

中考一典通



数学



少年儿童出版社

中考一典通

数 学

时凤林(主编) 向红艳
范英姿 张 逸 何国桢 编著
罗晓敏 曹月跃 汤桂英

少年儿童出版社

中考一典通

数 学

时凤林(主编) 向红艳
范英姿 张 逸 何国桢 编著
罗晓敏 曹月跃 汤桂英
书 生等 插图
倪基民 装帧

责任编辑 周玉洁 美术编辑 倪基民

少年儿童出版社出版发行	开本 890 × 1240 1/64
上海延安西路 1538 号	印张 6.125
邮政编码 200052	字数 108,000
全国新华书店经销	2002 年 9 月第 1 版
少年儿童出版社排版	2002 年 9 月第 1 次印刷
上海申光制版彩印厂印刷	印数 1 - 10,500

网址: www.jcph.com

电子邮件: jcph@jcph.com

ISBN7 - 5324 - 5014 - 7/G·1653(儿) 定价: 11.00 元

Mu 目录

第一部分 代 数

1—1 整式	3
1—2 分式	16
1—3 数的开方,二次根式	32
1—4 一次方程(组)	46
1—5 一元一次不等式(组)	66
1—6 一元二次方程	77
1—7 函数	113
1—7·1 函数的概念	113
1—7·2 正比例函数,反比例函数,一次 函数	124
1—7·3 二次函数	142
1—8 统计初步	165

第二部分 平 面 几 何

2—1 相交线与平行线	179
-------------------	-----

2—2	对称与旋转	199
2—3	三角形	209
2—4	四边形	242
2—5	相似形	266
2—6	锐角三角比	304
2—7	圆	330

第三部分 中考新题型

3—1	多项选择题	349
3—2	决策性题型	360
3—3	探索性题型	367
3—4	阅读性题型	379

第一部分

代 数



1—1 整 式

【考点】

★★★★★1. 同底数幂的乘法和除法运算.

★★★★★2. 幂的乘方, 积的乘方, 零指数.

★★★★★3. 单项式的乘法和除法.

★★★★★4. 多项式乘以单项式, 多项式除以单项式, 多项式乘以多项式.

★★★★★5. 因式分解的方法: 提公因式法, 分组分解法, 十字相乘法, 运用公式法.

因式分解公式:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

【题典】

【例题 1】 计算:

$$(1) a^2 \cdot a^3 \cdot (-a^2) \div a^5 \cdot a^0$$

$$(2) (a - b)^2 \cdot (b - a)$$

$$(3) (-m^2)^3 \cdot (-n^3)^2$$

分析: 幂的运算要掌握: 同底数幂相乘除, 底数不变, 指数相加减; 幂的乘方, 底数不变, 指数相乘; 积的乘方, 等于把积的每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘.

$$\text{解答: } (1) a^2 \cdot a^3 \cdot (-a^2) \div a^5 \cdot a^0$$

$$\begin{aligned}
 &= -a^2 \cdot a^3 \cdot a^2 \div a^5 \cdot a^0 \\
 &= -a^{2+3+2-5+0} \\
 &= -a^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad &(a-b)^2 \cdot (b-a) \\
 &= (a^2 - 2ab + b^2)(b-a) \\
 &= b^3 + 3a^2b - 3ab^2 - a^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad &(-m^2)^3 \cdot (-n^3)^2 = -m^6 \cdot n^6 \\
 &= -m^6 n^6
 \end{aligned}$$

说明：本题主要是运用了幂的一些运算性质，在第(1)题中要注意先确定整个式子的符号，再利用同底数幂乘除法来运算；在第(2)题中，要注意先用乘法公式把 $(a-b)^2$ 按 $(b-a)^2$ 展开，再将所得的积与 $(b-a)$ 因式按多项式乘以多项式的法则，每一项分别相乘后把所得的积相加，注意符号；第(3)题求的是一个乘积，但由于它的两个因式分别是两个幂的乘方运算，因此特别要注意是三次方还是二次方，根据负数的奇次方是负数、负数的偶次方是正数、零的任何非零次方都是零的特点，先化去题目中的两个“-”号，再用法则计算。

