連續梁的合理計算

上　册

蘇聯 耶·阿·波别列茲金著

蔣蒓秋譯　　劉夢麟校

燃料工業出版社

連續梁的合理計算

上　冊

線性勁度相等或具有二種不同線性勁度的連續梁

蘇聯 耶·阿·波別列茲金副教授著

蔣蔬秋譯　　劉夢麟校

燃料工業出版社

內 容 提 要

在工業建築物的設計中，連續梁的計算，特別是支座彎矩的計算是一件十分繁重的工作。本書利用標準式型表而導出了合理的計算方法，使解求連續梁支座彎矩的過程得到了很大的簡化。這種方法的應用範圍很廣，而且計算準確。

本書列舉了連續梁的普通計算例題，提出了線性勁度相等和具有二種不同線性勁度的連續梁的合理計算法。書中對於型表的編製及用法也作了說明。

本書不僅適用於煤礦工業的建築中，也適用於其他工業建築中。

本書供建築工程設計人員使用。

* *
*

連續梁的合理計算

РАЦИОНАЛИЗАЦИЯ РАСЧЕТА НЕРАЗРЕЗНЫХ БАЛОК

上 册

線性勁度相等或具有二種不同線性勁度的連續梁

根據蘇聯國立煤礦技術書籍出版社(УГЛЕТЕХИЗДАТ)
1950年莫斯科俄文第一版翻譯

蘇聯 Е. А. ПОБЕРЕЗКИН著

蔣菴秋譯 劉夢麟校

燃料工業出版社出版
社址：北京東長安街燃料工業部

北京市書刊出版業營業許可證出字第012號

北京市印刷一廠印刷 新華書店發行

編輯：胡芸非

書號335 * 煤129 * $787\times1092\,^{1}/_{18}$開本 * $14\frac{3}{8}$印張 * 310千字 * 定價30,000元

一九五五年一月北京第一版第一次印刷(1—4,000册)

序　　言

耶·阿·波別列茲金副教授的著作〔連續梁的合理計算〕，在連續梁實用計算的合理化工作中，提供了巨大的貢獻，雖然在這方面已經有了各種參考書籍，包括極爲流行的克林勞其里-冉格曼的圖表在內。克林勞其里-冉格曼圖表廣泛的採用，主要是由於它在應用上的全能性和計算方法的統一性。但上述圖表存在很大的缺點，就是它整個建立在繁雜的公式上的，按照這些公式來計算支座彎矩，是一個費力而繁重的工作。

耶·阿·波別列茲金副教授的著作保留了在應用上全能性的原則，並且由於利用標準式型表而導出了新的計算方法，使求解連續梁支座彎矩的工作，得到了一定的簡化，因此，本書可認爲是祖國極爲寶貴的書籍。

全蘇煤礦礦井、露天礦、選煤廠、煤磚廠設計聯合會主席　維·格·葉馬林柯

著　者　的　話

連續梁的計算，是礦山建築物（例如：全部或局部以鋼筋混凝土築成的選礦廠的主樓、篩分樓、貯煤坑以及許多其他用途的建築物等。）實際設計所遇到的靜力計算中最爲廣泛的工作之一。但研究這個應用很廣的繁複計算的簡化方法的書籍，至今還缺乏。

本書的目的是使解求支座彎矩的過程達到最大限度的簡化來彌補上述的缺陷；並規定了按標準式型表計算連續梁的方法，使計算的過程合理化。

著者對尼古拉·羅曼諾維奇·基利奇斯基在本書編製時所作的一系列極爲寶貴的指示，深表感謝。

目　　錄

一、總　論

連續梁的靜力計算，雖然已經有了許多現成的公式及表格，但到現在爲止還是一個複雜的算題，尤其是在計算線性勁度不同的多跨梁時，更爲繁複。

連續梁靜力計算的主要部分——其支座彎矩的解求，一般都按照繁複的公式，並考慮了活荷重多種情況的組合來進行；特別是在多跨梁（表1）中，這種計算就需要更多的時間。此外，由於實際經驗不足，計算的結果常有錯誤。

連續梁計算的簡化，或者不依其各跨實際線性勁度如何而均定之爲相等，或者用將荷重圖形繫結於具有不同線性勁度的梁靜力圖形上的方法，都不能認爲是合宜的。前者的簡化辦法在篩分樓、選礦廠及其他工業建築物的計算中不能適用，因爲常常遇見的情况是：跨度較小者承受的荷重大，而跨度較大者荷重小。後者的簡化辦法所具有的實用價值極爲微小，因其只作了部分的解決，只有在極少的情形中，才有利用的可能性。

顯然，假使這種解決辦法能將計算廣泛的適用與足够準確結合起來，同時又能在解求計算支座彎矩時，化費最少的時間，這樣的解決辦法應當認爲是最爲合理的。

本書的目的是要儘可能地與合理的解決辦法相接近。

爲了達到廣泛適用的條件，將荷重類型與梁的靜力圖形劃分開，只在完全固定彎矩中方將荷重類型示列。這裏採用完全固定彎矩來代替通常左的及右的荷重構件，因爲前者較後者是更爲﹂精確敏銳﹁（從工程的觀點來看）的標尺。

下列圖形（圖1）的單跨梁的完全固定彎矩，可以按表2a、б、в、г、д、e求得。

依該圖，$M_{\text{п}}$（右面的）表示單跨梁右固定端的彎矩，其左端爲鉸定；同理，$M_{\text{л}}$（左面的）表示單跨梁左固定端的彎矩，其右端爲鉸定❶。因爲彎矩作用在梁之完全固定端，故稱之爲﹂完全固定彎矩﹁。

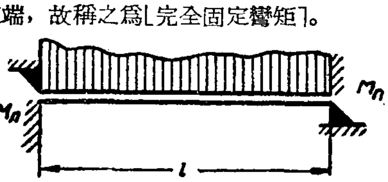


圖　1

❶ 由完全固定彎矩的定義可知，完全固定彎矩與一般超靜定結構學中所說的固端彎矩有所不同，不能混淆。——譯者

由此可見，圖1所示之圖形，爲圖2所示的二種圖形的組合。

按表所示，完全固定彎矩可由下列公式求之：

集中荷重P時

$$M_{\text{л}} = c_{\text{л}}Pl;\quad M_{\text{п}} = c_{\text{п}}Pl; \tag{1}$$

均佈荷重或三角形荷重，其最大縱距爲p時

$$M_{\text{л}} = c_{\text{л}}pl^2;\quad M_{\text{п}} = c_{\text{п}}pl^2; \tag{2}$$

