

图书在版编目(CIP)数据

物理学教程. 下册/马文蔚主编. —北京:高等教育出版社, 2002. 7

本专科、工科

ISBN 7-04-010673-6

I. 物... II. 马... III. 物理学-高等学校-教材

IV. 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 094651 号

责任编辑 胡凯飞 封面设计 张楠 责任绘图 陈淑芳 李维平
版式设计 马静如 责任校对 殷然 责任印制 韩刚

物理学教程 下册

马文蔚 主编

出版发行 高等教育出版社

社址 北京市东城区沙滩后街 55 号

邮政编码 100009

传真 010-64014048

购书热线 010-64054588

免费咨询 800-810-0598

网址 <http://www.hep.edu.cn>

<http://www.hep.com.cn>

经销 新华书店北京发行所

排版 高等教育出版社照排中心

印刷 高等教育出版社印刷厂

开本 787×960 1/16

印张 17.5

字数 320 000

版次 2002 年 7 月第 1 版

印次 2002 年 7 月第 1 次印刷

定价 20.40 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换.

版权所有 侵权必究

波动过程和近代物理的量 and 单位

量		单 位	
名称	符号	名称	符号
周 期	T	秒	s
频 率	$f(\nu)$	赫 兹	Hz
角 频 率	ω	弧度每秒	$\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$
波 长	λ	米	m
角 波 数	k	每米	m^{-1}
光 速	c	米每秒	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
振动位移	x, y	米	m
振动速度	v	米每秒	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
声 强	I	瓦特每平方米	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$
辐射强度	I	瓦特每平方米	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$
辐射能密度	$w(u)$	焦耳每立方米	$\text{J}\cdot\text{m}^{-3}$
原子序数	Z		
中 子 数	N		
核 子 数	A		
电子静质量	m_e	千克	kg
质子静质量	m_p	千克	kg
中子静质量	m_n	千克	kg
元 电 荷	e	库仑	C
普朗克常量	h	焦耳秒	$\text{J}\cdot\text{s}$
玻尔半径	r_1	米	m
里德伯常量	R	每米	m^{-1}
主量子数	n		
波 函 数	ψ		

目 录

第十三章 振动	1
13-1 简谐运动	1
13-2 简谐运动中的振幅 周期 频率和相位	4
一 振幅	4
二 周期	4
三 相位	5
四 常数 A 和 φ 的确定	5
13-3 旋转矢量	6
13-4 单摆	11
13-5 简谐运动的能量	13
13-6 简谐运动的合成	15
一 两个同方向同频率简谐运动的合成	15
* 二 多个同方向同频率简谐运动的合成	16
* 三 两个同方向不同频率简谐运动的合成	17
* 13-7 阻尼振动 受迫振动 共振	18
一 阻尼振动	18
二 受迫振动	19
三 共振	20
Δ 13-8 电磁振荡	21
一 振荡电路 无阻尼自由电磁振荡	21
二 无阻尼电磁振荡的振荡方程	22
问题	23
习题	24
第十四章 波动	28
14-1 机械波的几个概念	28
一 机械波的形成	28
二 横波与纵波	28
三 波长 波的周期和频率 波速	29
四 波线 波面 波前	32
14-2 平面简谐波的波函数	33

一	平面简谐波的波函数	33
二	波函数的物理含义	35
* 三	波动微分方程	39
14-3	波的能量	40
一	波动能量的传播	40
[△] 二	能流和能流密度	42
14-4	惠更斯原理	42
14-5	波的干涉	44
一	波的叠加原理	44
二	波的干涉	45
* 14-6	驻波	49
一	驻波的产生	49
二	驻波方程	49
三	相位跃变	52
四	驻波的能量	52
五	振动的简正模式	52
* 14-7	声波 超声波 次声波	54
一	声波	54
二	超声波	55
三	次声波	56
* 14-8	多普勒效应	56
一	波源不动,观察者相对介质以速度 v_0 运动	56
二	观察者不动,波源相对介质以速度 v_s 运动	57
三	波源与观察者同时相对介质运动	58
[△] 14-9	电磁波	60
一	电磁波的产生与传播	60
二	电磁波的特性	61
三	电磁波谱	63
问题		64
习题		65
第十五章	波动光学	68
15-1	相干光	69
15-2	杨氏双缝干涉实验 劳埃德镜	71
一	杨氏双缝干涉实验	71
[△] 二	劳埃德镜	73
15-3	光程 薄膜干涉	76
一	光程	76

