

汪芳宗 著

电力系统 并列计算



中国电力出版社

国家自然科学基金资助项目

电力系统并行计算

汪芳宗 著

中国电力出版社

内 容 提 要

本书以利用计算机并行处理技术分析、计算潮流和暂态稳定性,可望从根本上解决电力系统实时分析以及实时控制这一难题为理论依托,对利用特定并行处理系统所开发出的并行计算方法作一系统总结,以推动并行处理技术在电力系统中的应用。

本书共分五章。第一章概述。第二章着重叙述一种新的矩阵求逆方法及其并行实现。第三章介绍了电力系统潮流求解的并行处理方法。第四章叙述电力系统暂态稳定性计算的并行处理方法。最后则对电力系统静态安全性分析以及暂态安全性分析的并行批处理方法的基本思路作一简单叙述。

本书适合各大专院校以及各科研部门从事电力系统研究的师生和科研人员阅读使用。

图书在版编目(CIP)数据

电力系统并行计算/汪芳宗著. -北京:中国电力出版社, 1998
ISBN 7-80125-568-2

I. 电… II. 汪… III. 电力系统计算-并行算法 N. TM744

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (97) 第 28713 号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号 邮政编码 100044)

三河市实验小学印刷厂印刷

各地新华书店经售

*

1998 年 3 月第一版 1998 年 3 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 32 开本 2.625 印张 57 千字

印数 0001—3120 册 定价 3.50 元

版 权 专 有 翻 印 必 究

(本书如有印装质量问题, 我社发行部负责退换)

前 言

电力系统计算最基本、最主要的内容是进行潮流与暂态稳定性计算。电力系统计算的主要目的就是分析、研究电力系统的安全性。经过近 40 多年的研究及开发,电力系统分析计算已取得了很大的进展,各种类型的数值计算方法或程序已在规划设计及运行调度等部门得到了广泛的应用,一些先进的电力系统控制中心已装配了诸如潮流计算以及与之有关的静态安全分析软件。尽管如此,电力系统远远未达到实时分析以及实时控制的阶段。

进入 80 年代以来,随着并行计算机的不断出现并投入使用,并行处理技术开始引入电力系统分析计算这一研究领域。并行处理技术为电力系统分析计算提供了一个全新的方法论和有力工具,可望从根本上解决电力系统实时分析乃至实时控制这一难题。迄今为止,这一领域的研究工作已取得了很大的进展,成为当前极为活跃的研究课题。本人是从 1992 年开始从事电力系统并行计算这一研究工作的,并有幸获得了国家自然科学基金的资助。就国内、外的研究现状以及作者的研究成果而言,电力系统并行计算的不少方面还未成熟到足以总结成书的地步,何况并行算法的实现需强烈地依赖于并行计算机硬件环境,同一并行算法在不同的并行计算机上实现,可能会产生完全不同的效果。因此,本书的目的不是

全面概括电力系统并行计算诸方面的研究成果，而是对本人利用特定并行处理系统所开发出的并行计算方法作一系统总结，并将其展示给国内同行，以期推动并行处理技术在电力系统中的应用。

全书共分五章，它首先叙述了电力系统潮流的并行计算方法，然后叙述了电力系统暂态稳定性的并行计算方法，最后阐述了电力系统安全性分析的并行批处理方法的基本思路。无论是潮流的并行计算，还是暂态稳定性的并行计算，两者在基本思路、算法格式以及并行处理硬件等方面，均是一致的。从这种意义上讲，本书叙述了一种电力系统计算专用、潮流与暂态稳定性计算通用的并行处理方法及其硬件配置系统。书中所叙述的各种并行算法，除使用详细模型的暂态稳定性空间并行算法以外，均经过实际的装配和测试，测试结果亦比较理想，但为了避免将此书写成“论文集”的形式，书中没有给出具体的测试结果。在叙述方法上，着重于算法的基本思路和对算法的描述。

本书承蒙华北电力大学杨以涵教授审阅，杨老师对本书初稿不仅进行了详细的校订，而且还提出了许多宝贵的修改意见，在此深表感谢。此外，如果没有国家自然科学基金的资助，本人很可能没有勇气坚持电力系统并行计算这一基础性研究工作，因而更谈不上本书的出版。限于学术水平、工作经验以及能力，书中定有不少疏漏与错误，恳请国内专家、学者以及同行批评指正。

