中国矿业大学新世纪教材建设工程资助教材

矿业系统可靠性

韩可琦　才庆祥　卢明银　　编著

KUANGYE XITONG
KEKAOXING

中国矿业大学出版社

中国矿业大学新世纪教材建设工程资助教材

矿业系统可靠性

韩可琦　才庆祥　卢明银　编著

中国矿业大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

矿业系统可靠性/韩可琦，才庆祥，卢明银编著.
—徐州：中国矿业大学出版社，2002.2
ISBN 7-81070-475-3

Ⅰ.矿…　Ⅱ.①韩…②才…③卢…　Ⅲ.矿业工程—可靠性理论　Ⅳ.TD

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 093068 号

书　　名　矿业系统可靠性
编 著 者　韩可琦，才庆祥，卢明银
责任编辑　姜志方
责任校对　杜锦芝
出版发行　中国矿业大学出版社
（江苏省徐州市中国矿业大学内　邮编 221008）
排　　版　中国矿业大学出版社排版中心
印　　刷　江苏徐州新华印刷厂
经　　销　新华书店
开　　本　787×1092 1/16　**印张** 12　**字数** 290 千字
版次印次　2002 年 2 月第 1 版　2002 年 2 月第 1 次印刷
印　　数　1～1000 册
定　　价　19.50 元
（图书出现印装质量问题，本社负责调换）

前 言

可靠性理论是现代科学技术和社会生产实践迅猛发展的产物。随着现代科学技术的发展和生产实践的需要，可靠性理论在各个领域中得到了广泛的应用。

可靠性是系统工程的一个重要分支。可靠性的研究自20世纪50年代初始于美国。我国于60年代首先在国防和电子工业领域开始可靠性研究，80年代初普及可靠性教育。我国的矿业工程可靠性研究比国外起步晚，但进展迅速，其研究成果形成了自己的特色。

矿业系统不仅具有一般系统的特点，还具有自身的特色：矿山生产系统是多工序、多环节、多设备组成的“人—自然—机器”的复杂巨系统，加之地下作业的特殊环境和作业场所的动态性，因而存在着大量影响生产的随机因素，致使我国多数矿井生产不均衡、单产低、效益差，其重要原因之一就是其可靠性受制于多种随机因素。对矿业工程而言，从设计到生产管理阶段都要求有较高的可靠性。随着煤炭科学技术的不断发展和装备的更新，以及矿山生产集中程度和机械化程度的提高，其生产系统的可靠性也必须随之提高。

本书是在1988年为研究生所编“系统可靠性理论及其在煤矿中的应用”讲义的基础上，进行了删减和补充，增加了近期矿业系统可靠性的研究成果，如露天矿生产工艺系统可靠性、矿井主生产系统可靠性、矿山柔性连接运输系统可靠性的设计与分析、综采放顶煤人—机—环境系统可靠性等。

本书第六章由卢明银执笔，第八章由才庆祥执笔，其余各章均由韩可琦执笔，各章习题由卢明银编写。由于水平有限，书中不当之处诚请读者予以指正。

编著者

2001年3月

目　　录

第一章　可靠性的基本概念 …… 1
第一节　概述 …… 1
第二节　评定系统可靠性的数量指标 …… 4
第二章　常用的寿命分布及特征 …… 9
第一节　连续型寿命分布 …… 9
第二节　离散型寿命分布 …… 14
第三节　失效率函数及其特征 …… 18
第三章　不可修系统的可靠性 …… 23
第一节　可靠性框图 …… 23
第二节　串联系统 …… 24
第三节　并联系统 …… 26
第四节　混联系统 …… 27
第五节　$k/n(G)$系统 …… 28
第六节　储备系统 …… 30
第七节　失效率依赖于工作元件个数的系统 …… 34
第四章　网络可靠性 …… 37
第一节　网络的基本概念 …… 37
第二节　网络可靠性计算方法 …… 38
第三节　求最小路集和最小割集的方法 …… 44
第四节　关联系统 …… 47
第五章　可修系统的可靠性 …… 53
第一节　维修及其数量指标 …… 53
第二节　马尔可夫模型 …… 58
第三节　单部件可修系统 …… 65
第四节　可修串联系统 …… 69
第五节　生灭过程 …… 73
第六节　可修并联系统 …… 74
第七节　$k/n(G)$系统 …… 82
第八节　可修贮备系统 …… 83
第六章　故障树分析 …… 93
第一节　故障树的建造 …… 93
第二节　故障树的描述 …… 100