如荷重爲一彎矩M時

$$M_{\text{л}} = c_{\text{л}}M;\quad M_{\text{п}} = c_{\text{п}}M, \tag{3}$$

式中　$c_{\text{л}}$（左面的）及$c_{\text{п}}$（右面的）——表上之係數，依荷重種類及荷重在跨度中的位置選用。

荷重在跨度中的位置，依比值

$$\alpha = \frac{a}{l}$$

或　$$\beta = \frac{b}{l}$$ 定之，

式中　a——自左支座算起的荷重長度，
b——自右支座算起的荷重長度。

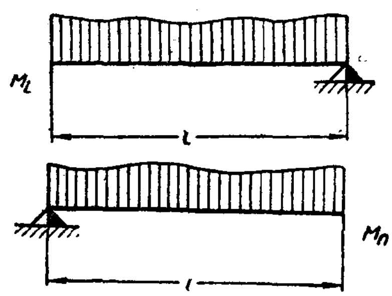


圖　2

此後，稱$c_{\text{л}}$及$c_{\text{п}}$爲﹂表用係數﹁，α及β爲﹂荷重係數﹁。同時應該記住：$c_{\text{л}}$及$c_{\text{п}}$位於表之上部者，相應於荷重係數α；位於表之下部者，相應於β。

表上α及β之變率爲0.01，因此完全不必用內插法來求相應的$c_{\text{л}}$及$c_{\text{п}}$之值，因爲荷重位置之計算精度不必超過跨度的0.01。

在表2e中，列示了成組的以及在表2a、б、в、г中所沒有的一些荷重類型的完全固定彎矩公式。例如：均佈荷重的完全固定彎矩，祇在該荷重與所研究跨度的支座之一——左或右——相鄰接的情況下，方可按表26求得。如若荷重與支座不相毗連時（如圖3所示），其

完全固定彎矩則可利用表，按圖 4 所示的二種荷重型式之差來求得。

因此：

$$M_{\text{л}} = M'_{\text{л}} - M''_{\text{л}};$$
$$M_{\text{п}} = M'_{\text{п}} - M''_{\text{п}}。$$

將完全固定彎矩以公式(2)代入，可得：

$$M_{\text{л}} = c'_{\text{л}}pl^2 - c''_{\text{л}}pl^2 = (c'_{\text{л}} - c''_{\text{л}})\,pl^2; \qquad (4)$$
$$M_{\text{п}} = c'_{\text{п}}pl^2 - c''_{\text{п}}pl^2 = (c'_{\text{п}} - c''_{\text{п}})\,pl^2。 \qquad (5)$$

在表 2e 中也列引了其他一些荷重類型，並指出其利用表 2a、6、в、г 來進行換算的方法，這些荷重型式爲表 2a、6、в、г 中所沒有的。

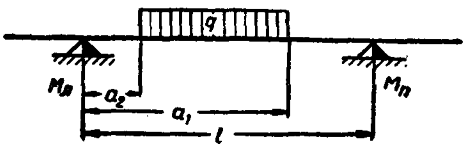


圖 3

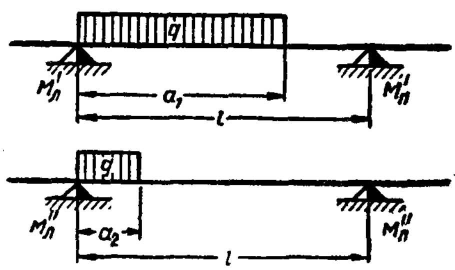


圖 4

求得了完全固定彎矩 $M_{\text{л}}$ 及 $M_{\text{п}}$ 以後，連續梁中間的或邊端固定支座 N 處的彎矩 M_N，可以按下列簡單的公式求得：

$$M_N = k_{\text{л}}M_{\text{л}} + k_{\text{п}}M_{\text{п}}。 \qquad (6)$$

由公式(6)可知，支座彎矩 M_N 是完全固定彎矩 $M_{\text{л}}$ 及 $M_{\text{п}}$ 與其相應的乘數 $k_{\text{л}}$ 及 $k_{\text{п}}$ 乘積的代數和，$k_{\text{л}}$ 及 $k_{\text{п}}$ 因此而稱之爲「固着係數」。

連續梁的邊跨，其端點爲自由支承的，公式(6)有如下之獨特的數值：

左邊跨的端點爲自由支承（圖 5）

$$k_{\text{л}} = 0,$$
$$M_N = k_{\text{п}}M_{\text{п}}; \qquad (7)$$

圖 5

右邊跨的端點爲自由支承（圖 6）

$$k_{\text{п}} = 0,$$
$$M_N = k_{\text{л}}M_{\text{л}}。$$

固着係數 $k_{\text{л}}$ 及 $k_{\text{п}}$ 表示跨度在其支座處的固定情況，連續梁的邊跨處的固定情況，可更明顯地從公式(7)及(8)中看出。對於某一負荷跨度的固着係數之值，僅取決於該梁之靜力圖形。在本書此一部（上册）中，梁的靜力圖形蒐集爲下列獨立的三類。

第一類。 梁之具有二種不同線性勁度（圖形 1—36）。在作爲主要類別的第一類中，包括了鉸定端、一端或二端固定的二跨、三跨及四跨梁，以及邊支座爲自由支承的五跨梁。

圖 6

因爲具有二種不同線性勁度以上的連續梁在設計中很少遇見，所以將具有二種不同線性勁度的連續梁獨立地列爲一類。在這種情形中，其支座彎矩可以用極爲簡單的辦法，即依公式（6）、（7）、（8）準確地求出。公式中的固着係數 $k_{\text{л}}$ 及 $k_{\text{п}}$，可以從圖形 1—36 之表中，按比值：

$$S = i_1 : i_2$$

得出。

式中 i_1 及 i_2——梁跨度的線性勁度。

線性勁度之比值 S，在表上所列者從 0.10 到 10.00，亦即包括了絕大多數的實際情況。若 S 超出此範圍之外，也可以按最邊際的 S 值取用，其誤差極爲微小。

由於 S 值的變率很小，固着係數可以按最近似的 S 值取用，不必用內插法。

欲以內插法來求出更精確的固着係數值，是完全多餘的，因其僅只使計算及覆核複雜化而已。

假使梁圖形在線性勁度上爲不對稱，則列於表之上部及下部的固着係數 $k_{\text{л}}$ 及 $k_{\text{п}}$，同屬於梁之某一支座彎矩，例如圖形 12 的表。如對梁之支座而言，其線性勁度爲對稱的，則列於表之上部的支座彎矩，按其相應關係，與列於表之下部的支座彎矩相對映。這些交互對映的支座彎矩是（表 1）：