汪芳宗

1996年8月

目 录

前 言

第一章	概述	1
第一节	电力系统潮流计算	1
第二节	电力系统暂态稳定性计算	4
第三节	并行处理的一些基本概念	7
第四节	电力系统并行计算	10
第二章	一种新的矩阵求逆方法及其 并行实现	16
第一节	基于分解——叠加原理的矩阵求逆 方法	16
第二节	基于阻抗矩阵求解的算法分析与评估	20
第三节	矩阵求逆的并行实现	24
第三章	电力系统潮流的并行计算方法	32
第一节	基于牛顿法的并行潮流计算方法	33
第二节	基于拟牛顿法的并行潮流计算方法	43
第三节	基于 PQ 分解法的并行潮流计算方法	50
第四章	电力系统暂态稳定性并行计算方法	55
第一节	使用经典模型的空间并行牛顿计算 方法	56
第二节	使用经典模型的时间并行牛顿计算	

方法	60
第三节 使用详细模型的空间并行计算方法	68
第五章 电力系统安全性分析的并行批处理	
方法	72
参考文献	75

第一章 概 述

电力系统并行计算的主要内容就是对潮流以及暂态稳定性进行并行处理。从本质上讲，并行处理就是将多任务映射到多处理机中执行，或将现实的多维问题映射到具有特定拓扑结构的多处理机上求解。因此，分析、研究电力系统并行计算方法及其并行实现，首先必须对基本的潮流以及暂态稳定性（串行）数值计算方法有一个大致的了解。此外，掌握有关并行处理的一些基本概念亦是必不可少的。

本章首先对电力系统潮流以及暂态稳定性计算的基本方法作一介绍，然后叙述有关并行处理的一些基本概念，并对迄今为止国内现实可用的 Transputer 并行处理器作一简介。在此基础上，对现有的电力系统并行计算方法作一简要的综述，最后对本书的主要内容及其基本思路作一概述。

第一节 电力系统潮流计算

从数学的角度来讲，潮流计算可以归结为求解一组非线性方程组，并使其解答满足一定的约束条件。因此，相比较而言，潮流求解问题比较简单。有关潮流计算的方法较多，但是最基本、最常用的潮流求解方法应该是牛顿法以及 PQ 分解法，其它各种类型的方法均是在牛顿法的基础上，结合电力系统本身的物理特点进行一定的简化得来的，或者是对 PQ 分解法的一些修正或改进。

采用极坐标形式时，牛顿法潮流计算的基本方程为

$$\left. \begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} H & N \\ K & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta U/U \end{bmatrix} \\
 & \Delta P_i = P_{is} - P_i = P_{is} - U_i \sum_{j=1}^n U_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} \\
 & \quad + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \\
 & \Delta Q_i = Q_{is} - Q_i = Q_{is} - U_i \sum_{j=1}^n U_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} \\
 & \quad - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \\
 & H_{ij} = -U_i U_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}), H_{ii} \\
 & \quad = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n H_{ij} \\
 & N_{ij} = -U_i (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}), N_{ii} \\
 & \quad = -2U_i^2 G_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n N_{ij} \\
 & K_{ij} = U_i U_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}), K_{ii} \\
 & \quad = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n K_{ij} \\
 & L_{ij} = -U_i (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}), L_{ii} \\
 & \quad = 2U_i^2 B_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n L_{ij}
 \end{aligned} \right\} (1-1)$$

上述表达式均为一般情况下的计算公式。若 i 为平衡节点，则有 $\Delta P_i = \Delta Q_i = 0$ ，则对应的雅可比矩阵元素为

$$\begin{cases} N_{ij} = N_{ji} = K_{ij} = K_{ji} = 0, j = 1, n \\ H_{ij} = H_{ji} = L_{ij} = L_{ji} = 0, j \neq i \\ N_{ii} = 1.0, L_{ii} = 1.0 \end{cases} \quad (1-2)$$

若 i 为 PV 节点, 则有 $\Delta Q_i = 0$, 则对应的雅可比矩阵元素为

$$\begin{cases} K_{ij} = N_{ji} = 0, j = 1, n \\ L_{ij} = L_{ji} = 0, j \neq i \\ L_{ii} = 1.0 \end{cases} \quad (1-3)$$

由式 (1-2)、式 (1-3) 可见, 牛顿法潮流计算中雅可比矩阵中各元素均与状态变量有关。因此, 在每一步的求解过程中均需重新形成雅可比矩阵并重新进行三角分解。但雅可比矩阵是非常稀疏的, 每一行的非零元素不多, 所以可以采用稀疏线性代数方程组求解技巧, 即在每一步的迭代过程中首先对雅可比矩阵进行稀疏因子分解, 然后进行前代和回代处理。