第三节　故障树的评定…………………………………………………… 105
第七章　矿井主生产系统可靠性…………………………………………… 113
第一节　概述…………………………………………………………… 113
第二节　仓储系统可靠性……………………………………………… 114
第三节　双输送机综采放顶煤工作面可靠性………………………… 116
第四节　综采工作面人—机—环境系统可靠性与风险性…………… 121
第五节　矿井主生产系统可靠性……………………………………… 131
第八章　露天矿开采工艺系统可靠性……………………………………… 138
第一节　概述…………………………………………………………… 138
第二节　连续开采工艺系统可靠性…………………………………… 139
第三节　半连续开采工艺系统可靠性………………………………… 143
第四节　提高露天矿开采工艺系统可靠性的途径…………………… 153
第九章　系统可靠性优化…………………………………………………… 160
第一节　系统可靠性分配最优化……………………………………… 160
第二节　维修策略最优化……………………………………………… 165
第三节　采区可靠性设计的优化……………………………………… 172
第四节　综采设备经济可靠度及其备用技术………………………… 177
参考文献……………………………………………………………………… 186

第一章 可靠性的基本概念

第一节 概　　述

目前，人们从产品不可靠的严重后果中逐渐认识到可靠性的重要性。产品开发投入可靠性研究的费用，将以几十倍的效益得到补偿。例如第二次世界大战时期美国生产的飞机约有半数不能用，库存电子设备有 50%失效，海军电子设备约有 70%处于失效状态。因此，美国在二次大战后期狠抓了长寿命电子管的研究。1952 年美国国防部成立了电子设备可靠性顾问团(AGREE)，开始有组织地进行可靠性研究。1957 年 AGREE 发表研究报告，并制定了可靠性测量方法和标准规范，为以后电子产品的可靠性研究奠定了基础。

日本自 1956 年引进可靠性技术、普及可靠性教育，1958 年成立可靠性研究委员会，将产品可靠性指标纳入质量管理中去。众所周知，日本汽车、家用电器等产品因其质量好，可靠性水平高受到用户的好评。

欧洲，如英、法、德、俄罗斯等国也自 20 世纪 60 年代开始进行可靠性研究，普及可靠性教育。

1969 年 7 月，阿波罗宇宙飞船月球登陆成功，证明了美国系统工程和可靠性工程的有效性。此后可靠性技术很快扩展到航空、通信、核电站、计算机和化工企业部门，亦取得成功。

我国 60 年代在国防和电子工业部门开始可靠性研究，80 年代普及可靠性教育，目前可靠性工作已在电子部门取得显著成果。例如我国电视机经过近 10 年的努力，可靠性指标增长很快，上海产电视机的平均寿命：1978 年小于 500 h，1979 年为 1212 h，1980 年为 2266 h，1983 年超过 5000 h。但是还应看到各部门开展可靠性工作还不平衡，机、电产品的可靠性研究还处于起步状态，困难还很大。

矿山生产系统是多工序、多环节、多设备组成的复杂系统，加之地下作业的特殊环境和作业场所的动态性，因而存在大量影响生产的随机因素，致使我国多数矿井存在生产不均衡、单产低、投入大、效益低的局面。其重要的原因之一就是对生产的诸多随机因素规律掌握不够，在矿井生产的设计、管理上缺乏科学依据，很少考虑系统的可靠性及提高可靠性的对策，而且不重视人员培训和职工素质的提高，忽视了人的可靠性。随着高产高效矿井建设的发展及科技进步的不断提高，企业经营战略从粗放型向集约型的转变，矿井生产系统的可靠性的研究就显得更为重要和十分必要。目前，我国已出现不少“一矿一面”或“一矿二面”的高产高效矿井，如果系统的可靠性不高，经常发生故障而影响生产，其影响的则不只是一个工作面的生产，而是影响整个矿井的生产问题。

一、质量与可靠性

产品的质量管理与可靠性，已逐渐成为生产管理和社会需要的重要内容。美国的质量保

证科学，其基本内容就是质量控制、可靠性、可维修性和综合后勤支援等。

产品质量是指能满足用户要求的一种属性，它由功能指标决定；产品的质量主要包括性能、寿命、可靠性、安全性和经济性，有时还有可维修性、人性化要求及表面状况等。

产品的性能指标是指技术指标，例如电子计算机的字长、容量、指令数和速度等。我们常见的各类产品技术指标都是性能指标。

产品的可靠性指标是指在有效寿命期内实现其使用功能的可能性指标，或称产品在规定条件下和规定时间内完成规定功能的能力。

产品性能指标标志着产品的技术水平，而可靠性指标标志着产品的质量水平。性能好的产品，使用不可靠时其技术水平也发挥不出来，因此质量与可靠性是密切相关的。我们过去比较忽视产品的可靠性指标，甚至盲目以产品的技术指标作为评估产品质量水平的手段。例如防爆产品，在检验时性能指标合格，并不能说明使用时能否防爆，因为可靠性指标不仅与使用时间因素有关，也与维修情况等很多因素有关。可以概括地说，可靠性是时间的质量。