[例题 2] 因式分解：

$$(1) \quad 10a^2b - 25a^2b^3c + 30a^2b^2c^2$$

$$(2) \quad (a^2 - b^2 + 1)^2 - 1$$

$$(3) \quad -2ma^3 + 4ma^2 + 16ma$$

$$(4) \quad 9(x+y)^2 - 16(x-y)^2$$

分析：多项式转化为几个因式乘积的形式称为

因式分解.对于任何一个多项式,要先考虑是否有公因式可以提取,若有,要先提取公因式,再利用分组法或公式法等其他方法分解.

$$\begin{aligned}\text{解答: (1) } & 10a^2b - 25a^2b^3c + 30a^2b^2c^2 \\ &= 5a^2b(2 - 5b^2c + 6bc^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & (a^2 - b^2 + 1)^2 - 1 \\ &= (a^2 - b^2 + 1 + 1)(a^2 - b^2 + 1 - 1) \\ &= (a^2 - b^2 + 2)(a^2 - b^2) \\ &= (a^2 - b^2 + 2)(a + b)(a - b)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad & -2ma^3 + 4ma^2 + 16ma \\ &= -2ma(a^2 - 2a - 8) \\ &= -2ma(a - 4)(a + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad & 9(x + y)^2 - 16(x - y)^2 \\ &= [3(x + y) + 4(x - y)] \\ &\quad [3(x + y) - 4(x - y)] \\ &= (7x - y)(7y - x)\end{aligned}$$

说明:在因式分解的时候,一定要分解到每一个因式都不能再继续分解为止.提取公因式是首先要考虑的,如第(1)题中,不仅要提取每项都含有的字母作为公因式的字母,还要记住各项系数的最大公约数也是公因式的组成;在第(4)题中运用的是因式分解中的平方差公式,这一题在解的过程中不仅要注意千万不要忘记系数9和16也要进行分解,同时还要记得 $(x + y)$ 与 $(x - y)$ 的每一项都要乘以各自的系数.

[例题3] 计算:

$$(1) 52.5^2 - 47.5^2$$

$$(2) -\left(a + \frac{1}{3}b\right)\left(\frac{1}{3}ab - a^2 - \frac{1}{9}b^2\right)$$

$$(3) (5m^2n - 7mn^3 + 3m^2n)\left(-\frac{2}{3}m^4n^2\right)$$

$$(4) 5x(x^2 + 2x + 1) - (x - 5)(2x + 3)$$

分析:在单项式与多项式、多项式与多项式的乘除运算中,要注意各自的乘法法则,并要记得合并同类项,结果应当是 n 个单项式和差的形式.

解答:(1) $52.5^2 - 47.5^2$

$$= (52.5 + 47.5)(52.5 - 47.5)$$

$$= 100 \times 5$$

$$= 500$$

$$(2) -\left(a + \frac{1}{3}b\right)\left(\frac{1}{3}ab - a^2 - \frac{1}{9}b^2\right)$$

$$= \left(a + \frac{1}{3}b\right)\left(a^2 - \frac{1}{3}ab + \frac{1}{9}b^2\right)$$

$$= a^3 + \left(\frac{1}{3}b\right)^3$$

$$= a^3 + \frac{1}{27}b^3$$

$$(3) (5m^2n - 7mn^3 + 3m^2n)\left(-\frac{2}{3}m^4n^2\right)$$

$$= 5m^2n \cdot \left(-\frac{2}{3}m^4n^2\right)$$

$$- 7mn^3 \cdot \left(-\frac{2}{3}m^4n^2\right)$$

$$\begin{aligned}
 &+ 3m^2n \cdot \left(-\frac{2}{3}m^4n^2\right) \\
 &= -\frac{10}{3}m^6n^3 + \frac{14}{3}m^5n^5 - 2m^6n^3 \\
 &= -\frac{16}{3}m^6n^3 + \frac{14}{3}m^5n^5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad &5x(x^2 + 2x + 1) - (x - 5)(2x + 3) \\
 &= 5x^3 + 10x^2 + 5x - (2x^2 - 10x + 3x - 15) \\
 &= 5x^3 + 10x^2 + 5x - 2x^2 + 10x - 3x + 15 \\
 &= 5x^3 + 8x^2 + 12x + 15
 \end{aligned}$$

说明:在多项式的运算中,如第(1)题可以通过平方差先分解,可以化为两个整数的乘法,降低运算量;第(2)题中是多项式的乘法,但通过仔细分析后发现将第二个因式提取负号后,两个因式可以构成 $(a+b)(a^2-ab+b^2)$ 的形式,运用多项式乘法中的立方和公式就可以求出结果;在第(4)题中要注意的是后两个因式的乘积前有个“-”号,因此计算时要改变每一项的符号.

