



附：流体力学及泵与风机自学考试大纲

流体力学及泵与风机

组编 / 全国高等教育自学考试指导委员会
主编 / 王松岭 安连锁

全国高等教育自学考试指定教材

电厂热能动力工程专业

(独立本科段)

中国电力出版社

197445

O35
W353

全国高等教育自学考试指定教材

电厂热能动力工程专业(独立本科)

流体力学及泵与风机

(附:流体力学及泵与风机自学考试大纲)

全国高等教育自学考试指导委员会 组编

王松龄 安连锁 主编

中国电力出版社

197445

O35
W353

全国高等教育自学考试指定教材

电厂热能动力工程专业(独立本科)

流体力学及泵与风机

(附:流体力学及泵与风机自学考试大纲)

全国高等教育自学考试指导委员会 组编

王松龄 安连锁 主编

中国电力出版社

内 容 提 要

本书分上下两篇,共有八章。内容包括:流体运动和流体动力学基础,不可压缩流体有旋流动和二维势流,不可压缩流体二维边界层基本理论,机翼和叶栅工作原理,可压缩流体一维高速流动,相似原理与量纲分析;叶片式泵与风机的基本理论,泵与风机的运行及工况调节。各章均有一定数量的例题和习题。

本书为高等教育自学考试热能动类专业流体力学及泵与风机课程(独立本科)的教材,也可作为高等函授热能动类专业专升本教材以及有关工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

流体力学及泵与风机/王松岭,安连锁主编.-北京:
中国电力出版社,1999

全国高等教育自学考试指定教材 电厂热能动专业:
独立本科

ISBN 7-5083-0085-8

I. 流… II. ①王… ②安… III. ①流体力学-高等教育-自学考试-教材 ②泵-高等教育-自学考试-教材 ③风机-高等教育-自学考试-教材 IV. 035

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 30134 号

中国电力出版社出版

(北京三里河路 6 号 100044 http://www.cepp.com.cn)

北京市鑫鑫印刷厂印刷

*

2000 年 10 月第二版 2000 年 10 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 20 印张 446 千字

印数 0001—8000 册 定价 31.00 元

版 权 专 有 翻 印 必 究

本书如有质量问题,请与教材供应部门联系。

组 编 前 言

当您开始阅读本书时，人类已经迈入了 21 世纪。

这是一个变幻难测的世纪，这是一个催人奋进的时代。科学技术飞速发展，知识更替日新月异。希望、困惑、机遇、挑战，随时随地都有可能出现在每一个社会成员的生活之中。抓住机遇，寻求发展，迎接挑战，适应变化的制胜法宝就是学习——依靠自己学习、终生学习。

作为我国高等教育组成部分的自学考试，其职责就是在高等教育这个水平上倡导自学、鼓励自学、帮助自学、推动自学，为每一个自学者铺就成才之路。组织编写供读者学习的教材就是履行这个职责的重要环节。毫无疑问，这种教材应当适合自学，应当有利于学习者掌握、了解新知识、新信息，有利于学习者增强创新意识、培养实践能力、形成自学能力，也有利于学习者学以致用、解决实际工作中所遇到的问题。具有如此特点的书，我们虽然沿用了“教材”这个概念，但它与那种仅供教师讲、学生听，教师不讲、学生不懂，以“教”为中心的教科书相比，已经在内容安排、形式体例、行文风格等方面都大不相同了。希望读者对此有所了解，以便从一开始就树立起依靠自己学习的坚定信念，不断探索适合自己的学习方法，充分利用已有的知识基础和实际工作经验，最大限度地发挥自己的潜能达到学习的目标。

欢迎读者提出意见和建议。

祝每一位读者自学成功。

全国高等教育自学考试指导委员会

1999 年 7 月

编 者 的 话

本教材是根据全国高等教育自学考试指导委员会、中国电力企业联合会文件精神，依照高等教育自学考试电厂热能动力工程专业考试计划和电厂热能动力工程专业本科段课程自学考试大纲及自学教材编前工作会议（1997年10月）的要求，按关于《流体力学及泵与风机》课程的说明所编写的。