二	透镜不引起附加的光程差	77
*三	薄膜干涉	77
15-4	劈尖 牛顿环	80
一	劈尖	80
二	牛顿环	83
^15-5	迈克耳孙干涉仪	85
15-6	光的衍射	87
一	光的衍射现象	87
二	惠更斯-菲涅耳原理	88
三	菲涅耳衍射和夫琅惶费衍射	89
15-7	单缝衍射	89
*15-8	圆孔衍射 光学仪器的分辨率	94
15-9	衍射光栅	97
一	光栅	97
二	光栅衍射条纹的形成	98
三	衍射光谱	99
^15-10	X射线的衍射	101
*15-11	全息照相简介	103
15-12	光的偏振性 马吕斯定律	106
一	自然光 偏振光	106
二	偏振片 起偏与检偏	107
三	马吕斯定律	108
15-13	反射光和折射光的偏振	109
15-14	双折射	111
一	双折射的寻常光和非常光	111
*二	人为双折射现象	113
^15-15	旋光现象	113
问题		115
习题		117
^第十六章	狭义相对论	121
16-1	伽利略变换式 牛顿力学相对性原理遇到的困难	122
一	伽利略变换式 经典力学的相对性原理	122
二	经典力学的绝对时空观	124
三	光速依赖于惯性参考系的选取吗	124
16-2	狭义相对论的基本原理 洛伦兹变换式	125
一	狭义相对论的基本原理	125

二	洛伦兹变换式	127
* 三	洛伦兹速度变换式	128
16-3	狭义相对论的时空观	129
一	同时的相对性	130
二	长度的收缩	131
三	时间的延缓	133
* 16-4	光的多普勒效应	134
* 16-5	相对论性动量和能量	137
一	动量与速度的关系	137
二	狭义相对论力学的基本方程	139
三	质量与能量的关系	140
四	质能公式在原子核裂变和聚变中的应用	142
五	动量与能量的关系	144
	问题	146
	习题	147
第十七章	量子物理	148
17-1	黑体辐射 普朗克能量子假设	148
一	黑体 黑体辐射	149
二	斯特藩-玻耳兹曼定律 维恩位移定律	150
* 三	黑体辐射的瑞利-金斯公式 经典物理的困难	153
四	普朗克假设 普朗克黑体辐射公式	154
17-2	光电效应 光的波粒二象性	156
一	光电效应实验的规律	156
二	光子 爱因斯坦方程	158
三	光电效应在近代技术中的应用	159
四	光的波粒二象性	160
* 17-3	康普顿效应	161
17-4	氢原子的玻尔理论	165
一	氢原子光谱的规律性	166
二	卢瑟福的原子有核模型	167
三	氢原子的玻尔理论	171
四	氢原子玻尔理论的困难	174
* 17-5	弗兰克-赫兹实验	175
^ 17-6	德布罗意波 实物粒子的二象性	177
一	德布罗意假设	177
二	德布罗意波的实验证明——G.P. 汤姆孙电子衍射实验	180
三	应用举例	181

	四 德布罗意波的统计解释	181
^17-7	不确定关系	182
^17-8	量子力学简介	184
	一 波函数 概率密度	185
	二 薛定谔方程	187
	三 一维势阱问题	189
	四 对应原理	192
	* 五 一维方势垒 隧道效应	193
17-9	激光	195
	一 自发辐射 受激辐射	195
△二	激光原理	197
	三 激光器	199
	四 激光的特性和应用	201
^17-10	半导体	202
	一 固体的能带	202
	二 本征半导体和杂质半导体	205
	三 pn 结	207
	四 光生伏特效应	208
17-11	超导电性	209
	一 超导体的转变温度	209
	二 超导体的主要特性	210
	* 三 超导电性的 BCS 理论	212
	四 超导的应用前景	213
	问题	214
	习题	215
* 第十八章	物理学与新技术	217
18-1	等离子体与受控核聚变	217
	一 等离子体	217
	二 等离子体在磁场中的特性	217
	三 受控核聚变	218
18-2	光导纤维	220
	一 光纤	220
	二 均匀折射率光纤导光原理	220
	三 光纤的传播模式	222
	四 光纤的损耗	223
	五 非均匀折射率光纤	223
	六 光纤的应用	224

