高中

代数课外练习

下册

《高中数学课外练习》编写组 编

北京教育出版社

高中代数课外练习

（下　　册）

《高中代数课外练习》编写组　编

北京教育出版社

(京)新登字202号

高中代数课外练习(下册)
GAOZHONG DAISHU KEWAI LIANXI (XIACE)
《高中代数课外练习》编写组　编

北京教育出版社出版
(北京北三环中路6号)
邮政编码:100011
北京出版社总发行
新华书店北京发行所经销
北京展望印刷厂印刷

787×1092毫米 16开本 11.375印张 192000字
1994年7月第1版　1994年7月第1次印刷
印数 1—16000

出 版 说 明

为了加强基础知识教学、基本技能训练，减轻学生过重的课业负担，帮助学生更好地完成学习任务，组织我市有教学经验的教师，编写了这套高中课外练习。练习包括：语文、外语、物理、化学、数学五个学科，供本市高中学生使用。

这套练习是依据现行的教学大纲和教材，按单元（或章、节）编写的。练习题的编排与课本密切配合，既体现了教学的重点、难点，又注意了对知识的综合与应用。为了照顾学生的实际水平，数学、化学、物理学科的练习题分为A、B两组。A组题为基础题，B组题为提高题，教师可根据情况选择使用。

我们初次组织编写高中练习，肯定会有不足之处，恳请广大师生在使用过程中提出宝贵意见。

目　录

第一章　不等式

习题一（A组）

1．选择题：

(1) 如果$a>b$，$c>d$，则一定有（　　）

A．$c>d+a-b$．　　B．$b>c+d-a$．

C．$a>b-c+d$．　　D．$d>a+b-c$．

(2) 若$x<3$，则下列不等式中正确的是（　　）

A．$x\lg\frac{1}{2}<3\lg\frac{1}{2}$．　　B．$|x|\lg\frac{1}{2}<3\lg\frac{1}{2}$．

C．$|x\lg\frac{1}{2}|<|3\lg\frac{1}{2}|$．　　D．$x|\lg\frac{1}{2}|<3|\lg\frac{1}{2}|$．

(3) 若$x>y$，$m>n$，则下列不等式中正确的是（　　）

A．$x-m>y-n$．　　B．$xm>yn$．

C．$\frac{x}{n}>\frac{y}{m}$．　　D．$m-y>n-x$．

(4) 设a、b、c都是实数，又给出四个命题：

①如果$a<b<0$，则$a^2<b^2$．　　②如果$ac^2>bc^2$，则$a>b$．

③ 如果$\frac{a}{b}<c$，则$a<bc$．　　④ 如果$a<b<0$，则$\frac{b}{a}<1$．

那末在上述命题中，正确的命题是（　　）

A．①和②．　　B．②和④．　　C．①和④．　　D．②和③．

(5) 设$1<x<10$，那么$(\lg x)^2$，$\lg x^2$，$\lg(\lg x)$这三个数的大小顺序是（　　）

A．$(\lg x)^2<\lg(\lg x)<\lg x^2$．　　B．$(\lg x)^2<\lg x^2<\lg(\lg x)$．

C．$\lg x^2<(\lg x)^2<\lg(\lg x)$．　　D．$\lg(\lg x)<(\lg x)^2<\lg x^2$．

(6) 设$0<a<b$，$a+b=1$，则$\frac{1}{2}$，a，b，$2ab$，a^2+b^2的大小顺序是（　　）

A．$a^2+b^2>2ab>\frac{1}{2}>b>a$．　　B．$a<2ab<\frac{1}{2}<a^2+b^2<b$．

C．$\frac{1}{2}<a<b<2ab<a^2+b^2$．　　D．$a<\frac{1}{2}<b<2ab<a^2+b^2$．

(7) 下列命题中，正确的是（　　）

A．若$x^2>x$，则$x>0$．　　B．若$x>0$，则$x^2>x$．

C．若$x<0$，则$x^2>x$．　　　　D．若$x^2>x$，则$x<0$．

(8) 已知$-b<a<0$，则下列不等式中：

①$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$．　②$a^2>b^2$．　③$\frac{1}{a}>-\frac{1}{b}$．　④$|a|>|b|$．