流体力学是力学的一个重要分支，在许多工业技术中有广泛的应用，如水利工程、电力工程、环境工程、航空与航天、流体机械、流体输运、换热、燃烧及气动噪声等；泵与风机是流体输运的动力机械，是发电厂实现动力循环的重要组成部分，其安全经济运行对电厂的安全经济发电起着重要作用。流体力学及泵与风机作为动力类专业的一门技术基础课程，一方面要加强理论基础，使学生能系统地、全面地掌握这门课程的基本概念、基本理论和基本方法；另一方面还要注意理论和实际的结合，培养学生分析问题、解决问题的能力。为此，本教材在选材编排和阐述上作了适当调整，力求满足上述要求。

由于本教材是为电厂热能动力工程专业独立本科段编写的，其自学者为本专业或动力工程类专业专科及机械工程类专业专科毕业生，而在专科段，工程流体力学作为其技术基础课已学过。因此，按照关于本科段该课程的说明要求，教材的起点略高些。如：流体的物理性质、流体静力学、管流损失和管路计算的内容没有独立成章进行详细阐述，但注意了一些基本概念的回顾和教材体系的完整性、教学内容的系统性。

本课程作为技术基础课程，只能讲述基本的共同的流体流动规律。因此在学习本课程时，应着重掌握流体力学、泵与风机的基本概念、基本原理、基本计算方法和实验技能，为学好后继课程，为更好地从事电力生产和热力设备、热力系统的技术改造，为进一步研究两相流动和流体在热力设备中的流动规律打下扎实的基础。

本教材共有八章，分上下两篇。上篇（第一章至第六章）为流体力学部分，下篇（第七、八章）为泵与风机部分。各章内容依次为：流体运动和流体动力学基础，不可压缩流体有旋流动和二维势流，不可压缩流体二维边界层基本理论，机翼和叶栅工作原理，可压缩流体一维高速流动，相似原理与量纲分析，叶片式泵与风机的基本理论，泵与风机的运行及工况调节。

本教材采用的是我国法定计量单位，国际单位制（SI）是我国法定计量单位的基础。为便于进行新旧单位换算，现将与流体力学、泵与风机有关的法定计量单位和非法定计量单位的对照表列于附录I，以备查阅。

本教材的第一、二、三、四章由王松岭编写；第五、六章由傅松编写；第七、八章由安连锁、吕玉坤编写。王松岭、安连锁任主编，全书由东北电力学院周云龙教授主审。

在本教材的编写过程中，周云龙教授、李晓芸教授和王本友副教授均提出了许多宝贵意见，在此表示衷心感谢。

限于编者水平，教材中难免会有疏误和不妥之处，恳切欢迎读者指正。

编 者

1999 年 1 月

目 录

组编前言

编者的话

上篇 流 体 力 学

第一章 流体运动和流体动力学基础	1
第一节 流体运动的连续性方程.....	1
第二节 流体微团运动分析.....	4
第三节 理想流体运动微分方程.....	9
第四节 理想流体运动微分方程的积分方程	11
第五节 黏性流体中的应力分析	15
第六节 不可压缩黏性流体运动微分方程	18
第七节 能量方程	24
习题	30
第二章 不可压缩流体有旋流动和二维势流	32
第一节 有旋流动的几个基本概念	32
第二节 旋涡运动定理	36
第三节 有势流动的速度势函数	40
第四节 流函数	42
第五节 几种简单势流流动	46
第六节 平面势流的叠加流动	53
第七节 绕圆柱体有环量的流动	56
习题	60
第三章 不可压缩流体二维边界层基本理论	63
第一节 边界层的基本概念	63
第二节 不可压缩流体层流边界层方程	66
第三节 边界层动量积分方程	69
第四节 边界层的位移厚度和动量损失厚度	71
第五节 平板层流边界层近似计算	74
第六节 平板紊流边界层近似计算	76
第七节 平板混合边界层近似计算	80
第八节 边界层分离现象	82