18-3 扫描隧穿显微镜	225
一 STM 的原理简介	226
二 STM 的基本结构	226
三 STM 的工作方式	228
四 STM 的应用	228
18-4 纳米材料简介	229
一 纳米微粒	229
二 纳米固体	231
三 纳米材料的制备	231
四 一种纳米新材料——碳纳米管	231
五 应用	233
问题	233
附录一 矢量	234
附录二 一些基本物理常量	243
附录三 我国法定计量单位和国际单位制(SI)单位	244
附录四 空气、水、地球、太阳系的一些常用数据	247
习题答案	248
索引	252
照片说明	263

第十三章 振 动

振动是物质的一种很普遍的运动形式.物体在一定位置附近所作的周期性往复运动叫做机械振动.例如心脏的跳动、钟摆的摆动、活塞的往复运动、固体中原子的振动等.除机械振动外,自然界中还存在着各种各样的振动.广义地说,凡描述物质运动状态的物理量,在某一数值附近作周期性的变化,都叫做振动.例如,交流电路中的电流在某一电流值附近作周期性的变化;光波、无线电波传播时,空间某点的电场强度和磁场强度随时间作周期性的变化等.这些振动虽然在本质上和机械振动不同,但对它们的描述却有着许多共同之处,所以,机械振动的基本规律也是研究其他振动以及波动、波动光学、无线电技术等的基础,在生产技术中有着广泛的应用.

本章主要研究机械振动中的简谐运动,并简要介绍阻尼振动、受迫振动、共振现象以及电磁振荡等.

13-1 简谐运动

机械振动的形式是多种多样的,情况大多比较复杂.简谐运动是最简单、最基本的振动.下面以弹簧振子为例,研究简谐运动的运动规律.

如图 13-1 所示,把轻弹簧(质量可以忽略不计)的左端固定,右端连一质量为 m 的物体,放置在光滑的水平面上.物体所受的阻力略去不计.当物体在位置 O 时,弹簧具有自然长度[图 13-1(a)],此时物体在水平方向所受的合外力为零,位置 O 叫做平衡位置.取平衡位置 O 为坐标原点,水平向右为 Ox 轴的正方向.现将物体向右移到位置 B [图 13-1(b)].此时,由于弹簧被拉长而使物体受到一个指向平衡位置的弹性力.撤去外力后,物体将会在弹性力的作用下向左运动,抵达平衡位置时,物体所受的弹性力减小到零,但物体的惯性会使它继续向左运动,致使弹簧被压缩,因弹簧被压缩而出现的弹性力将阻碍物体的运动,使物体的运动速度减小,到达点 C 时,速度减小到零[图 13-1(c)],此时物体又将在弹性力的作用下,从 C 点返回,向右运动.这样,在弹性力作用下,物体将在平衡位置附近作往复运动,这一包含弹簧和物体的振动系统就叫做弹簧振子.

由胡克定律可知,物体所受到的弹性力 F ,与物体相对于平衡位置的位移 x 成正比,弹性力的方向与位移的方向相反,始终指向平衡位置,故此力常称为回

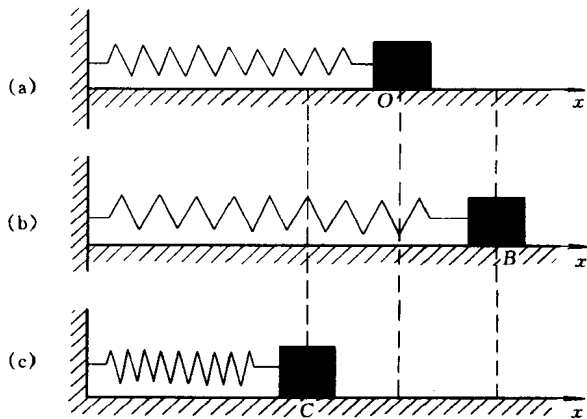


图 13-1 弹簧振子的振动

复力.于是有

$$F = -kx$$

式中比例常数 k 为弹簧的劲度系数,它由弹簧本身的性质(材料、形状、大小等)所决定,负号表示力与位移的方向相反.根据牛顿第二定律,物体的加速度为

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}x \quad (13-1)$$

对于一个给定的弹簧振子, k 与 m 都是常量,而且都是正值,它们的比值可用另一个常量 ω 的二次方表示,即

$$\frac{k}{m} = \omega^2 \quad (13-2)$$

这样式(13-1)可写成

$$a = -\omega^2 x \quad (13-3)$$

上式说明,弹簧振子的加速度 a 与位移的大小 x 成正比,而方向相反.人们把具有这种特征的振动叫做简谐运动.