还应注意，产品的可靠性必须结合经济因素来考虑，应该在保证一定可靠性指标下使产品费用最低，或者在保证一定费用条件下，使产品的可靠性指标最高，甚至有些系统以最小损失作为其可靠性指标，例如，采区供电方案中以年停电损失最小作为最可靠的方案。

一般情况下，产品的成本费用随其可靠度 R 的增长而增长，而产品的维修费用却随可靠度的上升而下降，如图 1-1 所示。总费用最低处的可靠度 R^* 是最优的。

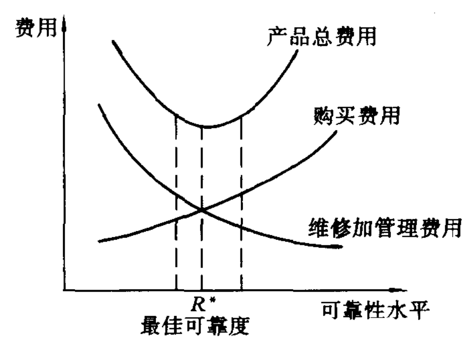

图 1-1　产品总费用与可靠度的关系

可靠性研究中常用“系统”和“元件”两个术语，这是相对的概念，系统由元(部)件组成，对不同的研究对象含义也不同，例如，电力系统中变压器、开关和线路等是元件，而对个别装置来讲，例如变压器是系统(装置)，而把铁芯、线圈等视为构成系统的元件。总之，系统是由一些基本元件(包括人——维修、操作)组成的，能完成某种功能的整体，而元件必须在系统中执行一定的功能，这种系统称关联系统。抛开产品的概念，系统可靠性还可研究系统和分系统、单元间的某种数量关系。因此，近来又出现了安全系统、管理系统等概念，几乎所有实际部门都有可靠性问题值得研究。

可靠性研究的任务：

1. 建立系统的可靠性数学模型

根据元件的寿命特征，估计系统可靠性数量指标。

2. 提高系统可靠性指标

原则是在满足系统功能要求时，尽量简化系统结构，此外，还应选用标准化元件，采用冗余技术，关键部件降额使用以及对系统元件采取计划预防维修和事故维修等措施，可大大提高系统(装置)的可靠性指标。

一般对由可靠性低的元件组成的系统，所用元件数少，结构简单，则可以减小系统失效率来提高可靠性；但对高可靠性元件组成的系统，有时采用冗余技术、自动监视及故障元件闭锁等措施，虽使系统复杂化，但其可靠性指标可能更高。例如电子计算机，采用高度集成电

路反而大大提高了可靠性。

3. 系统优化

即在限定的重量、体积和费用条件下，使系统可靠性最高；或者反之，在规定的可靠性指标下，使系统的重量、体积和费用最小。

可靠性工程与系统工程关系密切，如果说系统工程是各种学科知识加管理技术的总称，则可靠性工程是研究系统功能稳定的技术。

二、可靠性定义

可靠性有广义与狭义两种解释，广义的可靠性是产品在其整个寿命期内完成规定功能的能力。这是一种定性的说法，它可以包含狭义的可靠性和维修性。而狭义的可靠性是指产品（或系统）在规定条件和规定时间内完成预定功能的能力，称为产品（系统）的可靠性。

产品在规定条件和规定时间 t 内完成预定功能的概率，称为产品的可靠度，记为 $R(t)$，即可靠性的数量化称为可靠度。

可靠度是可靠性的主要数量指标之一，它与规定的条件和时间密切相关。规定条件是指产品工作时所处的环境，如温度、湿度和应力等；规定的时间是指产品在其有效寿命期内的任何时间，其可靠度不低于规定值。可靠度函数是随时间递减的。

产品的可靠度分为固有可靠度、使用可靠度和工作可靠度。

固有可靠度 R_I 是产品可靠性的内在属性，主要决定于设计、制造工艺和原材料等，今后本书讨论的多为固有可靠度，简称可靠度。产品制造出来后，一般都要经过库存，然后才能送到用户使用，尤其有些军工产品或者滞销产品，长期库存可能变质，因此产品也有储存可靠性问题值得研究。