[例题 4] 已知 $f(x) = x - 3$, $g(x) = x + 8$, 求:

- (1) $f(x) + g(x)$
- (2) $f(x) - 2g(x)$
- (3) $f(x) \cdot \frac{3}{2}g(x)$

$$\begin{aligned}
 \text{解答: (1) } f(x) + g(x) &= x - 3 + (x + 8) \\
 &= x - 3 + x + 8 \\
 &= 2x + 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad f(x) - 2g(x) &= x - 3 - 2(x + 8) \\
 &= x - 3 - 2x - 16 \\
 &= -x - 19
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad f(x) \cdot \frac{3}{2}g(x) &= (x - 3) \cdot \frac{3}{2}(x + 8) \\
 &= \frac{3}{2}(x - 3)(x + 8) \\
 &= \frac{3}{2}(x^2 + 5x - 24) \\
 &= \frac{3}{2}x^2 + \frac{15}{2}x - 36
 \end{aligned}$$

[例题 5] 已知 $x = \frac{1}{9}$, 求 $x(x^3 - 2) - (x^2 + 2)(x^2 - 2)$ 的值.

分析: 这是一道代入求值题, 若直接代入数据求结果运算非常复杂, 方法不可取, 观察后可发现两项中的最高次数都是四次, 且系数为 1, 两者可以通过减法运算消去, 因此先化简再求值是解此题的最佳方法.

$$\begin{aligned}
 \text{解答: } x(x^3 - 2) - (x^2 + 2)(x^2 - 2) \\
 &= x^4 - 2x - (x^4 - 4) \\
 &= x^4 - 2x - x^4 + 4 \\
 &= 4 - 2x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{当 } x = \frac{1}{9} \text{ 时, 得 } 4 - 2 \times \frac{1}{9} \\
 &= 4 - \frac{2}{9}
 \end{aligned}$$

$$= 3\frac{7}{9}$$

[例题 6] 已知 $x \neq y$, 且 $x^3 - x = 3$, $y^3 - y = 3$, 求 $x^2 + xy + y^2$ 的值.

分析: 本题是道求值题, 但又不同于其他的代入求值的题目, 没有确定的 x 与 y 的值, 因此只能想法通过已知的等式进行转换, 发现 $x^3 - x$ 与 $y^3 - y$ 的值相同, 只要相减就可以得到一个右边为零的等式, 而 $x^2 + xy + y^2$ 与 $x^3 - y^3$ 又有着一定的关系, 因此可以考虑从这里着手.

$$\text{解答: } \because x^3 - x = 3, y^3 - y = 3$$

$$\therefore x^3 - x - (y^3 - y) = 0$$

$$x^3 - x - y^3 + y = 0$$

$$(x^3 - y^3) - (x - y) = 0$$

$$(x - y)(x^2 + xy + y^2) - (x - y) = 0$$

$$(x - y)(x^2 + xy + y^2 - 1) = 0$$

$$\because x \neq y$$

$$\therefore x - y \neq 0$$

$$\therefore x^2 + xy + y^2 - 1 = 0$$

$$\therefore x^2 + xy + y^2 = 1$$

说明: 此题在求解过程中主要就是运用因式分解的思想来进行分解, 同时也运用到等式的有关性质.