三跨梁之 M_B 及 M_C；

四跨梁之 M_B 及 M_D；在第一及第二跨中的 M_C 與在第四及第三跨中的 M_C 相對映；

五跨梁之 M_B 及 M_E；M_C 及 M_D。

在被稱爲相對映的支座彎矩中，總是具有相反的固着係數。

設固着係數 $k_{\text{л}}$（左面的）及 $k_{\text{п}}$（右面的）爲相反的。如是，則在第一類梁圖形中所有線性勁度爲對稱的表內，互相對映的支座彎矩分別列於表之上部及下部，而每一縱行內的數值同時可爲 $k_{\text{л}}$ 及 $k_{\text{п}}$。若位於表之上

部爲 $k_{\text{л}}$，則同一直行之下部爲 $k_{\text{п}}$，反之亦然。

以上所述梁圖形的對稱特性，大大減少了本書上册內表格的數量。

第二類。 線性勁度相同，跨度不同或相同之梁（圖形 37—40）。在這演變自第一類的梁中，包含有從二跨到五跨的、具有自由端支承的及各跨線性勁度均相等的連續梁。所以要劃列此類，是因爲在設計中常常遇見，而在這種情形下求支座彎矩，亦遠較第一類爲簡易，可按下列簡單的公式求得：

$$M = cM', \tag{9}$$

式中 $M' = Pl$——當跨度 l 中有集中荷重 P 時；

$M' = pl^2$——當跨度 l 中局部或全部負有均佈荷重 p 時；或

M'——在所研究跨度內作用的彎矩。

公式(9)內的係數 c，依荷重類型之不同分別見圖形 37—40 之表❶，各個荷重位置以跨度的 0.01 爲間隔，亦即相似於按之可求得完全固定彎矩的 $c_{\text{л}}$ 及 $c_{\text{п}}$。由公式 (9) 可見，第二類梁支座彎矩的計算，與第一類比較起來，是大爲簡易的，因爲在這種情形中，不用求出固着係數。

現所研究的這一類別中，缺少三角形荷重的表格。受有三角形荷重時的第二類梁，可以利用第一類梁的表❷，按比值

$$S = \frac{i_1}{i_2} = 1$$

求得。

第二類梁的圖表編製，與完全固定彎矩 $M_{\text{л}}$ 及 $M_{\text{п}}$ 表的編製相似。由於在第二類梁中各跨之線性勁度均相等，其對支座來說是對稱的，故在這一類的表中，利用了支座彎矩相對映的特性，這種特性在前述第一類對稱梁的圖表中曾被運用。

在這種情形中，表的編製如下：按荷重係數 $\alpha = \frac{a}{l}$ 來推求的支座彎矩列於表之上部，與前者相對映的按荷重係數 $\beta = \frac{b}{l}$ 來推求之支座彎矩則列於表之下部。與第一類梁一樣，下列支座彎矩是相對映的（表 1）：

三跨梁之 M_B 及 M_C；

四跨梁之 M_B 及 M_D；在第一及第二跨中的 M_C 與在第四及第三跨中的 M_C 相對映；

五跨梁之 M_B 及 M_C；M_C 及 M_D。

❶ 原文爲見表 2a、6、в、г、д。但根據文意並參閱後文之附表，可知 c 值不能在表 2a、6、в、г、д 中選得，而只可能在圖形 37—40 之表中選得，原文可能爲排印之誤，故予更改如上。——譯者

❷ 受有三角形荷重時的第二類梁，利用第一類梁求支座彎矩時，應按公式(6)、(7)、(8)進行計算。——譯者

第三類。 梁之線性勁度相同而等跨的（圖形 41—44）。第三類演變自第二類，因之亦即演變自第一類，其中包括自由端支承的、五跨以內的連續梁。

在第三類中，由於不僅是梁的線性勁度相同，而且跨徑亦相等，故在一跨或數跨內同時作用有若干力時之支座彎矩的計算，尙可簡化。在這一類裏面，引列了受有沿梁之長度而變的三角形荷重的梁。受有三角形荷重的梁的支座彎矩按公式(9)求得，公式(9)內之 c 值自圖形 41、42、43、44 之表中按荷重係數：

$$\alpha = \frac{a}{L}$$

或

$$\beta = \frac{b}{L},$$

選得。

式中 a——三角形荷重起點至左端支承的距離；

b——三角形荷重起點至右端支承的距離；

L——梁之全長。

此處引列分佈於數跨內的三角形荷重，是因爲它在擋土牆或煤倉的計算中常能遇見。除了三角形荷重之外，在第三類梁內同時有均佈荷重及集中荷重的各種不同組合。爲每一種荷重組合時的支座彎矩及跨度彎矩，可以按公式 (9) 求得，式中之 c 值可直接自表中選用，而不必像在第二類的梁或是在當受有三角形荷重的梁中，需按係數 α 及 β 求之。所有被列引的荷重組合情形，不僅可按第三類梁的表來求得梁的彎矩，且可求得其切力。對這些表格的編製，以其甚爲簡單，不再闡釋。

上述三類梁構成了本書的第一部（上册）。在下册中將編列簡端支承的、各跨線性勁度均不等的、在五跨以內的連續梁。

第一類梁的靜力計算，由下列各節組成：

1）梁的靜力圖形；2）完全固定彎矩；3）分部支座彎矩，即由於梁之各別跨內的載重所產生的支座彎矩；4）計算支座彎矩；5）最大切力；6）最大跨度彎矩。

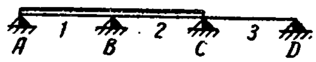
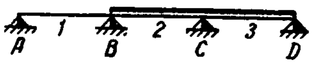
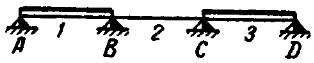
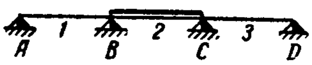
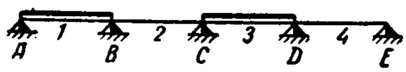
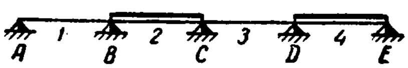
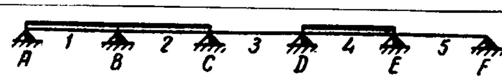
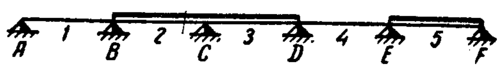
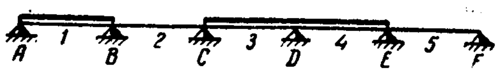
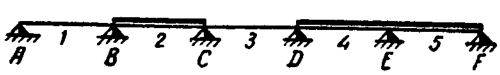
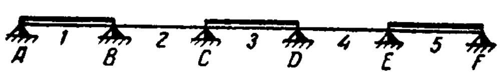
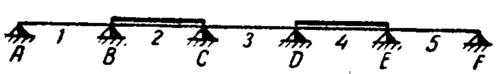
其餘二類連續梁的靜力計算中無第二節——完全固定彎矩那一節。

