

中学生 实用数学手册

主编：冯晓宏 陈家骏

2
· 10

中学生实用数学手册

主 编 冯晓宏 陈家骏

撰稿人 陈萃联（特级教师）

陈家骏 刘绍贞

林而立 冯晓宏

前 言

为了帮助广大中学生全面系统地掌握中学数学课的知识，摸索学习与复习的规律，提高分析问题与解决问题的能力，我们组织北京市的部分特级教师、高级教师和教研员集体精心编写了这本《中学生实用数学手册》。

《手册》内容包括：①初中代数；②初中平面几何；③高中代数；④高中平面三角；⑤高中立体几何；⑥高中平面解析几何六大部分。将初中到高中六个年级、十多册数学课本中的主要概念、定理、公式、法则、图表等按照教材顺序汇编在一起。对于中学数学课里重要或难以理解与运用的概念和定理，作出精辟的解释，并配有典型例题，帮助学生掌握正确的数学思维方法和解题技巧。考虑到课外阅读和数学竞赛的需要，《手册》内容比中学数学课本略有扩深。

《手册》的编写，突出了科学性、简明性、实用性的特点。它面向广大中学生（从初一到高三）。对于中学生搞好学习与复习，更好地参加中考和高考，都具有重要的指导意义。同时也可供中学数学教师、成人中学学校的学员、各种补习班的学员和自学中学数学知识的青年学习参考。

《手册》编写过程中，参考、吸收和引用了近年来出版的教材、教参和其他著作，恕不一一列出，谨向有关作者致以崇高的敬意，请予谅解。参加本书审订的专家有：北京师范大学副教授王文润，北京邮电学院贾亮。全书由贾亮老师协助主编统改定稿。对高聚成、高俊海、刘丽萍等同志的大

力支持和帮助，在此一并表示感谢。

由于时间仓促，书中缺点错误在所难免，恳望读者批评指正，以便再版时修定。

编者

1992年2月于北京

目 录

第一部分 初中代数

第一章 有理数.....	(3)
有理数概念 数轴 绝对值 有理数运算	
第二章 整式的加减.....	(9)
代数式 整式 同类项 去括号与添括号法则	
整式加减法	
第三章 一元一次方程.....	(12)
方程 方程的解 同解方程 方程同解变形	
原理 解一元一次方程的步骤 解应用题	
的步骤	
第四章 一元一次不等式.....	(15)
不等式 不等式的解 同解不等式 不等式	
的基本性质 不等式同解变形原理 解一	
元一次不等式的步骤	
第五章 二元一次方程组.....	(18)
二元一次方程 二元一次方程的解 二元	
一次方程组 二元一次方程组的解 解方	
程组的方法	
第六章 整式的乘除.....	(20)
幂的运算法则 整式乘法 乘法公式 整式除法	

第七章 因式分解	(24)
因式分解的概念 因式分解的各种方法	
第八章 分式	(27)
分式 有理式 分式的基本性质 约分	
通分 分式运算法则 解分式方程的步骤	
第九章 数的开方	(31)
平方根 算术平方根 立方根 n 次方根 无理数 实数系的表	
第十章 二次根式	(34)
二次根式 最简二次根式 同类二次根式	
分母有理化 二次根式的运算法则	
第十一章 一元二次方程和二元二次方程组	(37)
一元二次方程 根的判别式 双二次方程	
无理方程 二元二次方程组 一元二次方程的求根公式 一元二次方程的根与系数关系 一元二次方程的各种解法 无理方程的解法 二元二次方程组解法	
第十二章 指数	(48)
有理指数幂的概念 n 次根式 根式的基本性质 n 次算术根的积、商、幂、方根的性质	
第十三章 常用对数	(53)
对数 常用对数 对数运算公式	
第十四章 函数及其图象	(55)
平面直角坐标系 点与有序实数对一一对应	
数轴上两点间的距离公式 平面内任意两点间的距离公式 常量与变量 函数概念 函数的各种表示法 正比例函数的性质及	

其图象 反比例函数的性质及其图象 一
次函数的性质及其图象 二次函数的性质
及其图象 一元二次不等式的解法

第十五章 解三角形.....(63)

三角函数的定义 同角三角函数之间的关系
互为余角的角的三角函数关系 互为补角
的角的三角函数关系 特殊角的三角函数值
正弦定理 余弦定理 直角三角形和斜三
角形的解法