第九节 绕流阻力与阻力系数	84
第十节 卡门涡街	89
第十一节 球形物体的自由悬浮速度	91
第十二节 紊流射流	94
习题	99
第四章 机翼和叶栅工作原理	102
第一节 机翼的几何特性	102
第二节 翼型升力原理	103
第三节 翼型的气动特性	105
第四节 叶栅的几何参数	106
第五节 叶栅工作原理	107
习题	110
第五章 可压缩流体一维高速流动	112
第一节 微弱扰动波的传播	112
第二节 气体一维定常流动	116
第三节 一维定常等熵变截面管流	122
第四节 一维流动中的正激波	127
第五节 超声速气流的小角折转流动	135
第六节 斜激波	138
第七节 缩放喷管的非设计工况流动	142
习题	143
第六章 相似原理与量纲分析	145
第一节 流动相似的概念	145
第二节 相似原理	147
第三节 量纲分析与 π 定理	152
习题	156
流体力学自测题 I	158
流体力学自测题 II	159

下篇 泵 与 风 机

第七章 叶片式泵与风机的基本理论	161
第一节 概述	161
第二节 泵与风机的主要性能参数	162
第三节 流体在叶轮内的流动分析	166
第四节 叶片式泵与风机的能量方程式	171
第五节 叶轮叶片的出口安装角	175

第六节 叶轮叶片数有限时的理论能头·····	178
第七节 泵与风机内的损失和效率·····	183
第八节 轴流式泵与风机的机翼理论简介·····	191
第九节 叶片式泵与风机的性能曲线·····	195
第十节 泵与风机的运行工况点·····	204
第十一节 叶片式泵与风机的相似定律及其应用·····	208
第十二节 比转速·····	220
第十三节 泵内汽蚀·····	226
习题·····	237
第八章 泵与风机的运行及工况调节·····	239
第一节 泵与风机的串联、并联运行·····	239
第二节 泵与风机的运行工况调节·····	242
第三节 泵与风机运行中的几个问题·····	253
第四节 泵与风机的选择·····	263
习题·····	268
泵与风机自测题 I ·····	270
泵与风机自测题 II ·····	270
附录 I 惯用的非法定计量单位与法定计量单位换算表·····	272
附录 II 常用单位换算·····	273
附录 III 水的物理性质·····	275
附录 IV 空气的黏度与温度的关系·····	276
附录 V 泵与风机的型号编制·····	276
附录 VI 几种泵的系列型谱·····	280
参考文献·····	282
后记·····	283
附：流体力学及泵与风机自学考试大纲·····	285

第一章 流体运动和流体动力学基础

流体运动学和流体动力学是流体力学中重要的基础内容，在专科段的工程流体力学教材中分别按章介绍了上述部分内容，因此关于流体运动的一些基本概念、动量方程和动量矩方程等这里不再赘述。为了便于学习和教材体系的完整，本章先介绍流体运动的连续性方程、流体微团的运动分析，进而建立理想流体的运动方程和黏性流体的运动微分方程，为后续内容奠定理论基础。

第一节 流体运动的连续性方程

连续性方程是质量守恒定律在流体力学中的具体表现形式。之所以称作流体运动的连续性方程，是因为它是在流动连续的条件下推导出来的。连续性方程在流体力学中占有重要地位，它与后面介绍的流体运动微分方程一起，构成了研究流体运动规律的基本方程。下面推导这一方程。

在充满运动流体的空间，任取一微元正交六面体作为控制体，如图 1-1 所示。该六面体边长分别为 dx 、 dy 、 dz ，形心坐标为 $M(x, y, z)$ ，并假定在 M 点流体的密度为 ρ ，速度为 $\vec{v}$ 且在 x 、 y 、 z 三个坐标轴方向的分量依次对应为 v_x 、 v_y 、 v_z ，则 ρv_x 、 ρv_y 、 ρv_z 分别为沿三个坐标方向单位时间内通过单位面积的流体质量。为简单起见，图中只标出了单位时间内沿 x 方向流出与流入控制体的流体质量情况。考虑到控制体的体积相对于坐标系是固