使用可靠度 R_u，是可靠度与使用条件有关的指标，是指产品经过包装、运输和安装并在使用中受到环境、操作和维修技术等影响的指标。

产品工作可靠度 R_0 近似表示为：

$$R_0 \approx R_I \cdot R_u \approx K \cdot R_I \tag{1-1}$$

式中　K ——小于 1 的降额系数。

这说明产品工作可靠度小于其固有可靠度，如何确定系数 K，必须从调查研究着手。

设计过程对产品可靠性影响很大，只有设计的好才能生产出高可靠性的产品来。此外，元、器件及材料，制造工艺，使用条件等也都影响产品的可靠性。例如，电器的绝缘强度在高温、高湿条件下明显低于正常环境下的数值。

改善产品可靠性，是贯穿于设计、制造、使用、管理等整个过程的工作。可靠性是从用户着眼，以满足用户需要为目的，生产、储存、流通、使用和管理中的任何环节出问题都影响产品的可靠性。国内外的统计数字说明，设计不当是造成产品质量不可靠的主要原因之一。据美国海军电子试验室统计，电子设备的损坏，设计不合理占 40%，日本占 43%，我国占 65.5%。

我国可靠性工作者多年来概括出来关于可靠性的经验是：可靠性是设计出来的、制造出来的和管理出来的。这充分表明可靠性贯穿于产品设计、制造和管理的全过程，忽视任何一个过程都不能实现预定的产品功能。

第二节　评定系统可靠性的数量指标

系统有可修与不可修之分，因此所用数量指标亦有所差异。

1. 不可修系统

又称一次性使用系统。设从 $t=0$ 时系统开始工作。系统一旦失效寿命就完结。设系统寿命为 X，则系统寿命分布函数

$$F(t) = P(x \leqslant t) \tag{1-2}$$

$F(t)$是 t 的增函数，有 $F(0)=0, F(\infty)=1$。

如果系统寿命是连续函数，且处处可微，系统寿命的概率密度函数为：

$$f(t) = \frac{\mathrm{d}F(t)}{\mathrm{d}t} = F'(t) \tag{1-3}$$

(1) 可靠度函数

产品可靠性的量度称为可靠度。系统可靠度的定义是"系统在规定的工作条件下，在$(0, t)$内完成规定功能的概率"。

可靠度函数就定义为寿命 X 大于 t 的概率。

$$R(t) = P(X > t) = 1 - P(X \leqslant t) = 1 - F(t), t \geqslant 0 \tag{1-4}$$

$F(t)$是表示产品在$(0,t)$内失效的概率，故称不可靠度，或称失效函数。

根据概率论的性质知道，可靠度具有下列性质：

① $R(0)=1$，表示产品在开始时刻处于良好状态；

② $R(t)$是时间的单调减函数，即 $R(t)$随着时间 t 的增大而减小；

③ $\lim\limits_{t\to\infty} R(t)=0$，即当时间 t 充分大时，可靠度的值趋于零；

④ $0 \leqslant R(t) \leqslant 1$，即无论任何时刻，其可靠度的值都介于零与 1 之间。

(2) 产品寿命

产品寿命有平均寿命、中位寿命、可靠寿命、特征寿命和更换寿命之分。

① 系统平均寿命，是寿命的数学期望 $E(X)$，可靠性指标中称 MTTF(Mean Time To Failure)是指故障前的平均工作时间，即平均无故障工作时间或称平均故障间工作时间(Mean Time Between Failures)。

$$\begin{aligned} \theta &= \text{MTTF 或 MTBF} = E(X) \\ &= \int_0^\infty X \mathrm{d}F(X) = \int_0^\infty X f(X) \mathrm{d}X \\ &= -\int_0^\infty X \mathrm{d}R(X) = \int_0^\infty R(X) \mathrm{d}X \end{aligned} \tag{1-5}$$

② 中位寿命，即 $F(t)=0.5$ 时解得的寿命，记为 $t_{0.5}$，如对指数分布 $F(t)=1-\mathrm{e}^{-\lambda t}=\frac{1}{2}$，解得 $t_{0.5}=\frac{1}{\lambda}\ln 2$。

③ 可靠寿命，是给定可靠度时计算的寿命，记为 t_R，如 $R(t)=\mathrm{e}^{-\lambda t}$，解得

$$t_R = \frac{1}{\lambda}\ln\frac{1}{R}$$

④ 特征寿命，对指数分布是指 $\lambda t=1$ 时的寿命，即产品故障概率达到 63.28%的时间。

⑤ 更换寿命，若事先给定系统允许失效率值 λ_0，计算 t_{λ_0} 称更换寿命。对一批产品若规定工作到失效率达到 t_{λ_0} 时全部更换，则称 λ_0 为更新周期。