第十六章 统计初步.....(70)

第二部分 初中平面几何

第一章 基本概念.....(75)

直线 射线 线段 角 角的度量 直角
锐角 钝角 互为余角 互为补角

第二章 相交线 平行线.....(83)

两直线相交、垂直、平行的概念和它们的性
质与判定 平行公理 命题 定理 证明
命题的步骤

第三章 三角形.....(89)

三角形的内角、外角、角平分线、中线、高
线的概念 三角形的分类 轴对称图形
三角形三边的关系 三角形三内角的关系
三角形全等的判定 等腰三角形的性质和
判定 直角三角形的性质 五种基本作图

第四章 四边形.....(107)

平行四边形、矩形、菱形、正方形、梯形的

性质和判定 中心对称图形 三角形和梯形的中位线 多边形内角和定理 平行线等分线段定理

第五章 面积 勾股定理.....(116)

面积公式系列表 勾股定理和它的逆定理

第六章 相似形.....(118)

比例 成比例线段 黄金分割 相似三角形和相似多边形的性质和判定 三角形的重心 平行线分线段成比例定理 三角形内角平分线性质定理 三角形外角平分线性质定理

第七章 圆.....(129)

三角形和多边形的外接圆 直线和圆的位置关系 直线和圆相切的性质和判定 三角形和多边形的内切圆 两圆位置关系及其性质和判定 正多边形 四种命题间的关系 垂径定理及其推论 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系定理 圆周角度数定理 圆内接四边形的性质与判定 相交弦定理 切割线定理 正多边形与圆 圆周长、弧长、圆面积、扇形面积、弓形面积公式 六个基本轨迹 有关圆的作图

第三部分 高中代数

第一章 幂函数、指数函数和对数函数.....(151)

第一节 集合.....(151)

集合 元素 交集 并集 补集 全集 空集 关

于交、并、补运算的性质 各种数集的性质	
第二节 映射、函数	(155)
单值对应 映射 一一映射 逆对应 函数 增函	
数 减函数 偶函数 奇函数 反函数 初等函	
数 初等函数定义域的求法 求函数值域的方法	
函数图象的知识	
第三节 幂函数	(163)
实数指数幂函数的分类 幂函数性质的列表	
第四节 指数函数	(169)
指数函数 复合指数函数 指数函数的图象和性质	
第五节 对数、常用对数	(171)
对数 常用对数 自然对数 对数恒等式 对数的	
性质 对数运算法则 换底公式	
第六节 对数函数	(173)
对数函数与指数函数互为反函数 对数函数的图 象	
和性质	
第七节 指数方程、对数方程	(174)
指数方程和对数方程的各种解法	
★第八节 函数的极值与最值	(178)
函数的极值与最值的区别和联系 用初等方法求 函	
数的最值或极值的各种方法	
第九节 本章知识结构表	(183)
第二章 数列、数学归纳法	(184)
★第一节 数列	(184)
数列 通项公式 等差数列 等比数列 高阶等差	
数列 递推数列 求数列通项的各种方法 等差	
数列的性质 等比数列的性质 Σ 的意义和用法	
求递推式 $a_{n+1} = pa_n + q$ 给出的数列的通项的方法	

求递推式 $a_{n+1} = pa_n + qa_{n-1}$ 给出的数列的通项的方法

第二节 数列的极限.....(195)

数列极限的概念 数列极限存在的判别法则 极限的四则运算法则 数列极限求法举例

第三节 数学归纳法.....(200)

归纳推理 不完全归纳 完全归纳 数学归纳法

第四节 本章知识结构表.....(203)

第三章 不等式.....(204)

第一节 不等式的性质.....(204)

不等式 绝对不等式 条件不等式 矛盾不等式

严格不等式和非严格不等式 不等式的性质 (十五个)

第二节 解不等式.....(206)

不等式的解 同解不等式 不等式组的解 不等式

同解变形的定理 一元一次不等式的解法 一元

二次不等式的解法 分式不等式的解法 无理不

等式的解法 简单的高次不等式的解法

第三节 不等式的证明.....(211)

证不等式常用的公式 (二十一个) 证不等式常用

方法及举例 (共十四种)

第四节 本章知识结构表.....(220)

第四章 行列式.....(221)

第一节 二阶、三阶行列式的性质及应用.....(221)