牛顿法潮流计算方法的最大优点在于其收敛性较好, 因而对电力系统的适应性较强。但是其求解过程比较费时。鉴于此, 研究人员提出了有功功率和无功功率分解法, 即通常所谓的 PQ 分解法。

PQ 分解法主要建立在以下两个物理基础上: 一是在交流高压电网中, 输电线路的电抗比电阻大得多, 系统中母线有功功率的变化主要受电压相位的影响, 无功功率的变化则主要受母线电压幅值变化的影响; 二是在一般情况下, 线路两端电压的相位差是不大的。因此, 可以近似取 $G_{ij} \approx 0$, $\sin \theta_{ij} \approx 0$, $\cos \theta_{ij} \approx 1.0$; 而且有 $Q_i \ll U_i^2 B_{ii}$ 。在这种情况下, 式 (1-1) 可写为

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} H & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta U/U \end{bmatrix} \\ H_{ij} &\approx U_i U_j B_{ij}, H_{ii} = U_i^2 B_{ii} + Q_i \approx U_i^2 B_{ii} \\ L_{ij} &\approx U_i U_j B_{ij}, L_{ii} = U_i^2 B_{ii} - Q_i \approx U_i^2 B_{ii} \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

式 (1-4) 经过整理后可以得到

$$\Delta P/U = - B' U \Delta \theta \quad (1-5)$$

$$\Delta Q/U = - B'' \Delta U \quad (1-6)$$

式 (1-5)、式 (1-6) 即是 PQ 分解法潮流计算公式。

由于 PQ 分解法潮流计算中雅可比矩阵是节点导纳矩阵的虚部，为一常数矩阵。因此，只需作一次三角分解即可反复使用，因而其求解过程是非常快速的。

第二节 电力系统暂态稳定性计算

电力系统暂态稳定问题是指电力系统受到较大的扰动之后，各发电机是否继续保持同步运行的问题。引起电力系统大扰动的原因或故障形式有多种，其中以短路故障的扰动最为严重。因此，常以短路故障作为检验电力系统是否具有暂态稳定的依据。暂态稳定性分析、计算的主要目的大致可以分为两种：一种目的是着重于考查电力系统在受到大扰动时，各种电、磁参数的变化情况或其动态过程；另一种目的是着重于确定或判定电力系统在给定的故障扰动下的稳定性。

对于前一种目的，通常必须采用较为详细的电力系统数学模型，并利用计算机进行较为复杂的数值计算，即通常所谓的暂态仿真计算。从数学的观点来讲，电力系统暂态仿真计算可以归结为求解高维非线性常微分——代数方程组。自 70 年代以来，国内外在此一领域的研究工作一直比较活跃。

迄今为止，研究人员已提出了多种数值仿真方法，其中应用最为普遍的暂态仿真方法可以说是隐式联立求解法 (simultaneous implicit method)。该方法的基本思路就是首先利用一隐式积分规则，对描述电力系统暂态行为的非线性常微分方程组进行离散化；然后将其与电力系统网络方程联立在一起并进行迭代求解。隐式联立求解法的主要优点在于其具有较好的数值稳定性，而且从根本上消除了交接误差。目前，以电力系统暂态数值仿真方法为基础的暂态稳定性分析、计算程序，已在电力系统规划设计以及运行调度等部门得到了广泛的应用，成为现代计算机辅助安全性调度的重要工具或手段。

对于后一种目的，由于不用详细了解电力系统中各种电、磁参数的变化情况。因此，除传统的数值计算方法外，以李雅普诺夫稳定性理论为基础的直接法以及在“等面积定则”基础上发展起来的暂态能量函数法亦得到了充分的发展和應用。尽管早期的暂态稳定的能量准则不是直接用李雅普诺夫直接法导出的，但两者在稳定性概念以及对所用术语的理解上是大致相通的。从理论上讲，李雅普诺夫直接法可以用来判别一般非线性系统的稳定性，因而可以避免耗时的求取非线性微分——代数方程组时间域解的过程。因此，一直到 80 年代末，直接法以及暂态能量函数法在电力系统暂态稳定性分析中受到了广泛的关注，并占居主导地位，有关此一领域的研究成果极为丰富。但是总的说来，直接法以及暂态能量函数法存在着两个缺点：一是对电力系统模型以及故障形式的适应能力较差，尽管研究人员在此一方面作出了很大的努力；二是此类方法不可避免地存在着保守性。由于本书的主要目的是着重于电力系统分析的数值计算，因此，对有关电

