式？

正方形的例子是和数量(数)有关还是和形状(形)有关呢？答案是二者兼而有之，球面的例子也是如此。在这方面，两例给出清楚的图象：混合型比任一极端更容易出现(而且总是更令人感兴趣)。然而两例有不同的风格：正方形的例子更接近于算术的、离散的、有限的、纯粹的，而球面的例子则倾向于几何的、连续的、无穷的、应用的。

正方形问题多少有点趣味，曾经几次受到专业文献的注意，但并未真正博得大多数数学家的重视。原因并不是由于在词的实际意义上它显然无用，而是由于它脱离大部分其他数学，需要用专为这个问题设置的解法来解决，在这个意义上来说，它过于特殊(渺小？平凡？)。它实在不是纯粹数学的一个好例题。

另一方向，球面问题却有许多实际的应用，但尽管如此，它也不是应用数学的好例题，比起大多数应用问题来它太容易(太单纯)，特别是它不包含运动，而运动却在应用数学的经典概念中扮演主要的角色。

尽管如此，这两个例子在这里还是有价值的，讨论进行下去，会帮助你把它们记在心里。