2. 可修系统

可修系统的特点，是产品失效后允许停工维修，修好再用……其工作进程如图 1-2。

工作　　故障　　工作　　故障

$t=0$ ——X_1—— ×Y_1××× ——X_2—— ×Y_2××× ——X_3——

图 1-2　可修系统的进程

设系统首次工作时间为 X_1，故障后立即修理，修理时间为 Y_1，修好后再工作……，系统处于工作修理的交替过程。系统的工作时间 X 和修理时间 Y 都是随机变量。对可修系统来讲，故障通过修理可以恢复预定功能，一般习惯上对不可修系统功能的丧失称失效，对可修系统称故障。

(1) 首次平均寿命

系统寿命的数学期望 $E(X)$ 即指两次故障之间的平均时间，可靠性中称为 MTBF，有时又称为平均无故障工作时间。

一般地讲，系统第 i 次寿命 X_i 与修理时间 Y_i 不一定独立时，应用 X 和 Y 两个随机变量的联合分布来描述系统的特征。

例如首次周期 (X_1, Y_1) 的联合分布函数为：

$$
\begin{aligned}
F(x,y) &= P(X_1 \leqslant x, Y_1 \leqslant y) \\
&\xlongequal{\text{独立}} P(X_1 \leqslant x) P(Y_1 \leqslant y) \\
&= F_X(X_1 \leqslant x) F_Y(Y_1 \leqslant y) \\
&= \int_{-\infty}^{X} \int_{-\infty}^{Y} f(u,v) \mathrm{d}u \mathrm{d}v
\end{aligned}
\tag{1-6}
$$

式中

$$
f(x,y) = \frac{\partial^2}{\partial_X \partial_Y} F(x,y) \xlongequal{\text{独立}} f_X(x) f_Y(y) \tag{1-7}
$$

为联合密度函数，$f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$ 分别为 X 和 Y 的边缘分布密度函数。

系统首次工作时间 X_1 的分布函数，即联合分布关于 X 的边缘分布为：

$$
F_X(x) = \int_{-\infty}^{X} f_X(u) = \int_{-\infty}^{X} \int_{-\infty}^{\infty} f(u,v) \mathrm{d}u \mathrm{d}v = F(x, \infty) \tag{1-8}
$$

即当 $Y \to \infty$ 时二维分布函数变成一维分布函数 $F(x,\infty)$。二维随机变量 (X_1, Y_1) 对于 X 的边缘密度函数

$$
f_X(x) = \frac{\partial}{\partial X} F(x, \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,v) \mathrm{d}v \tag{1-9}
$$

首次平均寿命

$$
E(X_1) = \int_{-\infty}^{\infty} X f_X(X) \mathrm{d}X \tag{1-10}
$$

(2) 平均维修时间 MTTR(Mean Time To Repair)

首次修理时间 Y_1 的分布函数，即 Y_1 的边缘分布为：

$$F_Y(y) = \int_{-\infty}^{Y} f_Y(u)\mathrm{d}u = \int_{-\infty}^{Y}\int_{-\infty}^{\infty} f(u,v)\mathrm{d}v\mathrm{d}u$$
$$= F(\infty, y) \tag{1-11}$$

Y_1 的密度函数,即当 $X \to \infty$ 时变量(X_1, Y_1)关于 Y 的边缘分布密度

$$f_Y(y) = \frac{\partial}{\partial_Y} F(\infty, y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(u,y)\mathrm{d}u \tag{1-12}$$

平均首次修理时间

$$E(Y_1) = \int_{-\infty}^{\infty} Y f_Y(Y)\mathrm{d}Y \tag{1-13}$$

(3) 平均首次周期

$$T_1 = E(X_1 + Y_1) = E(X_1) + E(Y_1) \tag{1-14}$$

(4) 有效度 A_v(Availability)

$$A(t) = P\{S(t) = 1\} \tag{1-15}$$

其中

$$S(t) = \begin{cases} 1, \text{表示 } t \text{ 时系统正常} \\ 0, \text{表示 } t \text{ 时系统失效} \end{cases}$$

$A(t)$定义为 t 时系统正常的概率,相当于不可修系统中的 $R(t)$。从有效度定义可以看出,我们不关心在时刻 t 以前是否发生过故障,即不管 t 以前的状态。有效度只描述系统在时刻 t 是否正常工作的概率,因此它与系统在时刻 t 的可靠度是两个不同的概念。

稳定有效度

$$A = \lim_{t \to \infty} A(t) = \frac{\text{MTBF}}{\text{MTBF} + \text{MTTR}}$$
$$= \frac{E(X)}{E(X) + E(Y)} \tag{1-16}$$