由于 $a = \frac{d^2 x}{dt^2}$,式(13-3)可写成

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 x \quad (13-4)$$

这就是简谐运动的运动微分方程,其解为

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (13-5)$$

它是简谐运动的运动方程^①,简称简谐运动方程.式中 A 和 φ 是积分常量,它们的物理意义将在第 13-2 节中讨论.由上式可知,当物体作简谐运动时,其位移是时间的余弦函数^②.这也就是为什么把运动方程具有式(13-3)~(13-5)形式的振动叫做简谐运动的原因.

将式(13-5)对时间求一阶、二阶导数,可分别得到作简谐运动的物体的速度 v 和加速度 a 为

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \quad (13-6)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) \quad (13-7)$$

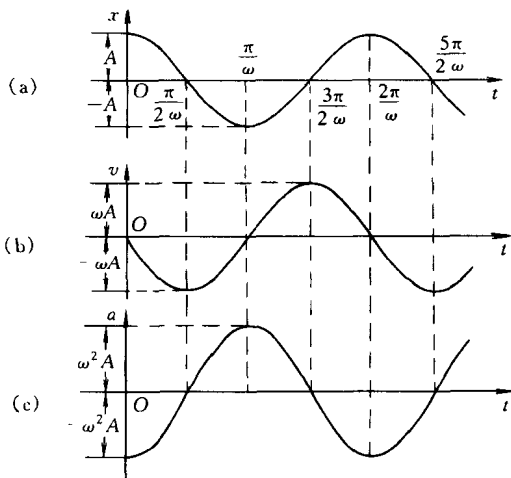


图 13-2 简谐运动图解($\varphi=0$)

由式(13-5)、(13-6)、(13-7),可作出如图 13-2 所示的 $x-t$ 、 $v-t$ 和 $a-t$ 图.由图可以看出,物体作简谐运动时,其位移、速度和加速度都作周期性变化.

① 简谐运动的运动方程也称简谐振动方程.

② 因为 $\cos(\omega t + \varphi) = \sin(\omega t + \varphi + \pi/2)$,若令 $\varphi' = \varphi + \pi/2$,则式(13-5)可写成

$$x = A \sin(\omega t + \varphi')$$

所以也可以说,物体作简谐运动时,位移是时间的正弦函数.余弦和正弦函数都是简谐函数,但为统一起见,本书采用余弦函数.

13-2 简谐运动中的振幅 周期 频率和相位

现在我们来讨论式(13-5)中描述简谐运动特征的物理量 A 、 ω 、 $(\omega t + \varphi)$ 及其相关概念:振幅、周期(频率、角频率)和相位(初相位),其中相位的概念尤为重要.

一 振幅

在简谐运动方程 $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ 中,因 $\cos(\omega t + \varphi)$ 的值在 $+1$ 和 -1 之间,所以物体的位移亦在 $+A$ 和 $-A$ 之间,我们把简谐运动物体离开平衡位置最大位移的绝对值 A ,称做振幅.

二 周期

物体作一次完全振动所经历的时间叫做振动的周期,用 T 表示,周期的单位为 s. 例如在图 13-1 中,物体自位置 B 经 O 到达 C ,然后再回到 B ,所经历的时间就是一个周期. 所以物体在任意时刻 t 的位移和速度,应与物体在时刻 $t + T$ 的位移和速度完全相同,于是有

$$x = A\cos(\omega t + \varphi) = A\cos[\omega(t + T) + \varphi] = A\cos(\omega t + \varphi + \omega T)$$

由于余弦函数的周期性,物体作一次完全振动后应有 $\omega T = 2\pi$. 于是,可得

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (13-8)$$

对于弹簧振子, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, 所以弹簧振子的周期为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (13-9)$$

单位时间内物体所作的完全振动的次数叫做频率,用 ν 表示,它的单位名称是赫兹,符号是 Hz. 显然,频率与周期的关系为

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (13-10)$$

由此还可知

$$\omega = 2\pi\nu \quad (13-11)$$

即 ω 等于物体在单位时间内所作的完全振动次数的 2π 倍,叫做角频率(又称圆频率),单位是 $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ (弧度每秒). 至于弹簧振子的频率,不难得知为

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (13-12)$$

由于弹簧振子的角频率 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ 是由弹簧振子的质量 m 和劲度系数 k 所

决定的,所以周期和频率只和振动系统本身的物理性质有关.这种只由振动系统本身的固有属性所决定的周期和频率,叫做振动的固有周期和固有频率.