二阶行列式的对角线展开法 三阶行列式的对角线

展开法 行列式的性质 二元线性方程组的解

三元线性方程组的解

第二节 本章知识结构表.....(224)

第五章 复数	(225)
第一节 复数的概念	(225)
数集扩大的原则 虚数单位 i 复数共轭复数 复数	
分类表 复平面 复数与点一一对应 复数的向	
量表示 数集关于某种运算封闭的意义 复数不	
能比较大小的理由	
第二节 复数的代数形式及其运算	(230)
复数 $a+bi$ 的加、减、乘、除法则 1 的立方根的	
性质 共轭复数的运算法则	
第三节 复数的三角形式及其运算	(235)
复数的模、辐角 复数的三角形式 复数绝对值的	
性质 三角形式复数的乘、除、乘方、开方法则	
第四节 复数与几何	(237)
复数加、减、乘、除、开方的几何意义 平面图形	
的复数表示	
第五节 本章知识结构表	(243)
第六章 一元多项式和高次方程	(244)
第一节 一元多项式	(244)
复系数一元 n 次多项式 多项式的根 余数定理 因	
式定理	
第二节 高次方程	(245)
代数基本定理 一元 n 次方程的根与系数关系 实	
系数方程的虚根成双 整系数方程有有理根的必	
要条件	
★ 第七章 排列、组合 二项式定理	(248)
第一节 排列、组合	(248)
排列与组合的区别 加法原理 乘法原理 常用的	
有关排列公式 常用的有关组合公式	

第二节 二项式定理.....(251)

二项式定理 二项式系数 二项展开式的各项系数

杨辉三角 二项展开式的通项公式 二项展开式的特征 由二项展开式推算出一系列关于组合数之和

第三节 本章知识结构表.....(255)

第四部分 高中平面三角

第一章 三角函数.....(260)

第一节 任意角的三角函数.....(260)

象限角 终边相同的角 区间角 弧度制 任意角

三角函数的定义 同角三角函数的关系 诱导公式 化简求值及证明恒等式

★第二节 三角函数的图象与性质.....(274)

三角函数线 周期函数 三角函数图象及其基本变换

求三角函数的周期与极值

第三节 本章知识结构表.....(281)

第二章 两角和与差的三角函数.....(282)

第一节 和、差、倍、半公式与和差化积与

积化和差公式.....(282)

半角三角函数公式在运用时的注意 和、差、倍、

半、和差化积、积化和差的公式表及应用举例

第二节 本章知识结构表.....(296)

第三章 反三角函数与三角方程.....(297)

第一节 反三角函数.....(297)

反三角函数的主值区间 反三角函数的性质和图象

反三角函数的基本公式

第二节 三角方程.....(304)

最简单三角方程的解集 常见的几类三角方程的解法

第四章 解三角形.....(307)

解三角形的意义 三角形的边、角之间的基本度量

关系 解直角三角形的几种基本类型 解斜三角

形的几种基本类型 三角形的角所满足的三

角函数恒等式和不等式

第五部分 高中立体几何

第一章 直线与平面.....(329)

✓第一节 直线与平面的概念、关系和性质.....(329)

空间图形 平面 空间直线的位置关系 异面直线

两异面直线所成角 两异面直线间的距离 直线

和平面的位置关系 两平面的位置关系 二面角

的平面角 线面平行、垂直的性质和判定 面面

平行、垂直的性质和判定 三垂线定理和它的逆

定理

第二节 本章知识结构表.....(365)

直线与平面这一章的主要定义图表 直线与平面的

公理、定理图表 判定平行的图表 判定垂直的

图表 判定两直线异面的图表 判定直线在平面

内的图表

★第二章 多面体和旋转体.....(374)

第一节 多面体、旋转体的概念和性质.....(374)

多面体 棱柱 平行六面体 长方体 正方体 棱

锥 正棱锥 棱台 正棱台 旋转面与旋转体

圆柱 圆锥 圆台 球 球面上两点的距离 球

冠 球带 球缺 拟柱体 棱柱的性质 平行六

面体的性质 长方体的性质 正方体的性质 棱

锥的性质 棱台的性质 圆柱、圆锥、圆台的性质
 球的截面性质 棱柱、棱锥、棱台的侧面积
 圆柱、圆锥、圆台的侧面积 球、球冠、球带的
 表面积 祖暅原理 棱柱、圆柱的体积 棱锥、
 圆锥的体积 棱台、圆台的体积 球、球缺的体
 积 拟柱体的体积