在工程应用中特别感兴趣的是稳态有效度,因为稳态有效度可以告诉我们,系统大约有 A 的时间处于正常工作阶段。

有效度,又称可用度或可用率,它是指可修复产品,在规定条件下,规定时间内维持其功能的概率,又可表示为:

$$A_v = \frac{U}{U + D} = \frac{1}{1 + \rho} \tag{1-17}$$

式中 U——可用工作时间;

D——不可用时间;

$\rho = \dfrac{D}{U}$——即单位工作时间内平均维持时间,称维修系数,对指数分布,$\rho = \dfrac{\lambda}{\mu}$,$\lambda$ 为失效率,μ 为修复率,一般 $\rho \leqslant 1$。

(5) $(0,t]$内系统故障次数 $n(t)$的分布

在可修情况下,在$(0,t]$内系统的故障次数 $n(t)$是个随机变量,人们感兴趣的是 $n(t)$的分布,在$(0,t]$内系统故障 K 次的概率

$$P_K(t) = P\{n(t) = K\} \quad K = 0,1,2,\cdots; t > 0 \tag{1-18}$$

$(0,t]$内平均故障次数

$$H(t) = E(n(t)) = \sum_{K=0}^{\infty} KP_K(t) \tag{1-19}$$

系统长期运行的平均故障次数

$$H = \lim_{t \to \infty} \frac{E[n(t)]}{t} \tag{1-20}$$

即平稳状态下系统的平均失效率。

这个指标告诉我们在某段时间中系统的平均失效数，因此能提供诸如需要准备备件更换这样一类有价值的信息。

(6) 系统故障频率

$$f_s = \frac{1}{T} = \frac{1}{E(X) + E(Y)} = \frac{1}{\text{MTBF} + \text{MTTR}} \tag{1-21}$$

式中 T——总时间。

(7) 修理工在任一时刻 t 忙的概率

对于一个可修系统来讲，亦可以从修理机构的角度考虑。对修理工来讲，在任一时刻 t 亦只有忙或闲两种可能。记修理工忙的概率为 $B(t)$：

$$\begin{aligned} B(t) &= \text{进行故障维修的概率} \\ &= \text{故障维修所占的时间比例} \end{aligned} \tag{1-22}$$

则平稳状态下修理工忙的概率

$$B = \lim_{t \to \infty} B(t) \tag{1-23}$$

$B(t)$和 B 是反映系统中修理能力的配备是否合理的一个数量指标。若 B 小则表明修理工空。若 B 大，表示修理工很忙，可以考虑增加修理能力。

以上指标与所研究随机变量分布律 $F(t)$和 $f(t)$有关，也就是说，如果知道 $F(t)$和$f(t)$的具体分布律，才能计算出上述指标。但对一个复杂系统，上述数量指标并不易求得。在多数场合只能得到相应的拉氏变换或 LS(Laplace－Stielfjes)变换。但其平均值和稳态值是可以计算的，工程上更关心的是稳态值。

练习题

1. MTTF 的计算：有三只灯泡，分别工作了 6 h，8 h，10 h 失效，试求这种灯泡的MTTF。

2. MTBF 的计算：设台灯工作了 120 h，当工作 20 h 时，灯泡发生故障，需立即更换灯泡，第二只灯泡工作 25 h 又发生故障，又立即更换，第三只灯泡工作了 50 h 发生了故障，新更换的灯泡工作了 25 h 又发生故障。试求这种灯泡的 MTBF。

3. MTTR 的计算：各个电子设备至修复完毕的时间与件数的数据如下：

维修时间/h	修复完毕的件数	维修时间/h	修复完毕的件数
1	20	2	10
3	5	4	3
5	1	6	1

试根据上述数据求平均修复时间 MTTR。

4. 维修度的计算：今有 24 台测量仪器发生故障，其修复完毕时间分布(min)如下。试求

80 min 的维修度。38,40,44,45,45,48,51,51,57,59,60,64,65,65,67,67,68,74,77,78,79,86,90,98。

5. 有效度的计算:在一个月内,工厂某台机床每天能工作时间,不能工作时间,故障次数,故障时间的统计值如下,试求其有效度。

能工作时间(U)=146 h;不能工作时间(D)=8 h;故障次数=32 次;故障时间=6 h。

6. 某设备工作,修复的时间如图 1-3 所示,试求(1)设备的可用度;(2)设备的故障频度。

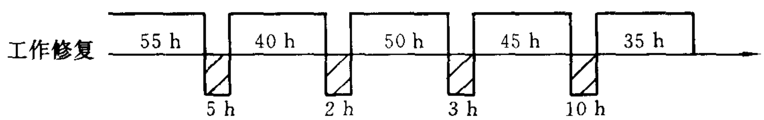

图 1-3

7. 用概率来度量可靠度时,若仅有一台可供生产的设备,试问应该如何来评价其可靠性?