三 相位

力学中,物体在某一时刻的运动状态,可用位矢和速度来描述,下面可以看到,对振幅和角频率都已给定的简谐运动,它的运动状态可用“相位”这一物理量来决定.由式(13-5)和式(13-6)可看出,当振幅 A 和角频率 ω 一定时,振动物体在任一时刻相对平衡位置的位移和速度都决定于物理量 $(\omega t + \varphi)$.也就是说, $(\omega t + \varphi)$ 既决定了振动物体在任意时刻相对平衡位置的位移,也决定了它在该时刻的速度.量值 $(\omega t + \varphi)$ 叫做振动的相位,它是决定简谐运动物体运动状态的物理量.例如图 13-1 中的弹簧振子,当相位 $(\omega t_1 + \varphi) = \pi/2$ 时, $x = 0$, $v = -\omega A$,即在 t_1 时刻物体在平衡位置,并以速率 ωA 向左运动;而当相位 $(\omega t_2 + \varphi) = 3\pi/2$ 时, $x = 0$, $v = \omega A$,即在 t_2 时刻物体也在平衡位置,但以速率 ωA 向右运动.可见,在 t_1 和 t_2 两时刻,由于振动的相位不同,物体的运动状态也不相同.

当 $t = 0$ 时,相位 $(\omega t + \varphi) = \varphi$,故 φ 叫做初相位,简称初相.它是决定初始时刻(即开始计时的起点)振动物体运动状态的物理量.例如,若 $\varphi = 0$,则在 $t = 0$ 时,由式(13-5)和式(13-6)可分别得出 $x_0 = A$ 及 $v_0 = 0$,这表示我们所选的计时起点,是物体位于正最大位移处,且速率为零的这一时刻.

四 常数 A 和 φ 的确定

如前所述,简谐运动方程 $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ 中的角频率 ω 是由振动系统本身的性质所决定的.那么,现在来说明在角频率已经确定的条件下,如果知道了 $t = 0$ 时物体相对平衡位置的位移 x_0 和速度 v_0 ,就可确定出振动的振幅 A 和初相 φ .由式(13-5)和(13-6)可得

$$\begin{aligned} x_0 &= A \cos \varphi \\ v_0 &= -\omega A \sin \varphi \end{aligned}$$

而由此两式可得 A 、 φ 的解为

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \quad (13-13)$$

$$\tan \varphi = \frac{-v_0}{\omega x_0} \quad (13-14)$$

其中 φ 所在象限可由 x_0 及 v_0 的正负号确定.

物体在 $t = 0$ 时的位移 x_0 和速度 v_0 叫做初始条件.上述结果说明,对一定的弹簧振子(即 ω 为已知量),它的振幅 A 和初相 φ 是由初始条件决定的.

总之,对于给定的振动系统,周期(或频率)由振动系统本身的性质决定,而振幅和初相则由初始条件决定.

13-3 旋转矢量

本节介绍简谐运动的旋转矢量表示法.如图 13-3 所示,自 Ox 轴的原点 O 作一矢量 A ,使它的模等于振动的振幅 A ,并使矢量 A 在 Oxy 平面内绕点 O 作逆时针方向的匀角速转动,其角速度与振动的角频率 ω 相等,这个矢量就叫做旋转矢量.设在 $t=0$ 时,矢量 A 的矢端在位置 M_0 ,它与 Ox 轴的夹角为 φ ;在 t 时刻,矢量 A 的矢端在位置 M .在这过程中,矢量 A 沿逆时针方向转过了角度 ωt ,它与 Ox 轴间的夹角为 $\omega t + \varphi$.由图可见,矢量 A 在 Ox 轴上的投影为 $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ ^①.与式(13-5)比较,它恰是沿 Ox 轴作简谐运动的物体在 t 时刻相对于原点 O 的位移.因此,旋转矢量 A 的矢端 M 在 Ox 轴上的投影点 P 的运动,可表示物体在 Ox 轴上的简谐运动.矢量 A 以角速度 ω 旋转一周,相当于物体在 x 轴上作一次完全振动.