正确的个数是（　　）

A．0．　　B．1．　　C．2．　　D．3．

(9) 设$m>n>0$，则$a=0.9^m\times0.8^n$与$b=0.9^n\times0.8^m$的大小顺序是（　　）

A．$a>b$．　　B．$a<b$．　　C．$a=b$．　　D．不能确定．

(10) 已知$a<b<0$，则下列不等关系中不能成立的是（　　）

A．$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$．　　B．$|a|>|b|$．　　C．$a^2>b^2$．　　D．$\sqrt{-a}<\sqrt{-b}$．

2．已知$a\neq1$，求证：$\frac{2a}{1+a^2}<1$．

3．若$a>0$，$b>0$，求证：$\frac{a^5+b^5}{2}\geqslant\frac{a^3+b^3}{2}\cdot\frac{a^2+b^2}{2}$．

4．若$a>b>c>0$，求证：$a^{2a}\cdot b^{2b}\cdot c^{2c}>a^{b+c}\cdot b^{c+a}\cdot c^{a+b}$．

5．设$0<x<1$，$a>0$，$a\neq1$，比较$|\log_a(1-x)|$与$|\log_a(1+x)|$的大小．

6．已知a、b是实数，求证：$a^2+b^2+1\geqslant a+b+ab$．

7．已知m，$n\in R$，求证：$\lg(10^m+10^n)\geqslant\frac{m+n}{2}+\lg2$．

8．已知a、b、c为正数，且$a+b+c=1$，求证：$\left(\frac{1}{a}-1\right)\left(\frac{1}{b}-1\right)\left(\frac{1}{c}-1\right)\geqslant8$．

9．已知$a>b>0$，求证：$a+\frac{1}{(a-b)\cdot b}\geqslant3$．

10．设a、b、c为正数，且$a+b+c=1$，求证：$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geqslant9$．

11．设$x>0$，$y>0$，试证：$(x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}>(x^3+y^3)^{\frac{1}{3}}$．

12．设a、b、c为正数，且$ab+bc+ca=1$，求证：$a+b+c\geqslant\sqrt{3}$．

13．已知$f(x)=x^2+px+q$，求证：$|f(1)|$，$|f(2)|$，$|f(3)|$中至少有一个不小于$\frac{1}{2}$．

14．已知：$|a|<1$，$|b|<\frac{1}{2}$．求证：$\left|\frac{a+b}{1+ab}\right|<1$．

15．求证：$\lg9\cdot\lg11<1$．

16．若$a>b>c>0$，且$a+b+c=1$，求证：$\frac{1}{a}<3<\frac{1}{c}$．

17．$\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\cdots+\frac{1}{n!}<2$．

习题一（B组）

1．（1）对正数a、b，记调和平均值$\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}=H$，几何平均值$\sqrt{ab}=G$，算术平均值$\frac{a+b}{2}=A$，平方平均值$\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}=Q$，求证：$H\leqslant G\leqslant A\leqslant Q$。

（2）求证：$\frac{3}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}\leqslant\sqrt[3]{abc}\leqslant\frac{a+b+c}{3}\leqslant\sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{3}}$。

2．求证：$\lg\frac{c}{a}\cdot\lg\frac{c}{b}\geqslant\lg\sqrt{\frac{b}{a}}\cdot\lg\sqrt{\frac{a}{b}}$（$a>0$，$b>0$，$c>0$），并说明等号成立的条件。

3．若$a>1$，$b>1$且$ab<10^6$，求证：$\lg a\lg b<9$。

4．a_1，a_2，$\cdots$，a_n是n个正数，且$a_1a_2\cdots a_n=1$，求证：$(2+a_1)(2+a_2)\cdots(2+a_n)\geqslant3^n$。

5．设x_1，x_2，$\cdots$，$x_n\in R^+$，求证：$\frac{x_1^2}{x_2}+\frac{x_2^2}{x_3}+\cdots+\frac{x_{n-1}^2}{x_n}+\frac{x_n^2}{x_1}\geqslant x_1+x_2+\cdots+x_n$。