第二章　常用的寿命分布及特征

常见的寿命分布有连续分布和离散分布两类。连续分布主要介绍指数分布、Γ 分布、威布尔分布、正态分布；离散分布主要介绍二点分布、二项分布、几何分布和泊松分布。

第一节　连续型寿命分布

一、指数分布

失效率函数 $\lambda(t)=\lambda$ 为常数，由(2-2)式有

$$R(t) = e^{-\lambda t} \tag{2-1}$$

$$F(t) = 1 - R(t) = 1 - e^{-\lambda t} \tag{2-2}$$

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t} \tag{2-3}$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda$$

指数分布的 $f(t)$、$F(t)$和 $R(t)$曲线见图 2-1(a)、(b)、(c)。

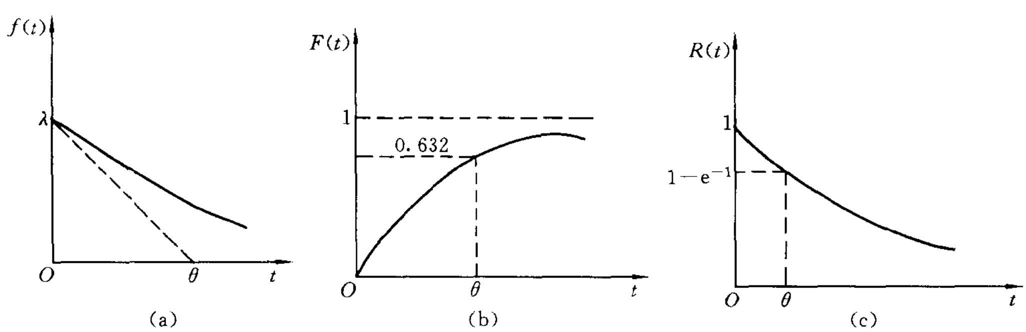

图 2-1　指数分布

对于指数分布，其平均寿命是失效率的倒数。λ 又称为指数分布的参数。对一个随机变量必须知道其分布律和参数两个条件，才能完整地描述随机变量取值的概率分布。

要准确地获得随机变量的分布很困难，而且有些情况也不一定要求了解所研究随机变量的全部概率分布。这时可用随机变量分布的某些数字特征来描述随机变量的分布特征，最常用的数字特征是数学期望(均值)和方差。

1. 均值 $E(X)$

寿命 X 的数学期望即平均寿命 θ，它表征分布的集中趋势或理论上的平均值。由(1-5)式得

$$\theta = E(X) = \int_0^\infty R(t)\mathrm{d}t = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t}\mathrm{d}t = \frac{1}{\lambda} \tag{2-4}$$

2. *方差* Var(X)

它表示随机变量分布偏离其均值的分散程度。

$$\mathrm{Var}(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = \frac{2}{\lambda^2} - (\frac{1}{\lambda})^2 = \frac{1}{\lambda^2} = \theta^2 \tag{2-5}$$

其中

$$\begin{aligned} E(X^2) &= \int_0^\infty t^2 f(t)\mathrm{d}t = \int_0^\infty t^2\lambda \mathrm{e}^{-\lambda t}\mathrm{d}t \\ &= -t^2\mathrm{e}^{-\lambda t}\big|_0^\infty + \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t}2t\mathrm{d}t \\ &= 2\int_0^\infty t\mathrm{e}^{-\lambda t}\mathrm{d}t = \frac{2}{\lambda}(\lambda\int_0^\infty t\mathrm{e}^{-\lambda t}\mathrm{d}t) = \frac{2}{\lambda^2} \end{aligned}$$

通过对综采面故障统计资料分析表明，一个班内的平均故障停顿时间是按负指数函数分布的。因此，指数分布在煤矿可靠性研究中有很大用途。指数分布的一个主要性质是无记忆性：即元件用了 t 小时后如果未失效，再继续使用 s 小时，仍有与新产品一样的寿命(可靠度)，用数学式子表示为：

$$P\{X > s + t | X > t\} = P\{X > s\} = R(s) \quad \forall\ s,t \geqslant 0$$

证明：根据条件概率性质

$$\begin{aligned} P\{X > s + t | X > t\} &= \frac{P\{(X > s+t\} \cap P\{X > t\}}{P\{X > t\}} \\ &= \frac{P\{X > s+t\}}{P\{X > t\}} = \frac{R(s+t)}{R(t)} \\ &= \frac{\mathrm{e}^{-\lambda(s+t)}}{\mathrm{e}^{-\lambda t}} = \mathrm{e}^{-\lambda s} = R(s) \end{aligned}$$