完全固定彎矩及分部支座彎矩按前示之法求得。通過研究下文的數例，可對此法熟練掌握。

計算支座彎矩，等於這樣的荷重組合時的分部支座彎矩的代數和，即當此種荷重組合時，所求之數量可得最大之值。當然，在一切情形下，梁之全長上均載有靜荷重。

表 1 簡要的闡述了相應於最大支座彎矩、最大跨度彎矩及最大切力時的活荷重組合情形。表中指數以字母代表支座，以數目字來代替跨度。

表 1

跨数	图形编号	荷重图形	最大值		
			支座弯矩	跨度弯矩	切力
2	1		M_B	—	Q_B
	2		—	M_1	Q_A
	3		—	M_2	Q_C
3	4		M_B	—	Q_B
	5		M_C	—	Q_C
	6		—	M_1; M_3	Q_A; Q_D
	7		—	M_2	—
4	8		M_B	—	Q_B
	9		M_C	—	Q_C
	10		M_D	—	Q_D
	11		—	M_1; M_3	Q_A
	12		—	M_2; M_4	Q_E
5	13		M_B	—	Q_B
	14		M_C	—	Q_C
	15		M_D	—	Q_D
	16		M_E	—	Q_E
	17		—	M_1; M_3; M_5	Q_A; Q_F
	18		—	M_2; M_4	—

二、連續梁的計算

1. 概　述

表上（表1——譯者）所引列的荷重計算圖形，以下列衆所周知的原則爲編製基礎:

1）當該支座之相鄰二跨上載有活荷重，而其他各跨一一相間的載有活荷重時，該支座處的彎矩及切力爲最大。

2）當該跨載有活荷重，其他各跨一一相間的載有活荷重時，該跨發生最大正彎矩。

在求某一跨度之彎矩及切力的最大值時，該跨可視作一兩端爲自由支承的、在其支座處作用有由活荷重計算載荷結果所得之彎矩的梁，獨立地進行研討(圖7)。

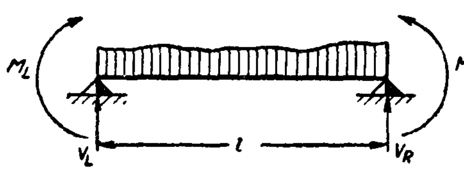


圖 7

試定:

V——支座總反力，

V_0——由於所研究的跨度上的荷重所產生的支座反力，

V_M——由於支座彎矩 M_L 及 M_R 所產生的支座反力，

則可得出下列通式:

$$V = V_0 + V_M。\tag{10}$$

如分列之，如圖7所示之梁，其左支座及右支座的反力各爲:

$$V_L = (V_L)_0 + (V_L)_M,\tag{11}$$

$$V_R = (V_R)_0 + (V_R)_M。\tag{12}$$

——設定: 凡使梁向下凸的彎矩爲正的，而梁於相反方向彎曲爲負的。按此，定得圖7的支座彎矩及由梁上荷重所產生的彎矩均是正的。

由正彎矩 M_L 及 M_R 所產生的支座反力:

$$(V_L)_M = \frac{M_R - M_L}{l};\tag{13}$$

$$(V_R)_M = \frac{M_L - M_R}{l}。\tag{14}$$

當 $M_L = 0$，即當左支座爲一鉸鏈時，

$$(V_L)_M = \frac{M_R}{l};\tag{15}$$

$$(V_R)_M = -\frac{M_R}{l}。\tag{16}$$

當 $M_R = 0$，即當右支座爲一鉸鏈時，

$$(V_L)_M = -\frac{M_L}{l};\tag{17}$$

$$(V_R)_M = \frac{M_L}{l}。\tag{18}$$

由公式(15)、(16)、(17)、(18)，不難看出，支座處作用之正彎矩使該支座處的反力減小，而增加其相對支座處的反力。因爲在連續梁中，除某些極少的例外情形外，支座彎矩通常總是負的，故其所起的作用與正彎矩相反，即增加其原支座處的反力，減少其相對支座處的反力。

將公式(13)、(14)代入公式(11)及(12)中之由支座彎矩所產生的反力項，可得:

$$V_L = (V_L)_0 + \frac{M_R - M_L}{l};\tag{19}$$

$$V_R = (V_R)_0 + \frac{M_L - M_R}{l}。\tag{20}$$

當左支座爲一鉸鏈時:

$$V_L = (V_L)_0 + \frac{M_R}{l};\tag{21}$$

$$V_R = (V_R)_0 - \frac{M_R}{l}。\tag{22}$$

當右支座爲一鉸鏈時:

$$V_L = (V_L)_0 - \frac{M_L}{l};\tag{23}$$

$$V_R = (V_R)_0 + \frac{M_L}{l}。\tag{24}$$

顯然，所研究的單跨梁在支座處的最大切力，等於支座處的反力，即:

$$最大\ Q_L = 最大\ V_L$$

或

$$最大\ Q_R = 最大\ V_R。$$

與支座相距爲 x 之截面處的切力，如支座反力爲 V，則可由下式求得:

$$Q_x = V - \sum_0^x p,\tag{25}$$

式中 $\sum_{0}^{x} p$——位於 x 段內的荷重總和。

茲轉述跨度彎矩的確定。梁之任一截面的彎矩（圖 7），等於位於該截面之左或右的全部作用力的靜力矩的代數和。通常此則可以下列通式示之:

$$M_x = Vx + M_p + M_v$$
$$= (V_0 + V_x) \cdot x + M_p + M_v, \qquad (26)$$

式中 M_x——與左支座或右支座相距爲 x 的截面彎矩；

$V \cdot x$——反力 V 對該截面所產生之靜力矩；

M_p——作用在 x 段內的梁上荷重對該截面所產生之靜力矩；

M_v——支座彎矩，該支座處之反力 V 已列於公式中。

如支座爲一鉸鏈，則 $M_v = 0$，而

$$M_x = V \cdot x + M_p。 \qquad (27)$$

如圖 7 所示之梁，公式(26)及(27)中的部分數值如下式。

梁之左部

$$M_x = V_L \cdot x + M_p + M_L。 \qquad (28)$$

當左支座爲一鉸鏈時（$M_L = 0$）

$$M_x = V_L \cdot x + M_p。 \qquad (29)$$

梁之右部

$$M_x = V_R \cdot x + M_p + M_R, \qquad (30)$$

當右支座爲一鉸鏈時（$M_R = 0$）

$$M_x = V_R \cdot x + M_p, \qquad (31)$$

式中之 V_L 及 V_R，按上述公式(19)及(24)求得。

切力等於零之梁的截面處的跨度彎矩值爲最大。因之，當滿足此條件時，即

$$Q_x = 0 \text{ 時},$$

M_x 爲最大。

爲了探求最大跨度彎矩的位置，應綜列切力的通式並使之等於零。最大跨度彎矩的位置可由所得出之方程式求得。

求得了最大支座彎矩，最大切力及最大跨度彎矩後，連續梁的靜力計算即告完竣。

2. 標準式型表的應用

爲了便於實際掌握本書中的表格，並爲了諳熟按順序編列的連續梁的靜力計算，下面引列了數例。所有例題均以二種方法來演算，即用一般所用的計算程序，及用標準式型表。一般所用的計算程序中的最大缺點是各不相同自成一體。某些情況是，在程序中很多多餘的細節，這些多半發生在經驗較少的結構師及設計師所作的計算中；而另外一些情形恰恰相反，計算程序寫得很簡略，造成檢查者極大的困難，有時若沒有設計人的解釋，簡直就無法工作。此外，鑑於各個自成一體的計算程序的不連貫性，規定連續梁計算的通法，顯屬有其必要，顯然，這必需以標準式型表或表格爲基礎。

在本書上册內，提供了爲計算自由端支承的第一及第二類連續梁用的標準式型表。

一端或二端完全固定的梁的計算型表，其編製亦相類似。所有列示之標準式型表均附以數例，這些例題同時以一般的計算程序來演算。只要稍加比較，即顯示了利用型表不僅嚴格地組織了計算，而且便於檢查；由於系統化並減略了一般爲必需之標題及說明，使計算的工作量，大爲縮減。

型表 1、2、3、4 供第一類中具有二種不同線性勁度的梁用的，按照前列指示，通常的計算序列有如下各節:

1) 梁的計算圖形；
2) 完全固定彎矩；
3) 分部支座彎矩；
4) 計算支座彎矩；
5) 支座反力 V_0；
6) 支座處最大切力；
7) 最大跨度彎矩。

3. 型表的編製及用法

A. 梁之計算圖形

梁之計算圖形列於型表的上部。圖形上額之橫行內，記其編號及梁所處地位的樓板標高。在圖形上畫出所有作用在梁上的荷重。此時，以 Q 及 P 來代表集中靜荷重及集中活荷重，而以 q 及 p 代表均佈靜荷重及均佈活荷重。

如計算例題之圖形所示，集中荷重之值，在箭頭的左側爲 Q，右側爲 P，而示於圖中的均佈荷重之值——下者爲靜荷重，上者爲活荷重。荷重的位置以距該跨任一支座的距離定之。如果圖形上的荷重位置是由某一長度來規定的話，爲統一起見，則全部尺寸必需用同一個方向來定得——最好是以左邊爲準，因爲在表中按荷重係數 α 來求完全固定彎矩 M_{I} 及 M_{II}，較按係數 β 來求爲方便。此外，始終用一種荷重係數 α 來計算 M_{I} 及 M_{II}，亦較不定地用不同的係數計算，來得方便簡單。僅當均佈荷重與左支座相毗連時，以跨度的右方爲定長度之準，才爲必要。後者因爲是按照表 26、в、г 的編製，凡與右支座相毗連的均佈荷重，其所產生的完全固定彎矩值，只可以按係數 β 來求得。

將算得之梁的慣性矩，線性勁度及其相應的比值，列於梁之圖形的左側。長方形截面梁之慣性矩，可按表 3 取用。表 3 列有截面尺寸自 2.0 × 2.5 公寸到 15.0 ×

15.0 公寸的慣性矩值，以 0.5 公寸爲一級，此數合乎鋼筋混凝土截面的標準。

Б. 完全固定彎矩

按公式(1)及(2)之完全固定彎矩 $M_л$ 及 $M_п$ 的計算，在本節進行。按照梁的計算圖形，在［荷重］之縱行內，列出靜荷重及活荷重，並計算出 ql^2，Ql，pl^2 及 Pl 之乘積。此乘積乃求 $M_л$ 及 $M_п$ 的過渡步驟。應當指出，在獲得經驗以後，這一步的計算是多餘的，因爲組成公式(1)及(2)的三、四個因數是如此簡單，不必先行求出上列乘積而可以用計算尺一次算出。在［荷重係數］的縱行內，填入比值 $\alpha=\frac{a}{l}$ 及 $\beta=\frac{b}{l}$ 的計算結果，式中 a 及 b——在梁的計算圖形上的尺寸。在此縱行內，按前述理由，除去均佈荷重與右支座相毗連時，因而採用係數 β 外，在所有情形下，均用荷重係數 α。

由於在荷重相重疊時具有同樣的 α 及 β，故其常列於一個橫行之內。按所得之 α 及 β 值，由完全固定彎矩 $M_л$ 及 $M_п$ 之表 2a、б、в、г、д 中得出係數 $c_л$ 及 $c_п$，然後列於其縱行之內。其次，按列於本節首項中的公式，計算 $M_л$ 及 $M_п$ 的分部值，此項公式，係依公式(1)及(2)組成。最後一項工作是：彙加梁的各跨負有靜荷重及活荷重時之完全固定彎矩，並填入表內。

如果有若干跨是相同的，將其中之任一跨計算了 $M_л$ 及 $M_п$ 的分部值之後，餘者可僅將其由跨度上全部荷重所產生之彎矩總和 $\Sigma M_л$ 及 $\Sigma M_п$ 之值示列即可。爲了縮減抄錄工作，在［跨度］之縱行內，可以列舉所有相同的跨度，如例所示（型表 4）。