[例题 7] 解方程:

$$(1) (x-2)(x-3) + 18 = (x+1)(x+9)$$

$$(2) (x-1)(x^2+x+1) - x(x+3)(x-3) = 6$$

解答: (1) $(x-2)(x-3) + 18 = (x+1)(x+9)$

$$x^2 - 5x + 6 + 18 = x^2 + 10x + 9$$

$$-5x - 10x = 9 - 6 - 18$$

$$-15x = -15$$

$$x = 1$$

$$(2) (x-1)(x^2+x+1) - x(x+3)(x-3) = 6$$

$$x^3 - 1 - x(x^2 - 9) = 6$$

$$x^3 - 1 - x^3 + 9x = 6$$

$$9x = 7$$

$$x = \frac{7}{9}$$

说明:在解方程的过程中实际也是几个计算的过程,因此要善于运用乘法公式.

[例题 8] 已知 $(x^2 + y^2)(x^2 - 1 + y^2) - 6 = 0$, 求 $x^2 + y^2$ 的值.

分析:本题要求的是 $x^2 + y^2$ 的值,通过对题目的观察分析,若能把 $x^2 + y^2$ 看作是一个整体,把相乘的两个因式展开,就可以得到一个关于 $x^2 + y^2$ 的二次三项式,这样,再利用因式分解的十字相乘法去解一个关于 $x^2 + y^2$ 的二次方程,就可以得到所求的答案.

解答: $(x^2 + y^2)(x^2 - 1 + y^2) - 6 = 0$

$$(x^2 + y^2)^2 - (x^2 + y^2) - 6 = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 3)(x^2 + y^2 + 2) = 0$$

$$x^2 + y^2 - 3 = 0 \text{ 或者 } x^2 + y^2 + 2 = 0$$

$$x^2 + y^2 = 3 \text{ 或者 } x^2 + y^2 = -2 (\text{舍去})$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 3$$

说明:本题在解题过程中要综合运用到乘法分配律、十字相乘法分解因式以及换元的思想方法.要值得注意的是最后求出的 $x^2 + y^2$ 的值有 2 个,但由于 x^2 与 y^2 都是非负数,因此它们的和不可能为负数,所以“-2”这个答案显然是不合题意的,要舍去.

【训练】

一 填空题

1. 多项式 $8a^2bc + 16a^2c^2d^2 - 6ab^2c$ 的最大公因式是_____.

2. $(x + m)(x - n) = x^2 + \underline{\hspace{2cm}} x + \underline{\hspace{2cm}}$

3. $y^m + y^m + y^m = \underline{\hspace{2cm}}$

4. $\frac{125}{8}y^{3n+3} = \underline{\hspace{2cm}}^3$

5. 把下式化成 $(a - b)^n$ 的形式:

$$(a - b)^7 \cdot (b - a)^2 (b - a) = \underline{\hspace{2cm}}$$

6. $-[-(-a)^3]^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

7. 科学记数法表示: $(-2 \times 10^8)(-3 \times 10^3)(7 \times 10^2) = \underline{\hspace{2cm}}$

8. $a^2 \cdot (-a^3)^2 \div (-3a^2)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$

9. 分解因式: $a^{n+1} - a^{n-1} = \underline{\hspace{2cm}}$

10. 已知 $x^2 + Ax + B = (x - 3)(x - 4)$, 则 $A =$

_____, $B =$ _____.

二 分解因式

11. $x^2 - 2x - 3$

12. $8x^2 + \frac{1}{2}x$

13. $a(x - y) - b(y - x)$

14. $x^2 + 5x - 14$

15. $(x - 2)^2 + x^2 - 4$

16. $20a^3x^3 - 45axy^2$

17. $x^3 - 5x^2 + 4x$

18. $-9x^2 - y^2 + 6xy$

19. $4m(a - b) - 3(b - a)$

20. $8 + a^6$

21. $x^3(x - y) - y^3(x - y)$

22. $a^5 - 4a^3 - a^2 + 4$

23. $x^3 - 4xy^2 - 2x^2y + 8y^3$

24. $(a^2 - 2ab - c^2)^2 - b^4$

25. $(x - 3)^2 + 9(x - 1)$

26. $(x + 1)^3 - 8$

27. $1 - 16m^2 + 8mn - n^2$

28. $x(x + y + z) + yz$

29. $-2x^{3n} + 12x^{2n}y^2 - 18x^ny^4$

30. $x^{2m} + \frac{1}{2}x^m + \frac{1}{16}$

三 计算题

31. $x^2 \cdot x^5$