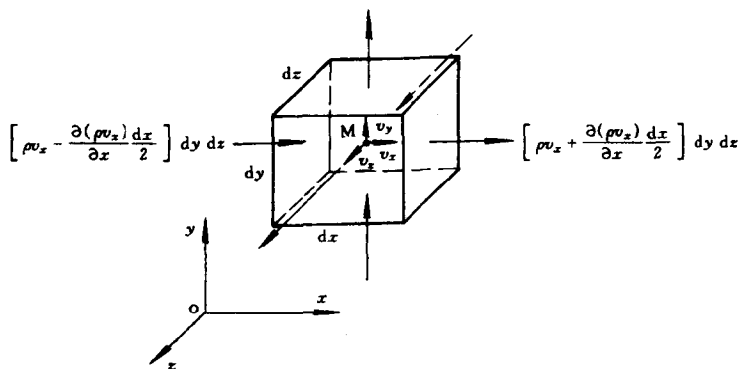


图 1-1 推导微分形式的连续性方程用图

定不变的，而运动的流体又是连续地充满整个流动空间，即在同一时间内连续不断地流进流出控制体的表面——控制面，因此根据质量守恒原理，下面等式成立，即：

单位时间内流出控制面的流体质量—单位时间内流入控制面的流体质量=单位时间内控制体内流体质量的减少量。

由图可见，在 x 轴方向从左侧微元面积 $dydz$ 每秒流入控制体的流体质量为

$$\left[\rho v_x - \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dydz$$

从右侧微元面积 $dydz$ 每秒流出控制体的流体质量为

$$\left[\rho v_x + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dydz$$

于是，沿 x 轴方向每秒流出与流入控制面的流体质量差值为

$$\left[\rho v_x + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dydz - \left[\rho v_x - \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dydz = \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} dx dydz$$

同样可得沿 y 轴和 z 轴方向每秒流出与流入控制面的流体质量差值分别为

$$\frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} dx dydz, \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} dx dydz$$

则每秒流出微元六面体控制面与流入微元六面体控制面的流体质量的差值为

$$\left[\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \right] dx dydz$$

上式表明，单位时间内流出微元控制面的流体质量比流入的多，根据流动连续的条件和质量守恒原理，这部分多流出的流体质量应当等于单位时间内该微元六面体内流体质量的减少量。设在微元六面体内，某时刻 t 所包含的流体质量为 $\rho dx dydz$ ，而在 $(t+dt)$ 时刻的流体质量为 $\left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} dt \right) dx dydz$ ，所以在单位时间内微元六面体内流体质量的减少量为 $\left(-\frac{\partial \rho}{\partial t} dx dydz \right)$ 。实际上，当流出控制体的流体质量大于流入时，控制体内的流体密度必然减少。

将上述结果合并为一式，则有

$$\left[\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \right] dx dydz = - \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dydz$$

方程两边同除以微元体的体积 $dx dydz$ 并移项，整理得

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0 \quad (1-1)$$

式 (1-1) 即为可压缩流体非定常三维流动的连续性方程。对于定常流动， $\partial \rho / \partial t = 0$ ，式 (1-1) 可简化为

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0 \quad (1-2)$$

对于不可压缩流体的定常或非定常流动， ρ 等于常数，式 (1-1) 简化为

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (1-3)$$

上式表明,对于不可压缩流体的流动,三个轴向速度分量沿各自坐标轴的变化互相约束,而不能是任意的。换句话说,对于不可压缩流体,单位时间内流入与流出某个特定空间的流体体积相等。

对于二维定常流动,式(1-2)和式(1-3)为

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} = 0 \quad (1-4)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (1-5)$$

对于一维定常流动的连续性方程,进行下列简要推导说明。在充满运动流体的空间任取一流管,如图1-2所示。由质量守恒原理和流动的连续性条件可知,在定常流动情况下,通过流管的任一过流断面的质量流量相等。这是由于流体不能通过流管的侧表面流入或流出,若流过任两个过流断面的质量流量不相等,势必引起这两个过流断面间流管中的流体质量增加或减少,这与定常流动的条件相矛盾。因此得出:在定常流动时,通过流管的任一过流断面的质量流量保持不变。