6．已知函数$f(x)=\log_a(1+x)$，$(a>0$，$a\neq1)$，当$x\in(-1,0)$时，有$f(x)>0$。试判断$f(x)$的单调性，并证明对任意$x_1>1$，$x_2>1$时，有：$\frac{f(x_1-1)+f(x_2-1)}{2}\geqslant f\left(\frac{x_1+x_2-2}{2}\right)$。

7．a、$b\in R^+$，求证：$\sqrt{\frac{a^2+2b^2}{3}}\geqslant\frac{a+2b}{3}$。

8．当$a>b>0$时，求证：$\frac{(a-b)^2}{8a}<\frac{a+b}{2}-\sqrt{ab}<\frac{(a-b)^2}{8b}$。

9．已知：$a>0$，$b>0$。求证：$\frac{a}{\sqrt{b}}+\frac{b}{\sqrt{a}}\geqslant\sqrt{a}+\sqrt{b}$。

10．当$x>0$时，求函数$y=x^2+\frac{3}{x}$的最小值。

11．已知圆柱体的表面积是定值S，求其体积的最大值。

习题二（A组）

1．选择题：

（1）不等式$\frac{|a+b|}{|a|+|b|}\leqslant1$成立的充要条件是（　　）

A．$ab\neq0$．　B．$a^2+b^2\neq0$．　C．$ab>0$．　D．$ab<0$．

（2）设x、y都是实数，则$|x-y|>\big||x|-|y|\big|$成立的充要条件是（　　）

A．$xy>0$．　B．$xy\geqslant0$．　C．$xy\leqslant0$．　D．$xy<0$．

（3）若x、y是实数且$xy>0$，则下列不等式中不正确的是（　　）

A．$|x+y|\geqslant x-y$．　B．$2\sqrt{xy}\leqslant|x+y|$．

C．$|x+y|<|x|+|y|$．　　D．$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geqslant 2$．

（4）如果实数a、b满足$ab<0$，那么（　　）

A．$|a+b|>|a-b|$．　　B．$|a+b|<|a-b|$．

C．$|a-b|<||a|-|b||$．　　D．$|a-b|<|a|+|b|$．

（5）设实数a、b满足$ab>0$，又给出四个不等式：

① $|a+b|>|a|$．　　② $|a+b|<|b|$．

③ $|a+b|<|a-b|$．　　④ $|a+b|>|a|-|b|$．

那么在上述不等式中，正确的是（　　）

A．①和②．　　B．①和③．　　C．①和④．　　D．②和④．

（6）已知$a\in R$，则$(1-|a|)(1+a)>0$成立的充要条件是（　　）

A．$|a|<1$．　B．$a<1$．　C．$|a|>1$．　D．$a<1$且$a\neq -1$．

（7）已知函数$y=x^2\cos\theta-4x\sin\theta+6$，对于任意实数$x$恒有$y>0$，且$\theta$是三角形的一个内角，则$\theta$的取值范围是（　　）

A．$0<\theta<\frac{\pi}{6}$．　B．$\frac{\pi}{6}<\theta<\frac{\pi}{2}$．　C．$0<\theta<\frac{\pi}{3}$．　D．$\frac{\pi}{3}<\theta<\frac{\pi}{2}$．

（8）设命题甲为："$-4<k<0$"；命题乙为："函数$y=kx^2-kx-1$恒为负值"，那么（　　）

A．甲是乙的充分而不必要条件．

B．甲是乙的必要而不充分条件．

C．甲是乙的充要条件．

D．甲既不是乙的充分条件，又不是乙的必要条件．

2．解下列不等式：

（1）$\sqrt{2x+5}>x+1$；　　（2）$\sqrt{2-x}<x$；

（3）$\sqrt{3x-5}-\sqrt{x-4}>0$；　　（4）$|\sqrt{x-2}-3|<1$．

3．解下列不等式：

（1）$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x+3}<\left(\frac{1}{2}\right)^{3(x-1)}$；　　（2）$\left(\frac{1}{4}\right)^{-x^2+\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}}>2^{x^2+x+6}$；