力系统暂态稳定性分析的直接法以及暂态能量函数法在此不作详细的介绍。

进入 90 年代以来,随着数值计算技术特别是计算机硬件的飞速发展,利用数值积分方法来分析、判定电力系统暂态稳定性重新引起了研究人员的极大兴趣。暂态稳定性实时分析计算需要快速、近似但可靠的数值计算方法。在采用电力系统经典模型的前提下,通过求取系统的收缩导纳矩阵,暂态稳定性计算问题可以简化、归结为求解一高维非线性常微分方程组。用数学公式来描述,即是求解如下形式的微分方程

$$\left. \begin{aligned} \dot{\delta}_i &= \omega_i \\ M_i \dot{\omega}_i &= P_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (C_{ij} \sin \delta_{ij} + D_{ij} \cos \delta_{ij}) \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

式中: $P_i = P_{mi} - E_i^2 G_{ii}$; $C_{ij} = E_i E_j B_{ij}$; $D_{ij} = E_i E_j G_{ij}$ 。在这种情况下,暂态稳定性的数值计算大致可以分为两大步:首先采用一数值积分方法或规则,将非线性常微分方程离散化;然后利用一定的迭代技术对离散化后的方程组进行迭代求解。对于第一步的工作,通常采用隐式梯形积分规则,即

$$X_{n+1} = X_n + \frac{1}{2} h (\dot{X}_n + \dot{X}_{n+1}) \quad (n = 1, 2, 3 \cdots) \quad (1-8)$$

隐式梯形积分规则是对称 A 稳定的,因而可以采用较大的步长,从而加快积分求解进程。此外,隐式梯形积分规则是一种二阶积分方法,其求解过程比较简单。最早将隐式梯形积分规则应用于暂态稳定性的数值计算,并揭示和展现其优点的是参考文献 8。自此以后,隐式梯形积分规则在电力系统分析计算中受到了广泛的关注和实际应用。

关于后一步的计算工作,可用的方法比较多,最基本的

作法是采用牛顿法,因为离散化后的方程组仍然是非线性的,此种方法当然比较费时。若结合暂态稳定性计算的具体情况,对迭代求解过程进行一定的近似或简化处理,则可以大大加快暂态稳定性分析计算的速度。其基本思路就是对离散化后的非线性方程组进行分段线性化,然后借助于矩阵求逆的松弛方法,一次性地求解出状态变量的离散时间解。分段线性化的技巧可以是低阶泰勒(Taylor)级数展开,或者是使用预测——校正式的近似。

此外,为进一步加快暂态稳定性分析、判定的速度,可以对数值积分进程进行适当的控制,避免不必要的数值计算。其基本思路就是在故障切除以后,一边进行数值积分计算,一边根据一定的判据来观察、判断系统的稳定性;一旦系统进入稳定或不稳定状态,即可终止数值积分计算。

迄今为止,用数值积分方法分析、判断电力系统的暂态稳定性,在计算速度上完全可以与最快的直接法或暂态能量函数法相比。

第三节 并行处理的一些基本概念

如前所述,并行处理(parallel processing)从本质上讲就是将多任务映射到多处理机中执行,或将现实的多维问题映射到具有特定拓扑结构的多处理机上求解。并行处理的主要目的是提高应用效率或用于实时控制。对于一给定的计算任务,并行处理大致上可以分为两大步:首先必须设计出并行算法(parallel algorithm),然后才能从事并行装配即并行实现(parallel implementation)。对于一个给定的问题,如果其并行算法已设计出来,通常人们使用算法的运行时间、处理

机台数以及算法成本等准则来对其进行评估。在实际应用中，评估并行算法性能最重要的度量量是并行算法的加速比 (parallel speed-up) 和并行效率。并行算法的加速比定义为

$$S_p = \frac{\text{算法在单处理机上实际执行时间}}{\text{使用 } p \text{ 台处理机时算法的实际执行时间}} \quad (1-9)$$

并行算法的并行效率定义为

$$E_p = \frac{S_p}{p} \times 100\% \quad (1-10)$$

当 $S_p = p$ 时，我们称并行算法具有完全或理想的加速比，此时 $E_p = 100\%$ 。并行算法设计的主要目标就是达到尽可能大的加速比、尽可能高的效率。