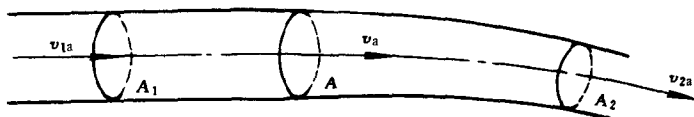


图 1-2 推导总流的连续性方程用图

设流管某处过流断面的面积为 A , 该处的流体密度为 ρ , 断面 A 上的平均流速为 v_a , 于是, 一维定常流动的连续性方程为

$$q_m = \rho v_a A = C \quad (1-6)$$

或
$$\rho_1 v_{1a} A_1 = \rho_2 v_{2a} A_2 \quad (1-7)$$

对于不可压缩流体 ($\rho = \text{const}$), 连续性方程可表述为: 通过流管的任一过流断面的体积流量保持不变。简化式(1-6)和式(1-7)得

$$q_v = v_a A = C \quad (1-8)$$

或
$$v_{1a} A_1 = v_{2a} A_2 \quad (1-9)$$

上述式(1-6)~式(1-9)中: q_m 为质量流量, kg/s ; q_v 为体积流量, m^3/s 。其他参数 v_a 、 A 、 ρ 的计量单位分别为 m/s 、 m^2 、 kg/m^3 。

在此应指出: ①由于连续性方程是流体运动学方程, 在推导过程中未涉及流体的受力情况, 故对理想流体和黏性流体均适用。②不可压缩流体是流体质点的密度在运动过程中不发生变化, 其数学表达式为 $d\rho/dt=0$, 严格地讲, 只有均质不可压缩流体, 其密度 $\rho = \text{const}$ 才成立。而不可压缩流体的密度并不一定都处处相等。但为了叙述和数学处理上的方便, 这里不再加以区分。

以上导出的微分形式的连续性方程是建立在直角坐标系下的, 为满足今后进一步学习有关叶轮机课程的需要, 下面给出圆柱坐标系下的微分形式的连续性方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_r)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho v_\theta)}{r \partial \theta} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} + \frac{\rho v_r}{r} = 0 \quad (1-10)$$

式中: v_r 为径向速度, v_θ 为周向速度, v_z 为轴向速度。式 (1-10) 为一般情况下的连续性方程。对于定常流动, $\partial\rho/\partial t=0$; 对于不可压缩流体, $\rho=\text{const}$; 对于不可压缩流体的二维流动 (平面流动), $\partial\rho/\partial t=0$, $\partial v_z/\partial z=0$ 。读者可自行简化式 (1-10), 这里不再叙述。

第二节 流体微团运动分析

由《工程流体力学》(专科) 可知, 流体由于具有易变形的特性 (易流动性), 因此流体运动要比工程力学中讲述的刚体的运动复杂得多。一般情况下, 刚体的运动可以分解为移动和转动, 而流体运动不但可分解为移动和转动, 还有变形运动。下面以流体微团的运动过程为例, 来分析流体运动的分解及其力学意义和数学表达式。

一、表示流体微团运动特征的速度表达式

在运动流体中, 于时刻 t 任取一正交六面体流体微团, 其边长分别为 dx 、 dy 、 dz , 如图 1-3 所示。当选取该流体微团上的 $F(x, y, z)$ 点为参考点时, 则该点的速度分量分别为 $v_x(x, y, z)$ 、 $v_y(x, y, z)$ 、 $v_z(x, y, z)$, 其他各点的速度均可利用泰勒级数展开并略去二阶及以上小量得到。因此 $C(x+dx, y+dy, z+dz)$ 点的速度分量可表示为