（3）$\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2+3x-6}<\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-2x+1}$；　　（4）$a^{3x^2-4x-5}>a^{2x^2-3x+1}$．

4．解下列不等式：

（1）$\log_{\frac{1}{3}}(x^2-3x-4)<\log_{\frac{1}{3}}(2x+10)$；　　（2）$\log_{x^2}(x+2)>1$；

（3）$\log_{\frac{1}{4}}|x|<\log_{\frac{1}{2}}|x+1|$；　　（4）$\log_{(x-1)}(x^2-5x+10)>2$．

5．当$\sin 2x>0$时，求不等式$\log_{0.5}(x^2-2x-15)>\log_{0.5}(x+13)$．

6．解不等式：

（1）$\left|3-\log_{\frac{1}{2}}x^2\right|<5$；　　（2）$a^2\cdot x^{\log_a x}>x^4\cdot\sqrt{x}\,(0<a<1)$．

7. 证明：$\left|\frac{\sin\theta}{2}+\frac{\sin2\theta}{2^2}+\frac{\sin3\theta}{2^3}+\cdots+\frac{\sin n\theta}{2^n}\right|<1(n\in N)$。

习题二（B组）

1. 解不等式：$\log_2(2^x-1)\cdot\log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1}-2)>-2$。
2. 解关于x的不等式：$\log_{a^2}x<\log_{x^2}a(0<a<1)$。
3. 解不等式：$x^{\log_a x}<a^3x^2(a>0,\ a\neq1)$。
4. 已知：$A=\{x|\log_x(5x^2-8x+3)>2\}$，$B=\{x|x^2-2x-a^4+1\geqslant0\}$，要使$A\subset B$，求实数$a$的取值范围。
5. 已知函数$f(x)=\sqrt{1+x^2}$，证明：对于定义域内任意x_1和$x_2(x_1\neq x_2)$，总有：

   (1) $|f(x_1)-f(x_2)|=\frac{|x_1^2-x_2^2|}{\sqrt{1+x_1^2}+\sqrt{1+x_2^2}}$；

   (2) $|f(x_1)-f(x_2)|<|x_1-x_2|$。
6. 已知$f(x)=\frac{x}{1+x}$，$x\in[0,\ +\infty)$，证明：

   (1) $f(x)$在$[0,\ +\infty)$上为增函数；

   (2) $\frac{|a+b|}{1+|a+b|}\leqslant\frac{|a|+|b|}{1+|a|+|b|}$。

复习题一（A组）

1. 设$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，比较$(\cos\alpha)^{-\sin\alpha}$和$(\sec\alpha)^{\operatorname{tg}\alpha}$的大小。
2. 已知$0<\alpha<\pi$，证明：$2\sin2\alpha\leqslant\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}$，并讨论$\alpha$为何值时等号成立。
3. 已知a，b，c均为正数，求证：$\lg\frac{c}{a}\cdot\lg\frac{c}{b}\geqslant\lg\sqrt{\frac{b}{a}}\cdot\lg\sqrt{\frac{a}{b}}$，并指出等号成立的条件。
4. 设$a>b>0$，在a、b之间插入n个正数x_1，x_2，…，x_n，使$a,x_1,x_2,\cdots,x_n$，b成等比数列．求证：$\sqrt[n]{x_1x_2\cdots x_n}<\frac{a+b}{2}$。
5. 求函数$y=\sin^2\theta\cos\theta\left(0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$的最大值。
6. 已知圆柱的体积是定值V，求其表面积的最小值。
7. 求证：若$\left|\frac{1+ab}{a+b}\right|<1$，则$|a|$与$|b|$中必有一个大于1而另一个小于1。
8. 设$a+b+c=1$，且a、b、c都是正数，求证：$\sqrt{3a+2}+\sqrt{3b+2}+\sqrt{3c+2}<6$。
9. 设$a>0$，$b>0$，且$a+b=1$，求证：$\sqrt{2}(\sqrt{a}+\sqrt{b})\leqslant\frac{5}{2}$。

10．当a取什么值时，对于任意实数x，不等式：$-3<\dfrac{x^2+ax-2}{x^2-x+1}<2$都成立？

11．解不等式：

(1) $\sqrt{\lg x-1}<3-\lg x$；

(2) $\log_a\left(\dfrac{3}{2}\right)^{-x^2}+\log_a\left(\dfrac{4}{9}\right)^{2x}<\log_a\dfrac{32}{243}$.