并行算法的设计必须充分结合所采用的并行计算机硬件环境，迄今为止，国际上已出现了多种类型的并行处理机。其中一类并行计算机在系统结构上是由少量的、但功能很强的处理机组成；另一类并行计算机是由大量的、但功能较弱的并行处理器组成。前一类并行计算机通常采用共享存储结构，并行处理的通用性较强；后一类并行计算机通常采用分布式存储结构，并行处理的自举性较强。相比较而言，国内在并行处理硬件方面比较落后。在一般科研、生产单位，包括大学以及电力系统运行、调度部门，很少见到有先进的并行计算机投入使用，远远谈不上达到普及的程度。从实际应用的角度来讲，迄今为止国内现实、可用的并行处理硬件大概要数 Transputer 并行处理器。因此，有必要对 Transputer 作一介绍。

Transputer 是一种采用 RISC 结构的单片机，它将中央处理器、存储器以及高速通信链路等多种功能块集成在一个硅片上，不仅具有高速的指令执行能力，而且具有高速通信

速率。尤为突出的是，它不需要任何外部逻辑电路，就可将各 Transputer 直接连在一起构成高性能的并行处理机网络。早期的 Transputer 产品是 T414。它是一个 32 位的处理器，有 2KB 的片上快速存储器、一个 32 位的外存接口和 4 对双工串行通信接口（即通常所说的 Link），还有一个 50ns 的内部时钟，可支持处理器每秒执行 1000 万条指令。T414 可直接寻址的空间达 4000MB；32 位外存接口采用地址和数据复用方式，数据存取率可达 25MB/s。T414 的通信接口和内存接口是分开的，且受独立的 I/O 控制器控制，并具有 DMA 传输能力，因而其 I/O 性能比普通处理器要高得多。在不需任何外部逻辑电路的情况下，利用 T414 的 4 对双向 Link，采用点对点通信方式就可直接构造多处理机系统，且其网络的拓扑结构和系统规模可由用户任意配置，不受任何限制。

Transputer 作为并行处理器，其主要缺陷是处理器之间的通信开销较大，原因是 Transputer 微处理器之间是采用串行通信方式彼此交换信息。

目前，常用的 Transputer 是 INMOS 公司 1987 年推出的 T800。T800 亦是 32 位单片机，与 T414 相比，其片上增加了 2KB 高速 RAM 和一个 64 位浮点部件，以提供高性能的算术运算和浮点操作。浮点部件受 CPU 控制，但和 CPU 并行处理。此外，T800 增加了图形功能指令和二维块传送指令，以支持高性能的图形应用和实现相邻数据块的传送。T800 的指令集能有效地实现高级语言，如 C、Fortran、Pascal 以及 Occam 等。因此，用 Transputer 处理器来实现中、小规模并行计算，无论是在硬件基础还是在软件环境上，均是比较理想的。

INMOS 公司还为若干系列的宿主机提供集成型 Mono-

puter 母板和 Quadputer 母板, 这些母板能方便地插入宿主机的扩展槽中直接运行, 或者通过 Transputer 之间的连接, 组成任意的多机拓扑网络。

第四节 电力系统并行计算

电力系统并行计算的主要内容就是对潮流以及暂态稳定计算进行并行处理。或许是因为潮流求解问题比较简单, 传统的潮流数值计算方法基本上可以满足工程实际的需要, 因此, 具体研究潮流求解的并行处理方法的文献很少, 研究工作不是很活跃。但是, 潮流计算不仅是电力系统分析计算中的一项最基本的计算, 它还是进行暂态稳定性计算所必不可少的一项工作。因此, 无论从实际应用的角度还是从电力系统并行计算本身考虑, 均有必要研究、实施潮流求解的并行处理问题。

如前所述, 不管是采用牛顿法还是 PQ 分解法, 潮流求解从数值计算上最终可以归结为求解以下形式的方程组

$$Ax = b \quad (1-11)$$

因此, 传统的、用于线性方程组的并行求解方法, 均可以用于潮流求解的并行处理。线性方程组的并行求解方法, 大致上可以分为两类: 一类是直接求解法; 另一类是迭代法。直接求解法中以块对角主元素法和象限连接分解法 (quadrant-interlocking-factoring) 两者最为有效和常用。块对角主元素法的实质是一种块形式的 LU 分解法; 象限连接分解法的基本思路是利用 A 的如下形式的分解

$$A = WZ \quad (1-12)$$

其中矩阵 W 、 Z 的形状为 (空白处为零)