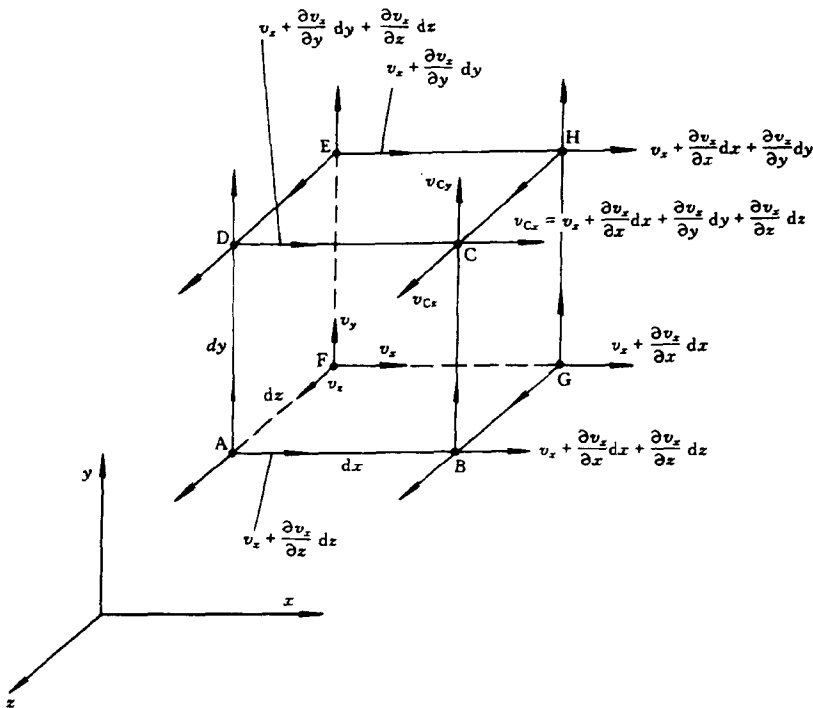


图 1-3 分析流体微团运动用图

$$v_{Cx} = v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x}dx + \frac{\partial v_x}{\partial y}dy + \frac{\partial v_x}{\partial z}dz$$

$$v_{Cy} = v_y + \frac{\partial v_y}{\partial x}dx + \frac{\partial v_y}{\partial y}dy + \frac{\partial v_y}{\partial z}dz$$

$$v_{Cz} = v_z + \frac{\partial v_z}{\partial x} dx + \frac{\partial v_z}{\partial y} dy + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz$$

为了把流体微团的速度进行分解，并以数学形式表达出来，现将上式进行改造。在第一等式右边 $\pm \frac{1}{2} \frac{\partial v_y}{\partial x} dy$ 、 $\pm \frac{1}{2} \frac{\partial v_z}{\partial x} dz$ ，在第二等式右边 $\pm \frac{1}{2} \frac{\partial v_x}{\partial y} dx$ 、 $\pm \frac{1}{2} \frac{\partial v_z}{\partial y} dz$ ，在第三等式右边 $\pm \frac{1}{2} \frac{\partial v_x}{\partial z} dx$ 、 $\pm \frac{1}{2} \frac{\partial v_y}{\partial z} dy$ ，重新整理后可得到

$$\left. \begin{aligned} v_{Cx} &= v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) dy + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) dz \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) dz - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) dy \\ v_{Cy} &= v_y + \frac{\partial v_y}{\partial y} dy + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) dx + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) dz \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) dx - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) dz \\ v_{Cz} &= v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) dx + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) dy \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) dy - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) dx \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

引入记号，并赋予运动特征名称：

线变形速率 ϵ_{xx} 、 ϵ_{yy} 、 ϵ_{zz} ，

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial v_x}{\partial x}, \epsilon_{yy} = \frac{\partial v_y}{\partial y}, \epsilon_{zz} = \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (1-12)$$

剪切变形速率 ϵ_{xy} 、 ϵ_{yx} 、 ϵ_{yz} 、 ϵ_{zy} 、 ϵ_{zx} 、 ϵ_{xz} ，

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{xy} &= \epsilon_{yx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \\ \epsilon_{yz} &= \epsilon_{zy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \\ \epsilon_{zx} &= \epsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

旋转角速度 ω_x 、 ω_y 、 ω_z ，

$$\left. \begin{aligned} \omega_x &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \\ \omega_y &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \\ \omega_z &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1-14)$$