复习题一（B组）

1．已知$x>0$，$y>0$，$3x+2y=10$，求证：$\sqrt{3x}+\sqrt{2y}\leqslant 2\sqrt{5}$.

2．已知$f(x)=x^2-(2e^t)x+(2+e^{-2t})$，如果关于$x$的方程$f(x)=0$有实根，求$t$的范围.

3．利用不等式$|\sin x|\leqslant|x|$，证明：$|\sin x_2-\sin x_1|\leqslant|x_2-x_1|$.

4．设函数$f(x)=\log_3\left(x^2-4mx+4m^2+m+\dfrac{1}{m-1}\right)$，其中$m$是实数，又用$M$表示集合$\{m|m>1\}$.

(1) 求证：当$m\in M$时，$f(x)$对所有实数x都有意义；反之，如果$f(x)$对所有实数x都有意义，则$m\in M$；

(2) 当$m\in M$时，求函数$f(x)$的最小值；

(3) 求证：对每一个$m\in M$，$f(x)$ 的最小值都不小于1.

第二章 数列、极限、数学归纳法

一 数 列

习题三 （A组）

1．选择题：

（1）一个内角为60°是三角形三个内角成等差数列的（　　）

A．充分但不必要条件．　　B．必要但不充分条件．

C．充要条件．　　D．既不充分也不必要条件．

（2）已知数列$\sqrt{3}$，$\sqrt{7}$，$\sqrt{11}$，$\sqrt{15}$，……，则$5\sqrt{3}$是它的（　　）

A．第18项．　　B．第19项．　　C．第17项．　　D．第20项．

（3）在等差数列$\{a_n\}$中，已知公差为$\frac{1}{2}$，且$a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{99}=60$，则$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{100}$等于（　　）

A．120．　　B．145．　　C．150．　　D．170．

（4）已知$\{a_n\}$为等差数列，且有$a_2+a_3+a_{10}+a_{11}=48$，则a_6+a_7等于（　　）

A．12．　　B．48．　　C．96．　　D．24．

（5）若$x\neq y$，且两个数列x，a_1，a_2，y和x，b_1，b_2，b_3，y各成等差数列，那么$\frac{a_2-a_1}{b_2-b_1}$等于（　　）

A．$\frac{2}{3}$．　　B．$\frac{3}{4}$．　　C．$\frac{4}{3}$．　　D．$\frac{3}{2}$．

（6）一个等差数列的第 2 项与第 12 项之和等于19，则这个等差数列的前 13 项之和等于（　　）

A．$\frac{249}{2}$．　　B．$\frac{247}{2}$．　　C．$\frac{245}{2}$．　　D．$\frac{243}{2}$．

（7）在a和b（$a\neq b$）两数之间插入n个数，使它们与a，b组成等差数列，则这个数列的公差为（　　）

A．$\frac{b-a}{n}$．　　B．$\frac{b-a}{n+2}$．　　C．$\frac{a-b}{n+1}$．　　D．$\frac{b-a}{n+1}$．

（8）已知等差数列$\{a_n\}$的公差是正数，并且$a_3\cdot a_7=-12$，$a_4+a_6=-4$，则这个等差数列的前20项的和为（　　）

A．180．　　B．220．　　C．-580．　　D．-180．

2．一个等差数列的第23项是49，第32项是67，此数列值在20与50之间的项是哪些？这些项

的和是多少？

3．等差数列的第p项为q，第q项为p，求其前$p+q$项的和。

4．设S_1，S_2，S_3……，$_m$分别表示以1，3，5，…，$2m-1$为首项，分别以1，3，5，…，$2m-1$为公差的等差数列的前n项的和，求证：$S_1+S_2+S_3+\cdots+S_m=\dfrac{n(n+1)}{2}m^2$。