В. 分部支座彎矩

分部支座彎矩是上面求出的完全固定彎矩與固着係數的乘積，固着係數可以按線性勁度的比值，由表求得。完全固定彎矩 $M_л$ 及 $M_п$ 列於標準式型表中之第 1、2 二縱行內，固着係數 $k_л$ 及 $k_п$ 列於 3、4、5、6 諸行之內，隨連續梁的跨數而異。

支座彎矩的確定，可按公式(6)、(7)、(8)進行，其程序表示於各縱行的首項內。例如：按標準式型表(4)來求支座彎矩 M_B 之值時，靜荷重者，以第(3)縱行之值乘第(1)縱行之值；活荷重者，則以第(2)縱行之值乘第(1)縱行之值。於各該縱行的首項內，這些均以乘式(3) × (1)或(3) × (2)表明。這種符號方法，在標準式型表的其他各節中均予採用。在這種條件下，即由其對稱性條件，可推知支座彎矩的總值時，應當利用這種對稱性而不必逐項計算其支座彎矩的分部值。同時，在有可能時亦應利用算術歸併以減少計算工作量。

以型表 4 來進行計算的例題 4 中，運用了其對稱的性質，此處支座彎矩 M_D 及 M_E 未予計算，取其等於與其相對稱的 M_C 及 M_B。同時由於第二跨、第三跨、第四跨的荷重相同，以及

$$M_л = M_п,$$

故有可能用算術歸併以減少了計算工作。跨度 2、3、4 中由靜荷重所產生的支座彎矩 M_B 及 M_C，可即由固着係數的代數和與完全固定彎矩之乘積得出。完全固定彎矩：

$$M_л = M_п = 10.51 \text{ 噸公尺。}$$

將相乘後之結果 $M_B=-4.51$ 噸公尺及 $M_C=-7.50$ 噸公尺填列於其相應之縱行內。在求活荷重所產生的支座彎矩時，算術的歸併只能逐跨地進行。這是因爲欲得到支座彎矩的計算組合，應該知道在每一跨中由活荷重所產生的支座彎矩值。

Г. 計算支座彎矩

將由於各跨中之靜荷重所產生的支座彎矩，及每一跨中的活荷重所產生的支座彎矩的數值，由上節轉錄於本節內。計算支座彎矩的計算在本節最邊之縱行、按引列於該縱項首項中的公式進行。該公式按表 1 擬定。

此最邊縱行的格數，等於計算支座彎矩（最大支座彎矩及相當於最大跨度彎矩時的支座彎矩。）的數量。凡最大支座彎矩的小格，均圍以黑方格，以資醒目。於本節內，如梁之圖形是對稱的，則可填寫其一部，如例 4 所示（型表 4 ）。

Д. 支座反力 V_0

如所周知，支座反力 V_0 爲各別跨的反力，該跨被視如一兩端爲自由支承之梁者，本節與第一節——完全固定彎矩——並列。這樣的組合是因爲在第一節內示列了荷重，而各荷重及其相應之支座反力 V_0，應位於同一橫行中。

因爲用計算尺來求支座反力 V_0 是一個簡單的工作，故在本節內僅給了 V_0 的計算結果。

Е. 支座處的最大切力

由該跨荷重所產生的支座處的切力，等於該跨的反力，按公式

$$V = V_0 + V_M,$$

式中之 V_0 來自上節，V_M 則按計算支座彎矩那一節的數據求得。

茲研究用型表 2 來演算的例 2 中之最大 V 的求法。

支座 A 處的切力。由 V_0 節，對跨 1 的荷重來說，左端反力等於：

$$V_0 = (V_L)_0 = 8.05 \text{ 噸。}$$

求支座 A 處切力爲最大時的荷重計算組合，與求跨

1 及跨 3 內的最大跨度彎矩 (M_1 及 M_3) 時相同。由⌊計算支座彎矩⌉那一節的最大$\begin{cases}M_1\\M_3\end{cases}$之縱行得出：

$$M_B = -9.78\text{ 噸公尺} = M_R。$$

按公式(15)

$$V_M = (V_L)_M = \frac{M_R}{l} = -\frac{9.78}{4.00} = -2.45\text{ 噸}。$$

將所得的結果，列於現所研究的那一節（⌊最大切力及反力⌉）的縱行 A 內。因之，支座 A 處的最大切力等於：

最大 $V = V_0 + V_M = 8.05 - 2.45 = 5.60$ 噸。

支座 B 處的切力。當跨度 1 及 2 載有活荷重時，支座 B 之左及右的切力為最大。因為這種組合相應於最大 M_B，故由⌊計算支座彎矩⌉那一節中最大 M_B 的縱行內摘錄：

$$M_B = -17.19\text{ 噸公尺；}$$
$$M_C = -11.90\text{ 噸公尺。}$$

茲研究跨 1，支座 B 左的切力 B_{I}：

$$V_0 = (V_R)_0 = 6.75\text{ 噸；}$$
$$M_R = M_B = -17.19\text{ 噸公尺。}$$

按公式(16)

$$V_M = (V_R)_M = -\frac{M_R}{l} = -\frac{-17.19}{4.00} = +4.30\text{ 噸}。$$

因之，

最大 $V = V_0 + V_M = 6.75 + 4.30 = 11.05$ 噸。

茲研究跨 2，支座 B 右的切力 B_{II}：

$$V_0 = (V_L)_0 = 15.00\text{ 噸；}$$
$$M_L = M_B = -17.19\text{ 噸公尺；}$$
$$M_R = M_C = -11.90\text{ 噸公尺。}$$

按公式(13)

$$V_M = (V_L)_M = \frac{M_R - M_L}{l} = \frac{-11.90 + 17.19}{7.50}$$
$$= +0.70\text{ 噸}。$$

因之，

最大 $V = V_0 + V_M = 15.00 + 0.70 = 15.70$ 噸。

支座 C 處的切力。當跨 2 及跨 3 載有活荷重時，支座 C 之左及右的切力值最大。這樣的荷載亦即相應於最大 M_C，因之，由⌊計算支座彎矩⌉那一節內最大 M_C 之縱行取用：

$$M_B = -11.82\text{ 噸公尺；}$$
$$M_C = -17.45\text{ 噸公尺。}$$

茲研究跨度 2，支座 C 左的切力 C_{I}：

$$V_0 = (V_R)_0 = 14.76\text{ 噸；}$$
$$M_L = M_B = -11.82\text{ 噸公尺；}$$
$$M_R = M_C = -17.45\text{ 噸公尺。}$$