于是可得到表示流体微团运动特征的速度表达式为

$$\left. \begin{aligned} v_{Cx} &= v_x + \epsilon_{xx} dx + \epsilon_{xy} dy + \epsilon_{xz} dz + \omega_y dz - \omega_z dy \\ v_{Cy} &= v_y + \epsilon_{yx} dy + \epsilon_{yy} dx + \epsilon_{yz} dz + \omega_z dx - \omega_x dz \\ v_{Cz} &= v_z + \epsilon_{zx} dz + \epsilon_{zy} dy + \epsilon_{zz} dx + \omega_x dy - \omega_y dx \end{aligned} \right\} \quad (1-15)$$

式 (1-15) 表明, 在一般情况下, 流体微团的运动可分解为三部分: ①以流体微团中某点的速度作整体平移运动 (v_x 、 v_y 、 v_z); ②绕通过该点轴的旋转运动 (ω_x 、 ω_y 、 ω_z); ③微团本身的变形运动 (线变形 ϵ_{xx} 、 ϵ_{yy} 、 ϵ_{zz} 和剪切变形 ϵ_{xy} 、 ϵ_{yz} 、 ϵ_{zx})。

二、流体微团运动的分解

为进一步明白流体微团的分解运动及其几何特征, 对式 (1-15) 有较深刻的理解, 现在分别说明流体微团在运动过程中所呈现出的平移运动、线变形运动、角变形运动和旋转运动。

为简化分析, 仅讨论在 xy 平面上流体微团的运动。假设在时刻 t , 流体微团 ABCD 为矩形, 其上各点的速度分量如图 1-4 所示。由于微团上各点的速度不同, 经过时间 dt , 势必发生不同的运动, 微团的位置和形状都将发生变化, 现分析如下。

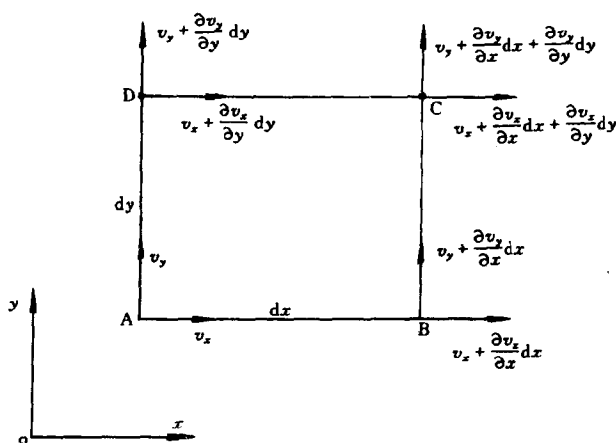


图 1-4 分析流体微团平面运动用图

1. 平移运动

由图 1-4 可知, 微团上 A、B、C、D 各点的速度分量中均有 v_x 和 v_y 两项, 在经过 dt 时间后, 矩形微团 ABCD 向右、向上分别移动 $v_x dt$ 、 $v_y dt$ 距离, 即平移到新位置, 形状不变, 如图 1-5 (a) 所示。式 (1-15) 中的第一项即为该流体微团平移运动的运动速度。

2. 线变形运动

在图 1-4 中, 比较 B 与 A、C 与 D 点在 x 方向及 D 与 A、C 与 B 点在 y 方向的速度差可得: $v_{Bx} - v_{Ax} = \frac{\partial v_x}{\partial x} dx$, $v_{Cx} - v_{Dx} = \frac{\partial v_x}{\partial x} dx$; $v_{Dy} - v_{Ay} = \frac{\partial v_y}{\partial y} dy$, $v_{Cy} - v_{By} = \frac{\partial v_y}{\partial y} dy$ 。由此可知, 流体线段 $\overline{AB}$ 和 $\overline{DC}$ 在 dt 时间内将伸长 (或缩短) $\frac{\partial v_x}{\partial x} dx dt$, 同样 $\overline{AD}$ 和 $\overline{BC}$ 线段将伸长 (或缩短) $\frac{\partial v_y}{\partial y} dy dt$ 。