5．设数列的前几项和为S_n。

(1) 若$S_n=An^2+Bn$(A，B为常数)，求证：此数列一定是等差数列，且公差为$2A$；

(2) 若$S_n=An^2+Bn+C$(A、B、C为常数，且$C\neq0$)，求证：此数列不是等差数列。但如果舍掉第一项，那么从第二项起，依次组成等差数列，且公差为$2A$。

6．已知a^{-1}，b^{-1}，c^{-1}成等差数列，求证：$\lg(a+c)$，$\lg(a-c)$，$\lg(a+c-2b)$也成等差数列。

7．若$(z-x)^2-4(x-y)(y-z)=0$，求证，x、y，z成等差数列。

8．已知等差数列a，b，c中的三个数都是正数，且公差不为零，求证它们的倒数所组成的数列$\dfrac{1}{a}$，$\dfrac{1}{b}$，$\dfrac{1}{c}$不可能组成等差数列。

9．数列$\{a_n\}$的前n项和的公式为$S_n=2n^2+3n+1$，求其通项公式。

10．在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=\lg2$，$a_2=\lg6$，其前6项和$S_6=\lg x$，求x的值。

11．写出数列的一个通项公式，使其前四项分别是：

(1) $\dfrac{2}{3}$，$\dfrac{5}{6}$，$\dfrac{10}{11}$，$\dfrac{17}{18}$；　　(2) $-\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{2}{3}$，$-\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{4}{5}$；

(3) $1\dfrac{1}{2}$，$2\dfrac{1}{3}$，$3\dfrac{1}{4}$，$4\dfrac{1}{5}$；　　(4) 1，-2，4，-8；

(5) 9，99，999，9999；　　(6) 5，55，555，5555。

12．已知有穷数列：5，7，9，11，…，$2n+7$，其中后一项比前一项大2。

(1) 指出这个数列的通项公式；

(2) 指出$4n+9$是不是这数列中的一项？

(3) 指出$5+7+9+\cdots+(2n-7)$是这数列的前几项和。

13．三个数成等差数列，其和为15，平方和为83，求此三数。

14．在自然数列中：

(1) 求前n个自然数的和；

(2) 求前n个偶数的和；

(3) 若第n项等于前$n-1$个自然数之和，求n。

15．某等差数列的前10项中，项数为奇数的各项之和为125，项数为偶数的各项之和为15，求其首项和公差。

16．夏季山上的温度从山脚起每升高100米降低0.7℃，已知山顶温度是14.8℃，山脚温度是26℃，求山的高度。

17．养路工人沿着公路堆放碎石20堆，每相邻两堆间的距离是200米，碎石场离最近一个存放点是1500米，每堆需拉三车（用一辆车拉），问完成这个任务车子来回需行多少路程？

习题三 （B组）

1．求介于100—200之间，既不是2的倍数，又不是3的倍数的所有自然数的和。

2．已知$a_n=3n+2$，在a_1，a_2，…，a_{100}中，先划去a_1，然后每隔三项划去一项，求余下的各项之和。

3．如果两等差数列5，8，11，…和3，7，11…，都有100项，求它们相同项的和。

4．有一首项为正数的等差数列前三项之和与前十一项之和相等，问此数列前几项之和最大？

5．等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=-60$，$a_{17}=-12$，求数列$\{|a_n|\}$前30项之和。

6．数列$\{a_n\}$满足：$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=n(n+1)(n+2)$ $(n\in N)$．