例 2-1　某种电子设备，根据以往的试验资料，在某种过负荷的应力条件下，其寿命呈指数分布，现经过 7000 h 试验，共发生 10 次故障，求：(1) θ 和 Var(X)；(2) 开机 100 h 的可靠度。

解：平均失效率

$$\lambda = \frac{10}{7000} = \frac{1}{700}\ \text{次} / \mathrm{h}$$

$$\theta = \frac{1}{\lambda} = 700\ \mathrm{h}$$

$$\mathrm{Var}(X) = \theta^2 = 490000\ \mathrm{h}^2$$

$$R(100) = \mathrm{e}^{-\lambda t} = \mathrm{e}^{-\frac{100}{700}} = 0.866$$

二、Gamma 分布(Γ分布，又称皮尔逊(Person)Ⅲ型分布)

密度函数

$$f(t) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)}t^{\alpha-1}\mathrm{e}^{-\lambda t}, t \geqslant 0, \lambda, \alpha > 0 \tag{2-6}$$

分布函数

$$F(t) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)}\int_0^\infty x^{\alpha-1}\mathrm{e}^{-\lambda x}\mathrm{d}x \tag{2-7}$$

其中(λ,α)为Γ分布参数。Gamma 分布记为$\Gamma(\lambda,\alpha;t)$，λ称尺度参数，α称形状参数，$\Gamma(\alpha)$称Γ函数。

$$\Gamma(\alpha)=\int_0^{\infty}t^{\alpha-1}\mathrm{e}^{-t}\mathrm{d}t=(\alpha-1)!\quad,\alpha>0$$

函数性质：

$$\Gamma(\alpha+1)=\alpha\Gamma(\alpha)=\alpha!,\Gamma(1)=1$$

$$\Gamma(1+1)=\Gamma(1)=1,\Gamma(\frac{1}{2})=\sqrt{\pi}$$

当$\lambda=1$时，不同形状参数α对 Gamma 函数的影响见图 2-2。

由图可知，当$\alpha=1$时为指数分布，或者称$\Gamma(\lambda,1;t)$为参数为λ的指数分布。而Γ分布可看成许多独立指数分布叠加的结果。

设$X_1,X_2,\cdots,X_n$为独立同分布的$\Gamma(\lambda,1;t)$，则$\sum_{i=1}^{n}X_i$有$\Gamma(\lambda,n;t)$分布。反之若$X\sim\Gamma(\lambda,n;t)$分布，则看成是n个独立$\Gamma(\lambda,1;t)$寿命和的分布。

数字特征：

均值

$$E(X)=\frac{\alpha}{\lambda}\tag{2-8}$$

方差

$$\mathrm{Var}(X)=\frac{\alpha}{\lambda^2}\tag{2-9}$$

分布失效率函数如图 2-3 所示。

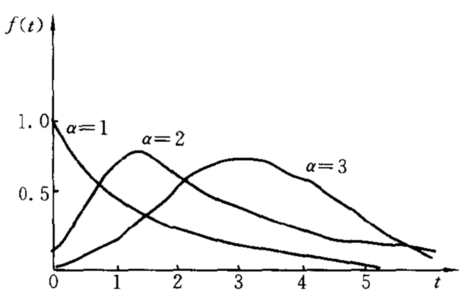

图 2-2　伽玛密度函数

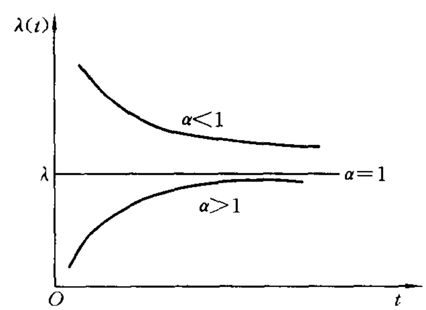

图 2-3　$\Gamma(\lambda,\alpha;t)$分布的失效率$\lambda(t)$

$$\frac{1}{\lambda(t)}=\frac{R(t)}{f(t)}=\frac{1-F(t)}{f(t)}$$

$$=\frac{1-\int_0^t\frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)}X^{\alpha-1}\mathrm{e}^{-\lambda X}\mathrm{d}X}{\frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)}X^{\alpha-1}\mathrm{e}^{-\lambda t}}$$

$$=\int_0^{\infty}\left(\frac{X}{t}\right)^{\alpha-1}\mathrm{e}^{-\lambda(X-t)}\mathrm{d}X$$