按公式(14)

$$V_M = (V_R)_M = \frac{M_L - M_R}{l} = \frac{-11.82 + 17.45}{7.50}$$
$$= +0.75\text{ 噸；}$$

最大 $V = V_0 + V_M = 14.76 + 0.75 = 15.51$ 噸。

茲研究跨 3，支座 C 右的切力 C_{II}：

$$V_0 = (V_L)_0 = 7.40\text{ 噸；}$$
$$M_L = M_C = -17.45\text{ 噸公尺。}$$

按公式(17)

$$V_M = (V_L)_M = \frac{M_L}{l} = -\frac{-17.45}{4.00} = +4.36\text{ 噸；}$$

最大 $V = V_0 + V_M = 7.40 + 4.36 = 11.36$ 噸。

支座 D 處的切力。由 V_0 節，對跨 3 的荷重來說，右端反力等於：

$$V_0 = (V_R)_0 = 7.40\text{ 噸。}$$

當跨 1 及跨 3 滿載時，支座 D 處的切力最大，此項荷載即相應於最大跨度彎矩 M_1 及 M_3。因此，由⌊計算支座彎矩⌉那一節的最大$\begin{cases}M_1\\M_3\end{cases}$縱行得：

$$M_C = -10.11\text{ 噸公尺} = M_L。$$

按公式(18)

$$V_M = (V_R)_M = \frac{M_L}{l} = \frac{-10.11}{4.00} = -2.53\text{ 噸；}$$

最大 $V = V_0 + V_M = 7.40 - 2.53 = 4.87$ 噸。

定得支座處的最大切力後，求跨度中間的切力，按公式(25)進行。為簡化最大 V 的計算，利用梁圖形的對稱性，可僅將其一部分支座處的最大 V 求出，如像按照型表 4 演算的例 4。

Ж. 最大跨度彎矩

最後，在本節內按公式(26)計算最大跨度彎矩，於公式(26)中含有下列諸數值：

V_0——反力，其定義見 V_0 節；

V_M——使該跨的跨度彎矩為最大時的活荷重組合情況下，由支座彎矩所產生的反力；

x——最大跨度彎矩點離左支座或右支座的距離，其左或右依由那一面來求得此彎矩時為簡單而定；

M_p——在 x 段內的荷重所產生的彎矩；

M_v——作用於求最大跨度彎矩時所研究的跨度之支座部分處的支座彎矩。如果在所研究的跨度內有鉸支座，則顯然 $M_v = 0$。

將 V_0 之值由 V_0 節或由上節轉列於本節的第一縱行內，而在第二及第四縱行填寫 V_M 及 x 的計算結果。在型表中缺少為了準備求 V_M 及 x 而需要的一些數值的縱行，此乃因求 V_M 及 x 的最後值的工作極為簡單。

活荷重的計算組合，如常例，與邊支座反力為最大

及邊跨的跨度彎矩爲最大時相同，因之，當求最大跨度彎矩時，可由上節採用 V_M。這種規律在下述的情形下是例外：即不僅要計算跨度正彎矩，而且要計算跨度負彎矩，如果該跨與其鄰跨相較爲小時，則這種情形就可能發生。這樣的情形在按型表2演算的例2中被研究了，其在大跨度內的活荷重，使其相鄰之僅負靜荷重的較小跨度內，發生負彎矩。

玆研究在該例中 V_M 的求得。

跨 1

最大跨度彎矩由跨度左部的平衡求得。

爲了求得最大正彎矩，由上節 A 縱行內取出 V_M

$$V_M = -2.45\text{噸。}$$

如果僅在第二跨中存在有活荷重，則可得出最大負彎矩。由於此種活荷重位置亦相應於最大 M_2，故由〔計算支座彎矩〕那一節的最大 M_2 的縱行取出：

$$M_B = -12.66\text{噸公尺} = M_R\text{。}$$

按公式(15)

$$V_M = (V_L)_M = \frac{M_R}{l} = \frac{-12.66}{4.00} = -3.16\text{噸。}$$

跨 2

由同樣的最大 M_2 縱行內：

$$M_B = -12.66\text{噸公尺} = M_L;$$

$$M_C = -12.70\text{噸公尺} = M_R\text{。}$$

因爲最大跨度彎矩由跨度左部的平衡條件求得，故 V_M 可按公式(13)確定之：

$$V_M = (V_L)_M = \frac{M_R - M_L}{l}$$

$$= \frac{-12.70 + 12.66}{7.50} = 0\text{。}$$

跨 3

玆研究跨度右部的平衡。在這種情形下，爲了知道正值的最大 M_3，故由上節之 D 縱行內取 V_M，

$$V_M = -2.53\text{噸。}$$

與跨1一樣，即當跨2中存在有活荷重時，可得跨3中之負彎矩。因之，由〔計算支座彎矩〕❶ 那一節的最大 M_2 縱行內：

$$M_C = -12.70\text{噸公尺} = M_L\text{。}$$

按公式(18)

$$V_M = (V_R)_M = \frac{M_L}{l} = \frac{-12.70}{4.00} = -3.17\text{噸。}$$

用位於同一橫行內第1及第2兩縱行數值之代數和，於本節的第3縱行內算出

$$V = V_0 + V_M\text{。}$$

在第4縱行內，給了從最大跨度彎矩點到任一支座的距離 x。x 之值由方程式(32)定之，其解答見用一般計算程序演算的例題中。

在第5縱行內，以相應於該縱行3及4的連乘，計算了 $V \cdot x$ 之值。

在第6縱行內，列入了相應於最大跨度彎矩的、作用於該支座處的支座彎矩，距離 x 即以該支座得出。

在整個型表中，梁邊跨之 x 是由所研究的截面到邊鉸支座處的距離，由此，對邊跨來說

$$M_V = 0\text{。}$$

在同例中，第二跨中之 x 爲離支座 B 的距離，故 M_V 取等於 M_B，即 $M_V = M_B = -12.66$ 噸公尺。

在第7縱行內計算了由 x 段內荷重所產生的 M_p。在最後一縱行內，用縱行5、6、7之值的代數和，求得了爲研究本節的主要對象的最大跨度彎矩。

如果梁之靜力圖形是對稱的，則該節祇需塡寫其一部。如被引列於型表4中的例4。

第二類連續梁的標準式型表，即各跨爲等線性勁度的梁，與上述有所不同。基本上，即省略了完全固定彎矩那一節。由於線性勁度相等的結果，分部支座彎矩 M_B、M_C、M_D、M_E，可直接由表按與其相應之係數 c_B、c_C、c_D 及 c_E 求得。此外，二種梁的計算在標準式型表方面是類似的。