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）求$\{a_n\}$的前n项和公式。

7．在项数为奇数的等差数列中，它的奇数项之和是60，偶数项之和是45，求这个数列的中间项与项数。

8．已知方程$x^2-(3n+2)x+3n^2-74=0$，其中$n\in Z$，求它的所有实根的和。

习题四 （A组）

1．选择题：

（1）$b^2=ac$是a，b，c成等比数列的（　　）

A．充要条件．　　B．充分而不必要条件．

C．必要而不充分条件．　　D．既不充分也不必要条件．

（2）下列各组数中，能组成等比数列的是（　　）

A．$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$．　　B．lg2，lg4，lg8．

C．a^2，a^4，a^8．　　D．2，$-2\sqrt{2}$，4．

（3）已知a，b，c，d是公比为2的等比数列，则$\frac{2a+b}{2c+d}$等于（　　）

A．$\frac{1}{8}$．　　B．$\frac{1}{4}$．　　C．$\frac{1}{2}$．　　D．1．

（4）在等比数列$\{a_n\}$中，若$m+n=p+q$（m、n、p、$q\in N$），则下列等式中正确的是（　　）

A．$\frac{a_m}{a_q}=\frac{a_p}{a_n}$．　　B．$a_m+a_n=a_p+a_q$．

C．$a_m-a_n=a_p-a_q$．　　D．$a_p\cdot a_m=a_q\cdot a_n$．

（5）在等比数列中，如果$a_4\cdot a_7+a_5\cdot a_6=20$，则此数列前10项的积是（　　）

A．50．　　B．20^{10}．　　C．10^5．　　D．10^{10}．

2．填空题：

(1) 在数列$\{a_n\}$中，若$a_1=1$，$a_{n+1}=\frac{a_n}{2}$，则，$a_6=$ ________；

(2) 等比数列1，$\sqrt{2}$，2，…，第三项后面的六项和是 ________；

(3) 在等比数列中，若$a_4\cdot a_7\cdot a_{13}\cdot a_{16}=81$，则$a_{10}=$ ________；

(4) 在等比数列$\{a_n\}$中，记$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$，已知$a_3=2S_2+1$，$a_4=2S_3+1$，则此数列的公比$q=$ ________；

(5) 已知$5+3\sqrt{2}$与x的等比中项是$\sqrt{7}$，则$x=$ ________；

(6) 已列数列$\frac{1}{2}$，a，$\frac{1}{4}$，c前三项之和为2，后三项成等比数列，则$a=$ ________，

$c=$ ________。

3. 在16和2之间插入5个数，使这七个数组成等比数列。

4. 等比数列的前三项之和为3.5，前三项的平方和为5.25，求其首项与公比。

5. 等比数列的公比为$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$，证明：从此数列的第二项开始，每一项为它的相邻两项之差。

6. 某机床厂现在年产机床3200台，计划在3年后把产量提高到6250台，如果每年比上一年增长的百分数相同，求这个百分数。

7. 工厂计划在四年内将年产量提高三倍。

(1) 如果每年增长率相同，求年平均增长率（精确到0.1%）；

(2) 求四年内的总产量是原产量的多少倍。

8. 如果数列$\{a_n\}$前n项和为$S_n=3^n+b$(b是常数)，此数列是等比数列吗？为什么？

9. 设$\{a_n\}$是首项为a_1，公比为$q(q\neq1)$的等比数列，试求数列$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$的前$n$项和的公式。

10. 设三个数a，b，c成等差数列，其和为6，又a，b，$c+1$成等比数列，求这三个数。

11. 有四个数，其中前三个数成等差数列，后三个数成等比数列，并且第一个数与第四个数的和是16，第二个数与第三个数的和是12，求这四个数。

12. 在等比数列$\{a_n\}$中：$a_1+a_3=10$，$a_4+a_6=\frac{5}{4}$，求a_4和S_5。

13. 一个有穷等比数列的首项为1，项数为偶数，其奇数项的和为85，偶数项的和为170，求这数列的公比和项数。

14. 求和：$1\frac{1}{2}+3\frac{1}{4}+5\frac{1}{8}+\cdots+(2n+1)+\frac{1}{2^{n+1}}$。

15. 求和：$S=1+x+x^2+\cdots+x^{n+1}$。

16. 求和：$81+891+8991+\cdots+89\underbrace{\cdots}_{n-1个9}91$。

17. 求和：$1+2x+3x^2+\cdots+nx^{n-1}$ $(x\neq1)$。

18. 已知：$\lg x+\lg x^2+\cdots+\lg x^{10}=110$。求：$\lg x+\lg^2x+\cdots+\lg^{10}x$的值。