第二节 本章知识结构表.....(418)

多面体和旋转体的概念图表 多面体和旋转体的
 面积图表 多面体和旋转体的体积图表

第六部分 高中平面解析几何

★第一章 直线.....(423)

第一节 基本公式和直线方程.....(423)

有向线段的数量 线段的定比分点 直线的倾斜角
 直线的斜率 两直线所成的角 直线系 解析法
 数轴上有向线段的数量公式 沙尔定理 两点间
 距离公式 线段的定比分点坐标公式 三角形重
 心坐标公式 三角形的面积公式 过两点的直线
 斜率公式 直线方程的五种形式 两直线平行、
 垂直、重合的条件 点到直线距离公式 两直线
 所成角的公式 三点共线公式 三线共点公式
 直线系方程的应用举例

第二节 本章知识结构表.....(440)

★第二章 圆锥曲线.....(442)

第一节 曲线和方程.....(442)

曲线和方程的概念 圆锥曲线与二元二次方程 充
 分与必要条件 已知曲线求它的方程 已知方程
 求它的曲线 已知方程求它的曲线时的几种特殊

情况

第二节 圆(445)

三个条件确定一个圆 圆系 圆的标准方程 圆的一般式方程 点与圆的位置关系 直线和圆的位置关系 两圆的位置关系 过两圆交点的圆系方程 过圆上一点的切线方程的求法 过圆外一点的切线求法 斜率是 k 的切线方程

第三节 椭圆(449)

椭圆的四种定义 椭圆的焦半径 椭圆的切线 椭圆的标准方程 椭圆的性质 椭圆的焦半径公式 椭圆的焦点参数 点与椭圆的位置关系 直线与椭圆的位置关系 过椭圆上一点的切线方程 过椭圆外一点的切线方程 椭圆的光学性质 椭圆的面积公式 椭圆周长的近似公式

第四节 双曲线(455)

双曲线的三种定义 双曲线的焦半径 双曲线的切线 双曲线的标准方程 双曲线的性质 双曲线的焦半径公式 双曲线的焦点参数 点与双曲线的位置关系 直线与双曲线的位置关系 过双曲线上一点的切线方程 过双曲线外一点的切线方程 双曲线的光学性质

第五节 抛物线(462)

抛物线的定义 抛物线的焦参数 抛物线的通径 抛物线的焦半径 抛物线的标准方程 抛物线的性质 抛物线草图的简捷画法 抛物线的焦半径公式 点与抛物线的位置关系 直线与抛物线的位置关系 过抛物线上一点的切线方程 抛物线的光学性质

第六节 本章知识结构表(有四个表)(470)

第三章 坐标变换.....(474)

第一节 坐标轴的平移和旋转.....(474)

坐标变换的意义和作用 平移和旋转 有心圆锥曲线和无心圆锥曲线 坐标变换中的不变式 圆锥曲线系 移轴公式 利用移轴公式求曲线诸元素在旧坐标系中的坐标或方程的方法 转轴公式及其应用 一般二次方程的化简 判断二次曲线类型的方法

第二节 本章知识结构表.....(480)

第四章 参数方程.....(481)

第一节 参数方程与普通方程的互化、参数方程的应用.....(481)

曲线的参数方程的概念 曲线的普通方程 曲线的范围 参数方程化为普通方程 普通方程化为参数方程 直线的参数方程 圆的参数方程 椭圆的参数方程 双曲线的参数方程 抛物线的参数方程 利用参数方程求动点轨迹时怎样选择参数 参数方程图形的画法

第二节 本章知识结构表.....(490)

第五章 极坐标.....(491)

第一节 曲线的极坐标方程及应用.....(491)

点与它的极坐标的对应问题 曲线的极坐标方程 圆锥曲线的统一定义 圆锥曲线的极坐标方程 常见的极坐标方程的图形 点的直角坐标与极坐标的互化 直角坐标方程与极坐标方程的互化 圆锥曲线极坐标方程的图形画法

第二节 本章知识结构表.....(502)

目录索引

第一部分	初中代数	(1)
第二部分	初中平面几何	(73)
第三部分	高中代数	(147)
第四部分	高中平面三角	(257)
第五部分	高中立体几何	(327)
第六部分	高中平面解析几何	(421)