後面引列了數例。在數例中給了二種類型：用一般計算程序的及用標準式型表的。其中頭四個例子屬於第一類梁，其餘四個，則屬於第二類梁。引列一般計算程序的例子是爲了說明用標準式型表來演算的同一例題及將這二種計算方法互相比較。此外，一般程序能以最易了解的形式，介紹給初學設計者以進行連續梁計算時應有的各項步驟。祇有在一般程序的連續梁計算上積累了經驗，才建議轉用計算連續梁更捷速的方法——按照本書所附的標準式型表來計算。

---

❶ 原文爲由〔計算跨度彎矩〕那一節………，但根據文意及後列之本題型表，應爲〔計算支座彎矩〕，原文似屬排印之誤，故予改正如上。——譯者

三、連續梁計算例題(不用標準式型表)

例題 1.（具有二種不同線性勁度的二跨梁）

A. 梁的計算圖形

梁的計算圖形如圖 8 所示。

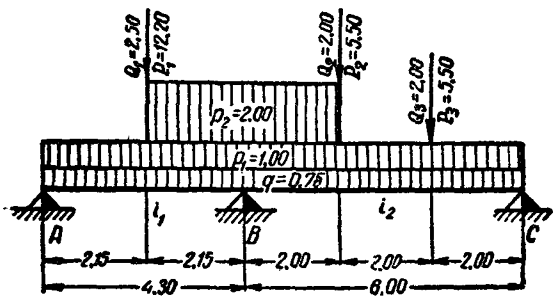


圖 8

兩跨的慣性矩取爲相同:

$$I_1 = I_2,$$

因此，跨度的線性勁度之比爲其長度之反比:

$$S = i_1 : i_2 = \frac{I_1}{l_1} : \frac{I_2}{l_2} = l_2 : l_1 = \frac{6.00}{4.30} = 1.40。$$

Б. 荷　重

被引列於梁的計算圖形上的靜荷重及活荷重的符號如下:

q——均佈靜荷重;

Q——集中靜荷重;

p——均佈活荷重;

P——集中活荷重。

B. 完全固定彎矩

完全固定彎矩按公式(1)及(2)計算之。在這些公式的組成中，包含了係數 $c_{л}$ 及 $c_{п}$, $c_{л}$ 及 $c_{п}$ 按荷重係數 α 及 β 由表 2a、6 定之。因爲 $c_{л}$ 及 $c_{п}$ 按荷重係數 α 及 β 來定得，故將具有同樣荷重係數的荷重（完全固定彎矩是以荷重來確定的）聚集在一起。

跨　1

a) $q = 0.75$ 噸/公尺；$p_1 = 1.00$ 噸/公尺；

$$\alpha = \beta = 1.00; \quad c_{п} = 0.125;$$

$$M'_{п} = 0.125 \times 0.75 \times 4.30^2 = 1.73 \text{ 噸公尺};$$

$$M''_{п} = 0.125 \times 1.00 \times 4.30^2 = 2.31 \text{ 噸公尺。}$$

б) $p_2 = 2.00$ 噸/公尺。

因爲荷重與右支座相毗連，故按荷重係數 β 來求得 $c_{п}$。

$$\beta = \frac{2.15}{4.30} = 0.50; \quad c_{п} = 0.0703;$$

$$M''_{п} = 0.0703 \times 2.00 \times 4.30^2 = 2.60 \text{ 噸公尺};$$

в) $Q_1 = 2.50$ 噸；$P_1 = 12.20$ 噸；

$$\alpha = 0.50; \quad c_{п} = 0.188;$$

$$M'_{п} = 0.188 \times 2.50 \times 4.30 = 2.02 \text{ 噸公尺};$$

$$M''_{п} = 0.188 \times 12.20 \times 4.30 = 9.86 \text{ 噸公尺。}$$

由靜荷重所產生的完全固定彎矩的總和爲:

$$M_{п} = \Sigma M'_{п} = 1.73 + 2.02 = 3.75 \text{ 噸公尺。}$$

由活荷重所產生的完全固定彎矩的總和爲:

$$M_{п} = \Sigma M''_{п} = 2.31 + 2.60 + 9.86 = 14.77 \text{ 噸公尺。}$$

跨　2

a) $q = 0.75$ 噸/公尺；$p_1 = 1.00$ 噸/公尺；

$$\alpha = \beta = 1.00; \quad c_{л} = 0.125;$$

$$M'_{л} = 0.125 \times 0.75 \times 6.00^2 = 3.37 \text{ 噸公尺};$$

$$M''_{л} = 0.125 \times 1.00 \times 6.00^2 = 4.50 \text{ 噸公尺};$$

б) $p_2 = 2.00$ 噸/公尺；

$$\alpha = \frac{2.00}{6.00} = 0.33; \quad c_{л} = 0.038;$$

$$M''_{л} = 0.038 \times 2.00 \times 6.00^2 = 2.74 \text{ 噸公尺};$$

в) $Q_2 = 2.00$ 噸；$P_2 = 5.50$ 噸；

$$\alpha = 0.33; \quad c_{л} = 0.185;$$

$$M'_{л} = 0.185 \times 2.00 \times 6.00 = 2.22 \text{ 噸公尺};$$

$$M''_{л} = 0.185 \times 5.50 \times 6.00 = 6.12 \text{ 噸公尺。}$$

г) $Q_3 = 2.00$ 噸；$P_3 = 5.50$ 噸；

$$\alpha = \frac{4.00}{6.00} = 0.67; \quad c_{л} = 0.147;$$

$$M'_{л} = 0.147 \times 2.00 \times 6.00 = 1.77 \text{ 噸公尺};$$

$$M''_{л} = 0.147 \times 5.50 \times 6.00 = 4.85 \text{ 噸公尺。}$$

由靜荷重所產生的完全固定彎矩的總和爲:

$$M_{л} = \Sigma M'_{л} = 3.37 + 2.22 + 1.77 = 7.36 \text{ 噸公尺。}$$

由活荷重所產生的完全固定彎矩的總和爲:

$$M_{л} = \Sigma M''_{л} = 4.50 + 2.74 + 6.12 + 4.85 = 18.21 \text{ 噸公尺,}$$