定义单位时间内单位长度流体线段的伸长 (或缩短) 量为流体微团的线变形速率, 则沿 x 轴方向的线变形速率为

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} dx dt / (dx dt) = \frac{\partial v_x}{\partial x} = \epsilon_{xx}$$

同理可得流体微团沿 y 轴方向和沿 z 轴方向的线变形速率分别为

$$\epsilon_{yy} = \frac{\partial v_y}{\partial y}, \epsilon_{zz} = \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

上述即为式 (1-12) 及其物理意义。式 (1-15) 中的第二项所表示的便是该线变形运动所引起的速度变化。

将 x 、 y 、 z 方向的线变形速率加在一起，有

$$\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (1-16)$$

对于不可压缩流体，上式等于零，是不可压缩流体的连续性方程，表明流体微团在运动中体积不变。而三个方向的线变形速率之和所反映的实质是流体微团体积在单位时间的相对变化，称为流体微团的体积膨胀速率。因此，不可压缩流体的连续性方程也是流体不可压缩的条件。在图 1-5 (b) 中示出了该流体微团的平面线变形。

3. 角变形运动

比较图 1-4 中 D 和 A、C 和 B 在 x 方向及 B 和 A、C 和 D 在 y 方向的速度差可得： $v_{Dx} - v_{Ax} = \frac{\partial v_x}{\partial y} dy$ ， $v_{Cx} - v_{Bx} = \frac{\partial v_x}{\partial y} dy$ ； $v_{By} - v_{Ay} = \frac{\partial v_y}{\partial x} dx$ ， $v_{Cy} - v_{Dy} = \frac{\partial v_y}{\partial x} dx$ 。由此可知，若速度增量均为正值，流体微团在 dt 时间内则发生 1-5 (c) 所示的角变形运动。由图可见，由于 D 点和 A 点、C 点和 B 点在 x 方向的运动速度不同，致使 $\overline{AD}$ 流体边在 dt 时间内顺时针转动了 $d\beta$ 角度；由于 B 点和 A 点、C 点和 D 点在 y 方向的速度不同，致使 $\overline{AB}$ 流体边在 dt 时间内

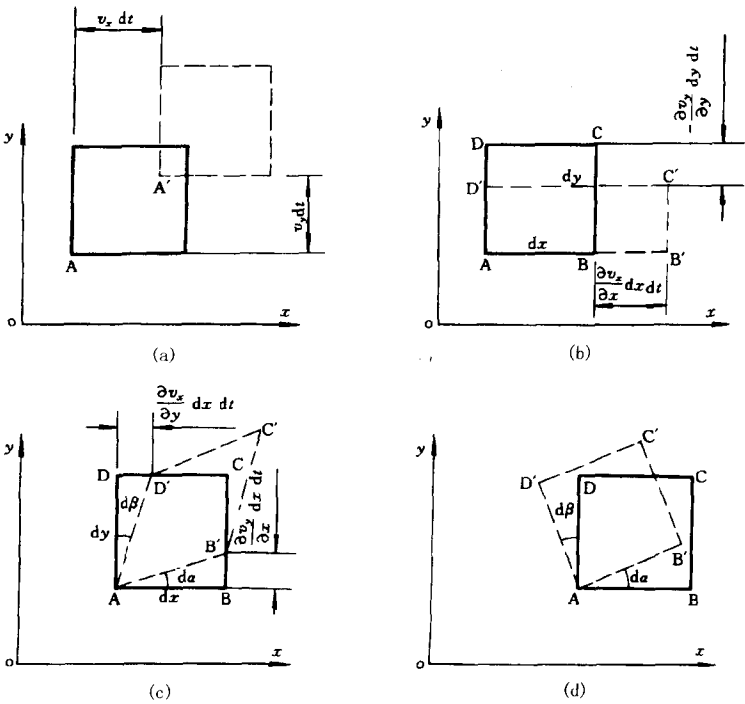


图 1-5 流体微团平面运动的分解

(a) 平移运动；(b) 线变形运动；(c) 角变形运动；(d) 旋转运动