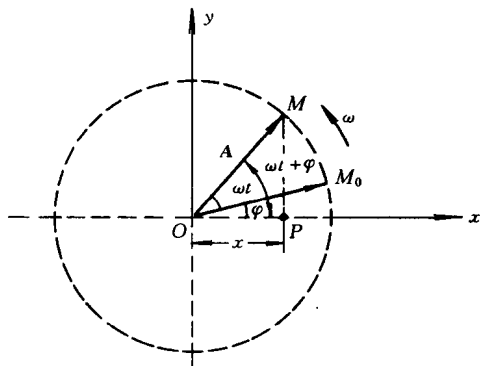


图 13-3 旋转矢量图

必须强调指出,旋转矢量本身并不作简谐运动,我们是利用旋转矢量端点在 Ox 轴上的投影点的运动,来形象地展示简谐运动的规律的.下面我们就用这个方法描绘某一简谐运动 $x = A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$ 的位移-时间($x-t$)图线,并以此来帮助大家领会这层意思.如图 13-4 所示,若把旋转矢量图的 Ox 轴正方向

^① 矢量 A 既可以在 Ox 轴上投影 $x = A \cos(\omega t + \varphi)$,也可以在 Oy 轴上投影 $y = A \sin(\omega t + \varphi)$,本书采用在 Ox 轴上的投影.

画成竖直向上,则可在其右侧作出简谐运动的 $x-t$ 图线,这只需平行地画出 Ox 轴,并使 t 轴水平向右就行了.在 $t=0$ 时,矢量 A 与 Ox 轴的夹角为初相 $\varphi = \frac{\pi}{4}$,矢端位于 a 点,而 a 点在 Ox 轴上的投影便是 $x-t$ 图中的 a' 点,此时物

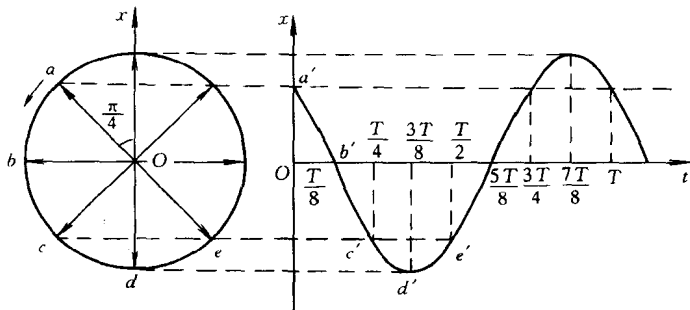


图 13-4 旋转矢量图及简谐运动的 $x-t$ 图线

体位于 $x = \frac{\sqrt{2}}{2}A$ 处,并开始朝 Ox 轴的负方向运动.经过 $T/8$ 时间, A 转过 $\pi/4$ 角度,使相位 $(\omega t + \varphi) = \frac{\pi}{2}$,其矢端则位于 b 点,而 b 点在 Ox 轴上的投影点即是 $x-t$ 图中的 b' 点,此时物体位于平衡位置,并继续朝 Ox 轴的负方向运动……这样经过一个周期的时间,相位变化了 2π ,一切又将重复进行下去.大家已经看到,旋转矢量图不仅为我们提供了一幅直观而清晰的简谐运动图象,而且借此能使我们一目了然地弄清相位的概念和作用,对进一步研究振动问题十分有益.

利用旋转矢量还可以比较两个同频率简谐运动的“步调”如何.设有下列两个简谐运动:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

它们的相位之差叫相位差,用 $\Delta\varphi$ 表示:

$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (13-15)$$

即两个同频率的简谐运动在任意时刻的相位差,都等于其初相差.如果 $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 > 0$ [图 13-5(a)],我们就说 x_2 振动超前 x_1 振动 $\Delta\varphi$,或者说 x_1 振动落后于 x_2 振动 $\Delta\varphi$.另一方面,由于简谐运动具有连续性,所以为简便计,常把 $|\Delta\varphi|$ 的值说成是 $\leq \pi$ 的值.例如当 $\Delta\varphi = 3\pi/2$ 时 [图 13-5(b)],我们通常不说 x_2 振动超前 x_1 振动 $3\pi/2$,而说成 x_2 振动落后于 x_1 振动 $\pi/2$,或说 x_1 振动超前 x_2 振动 $\pi/2$.

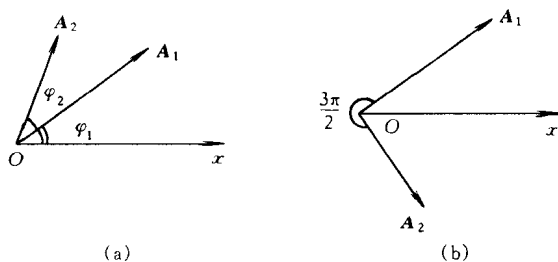
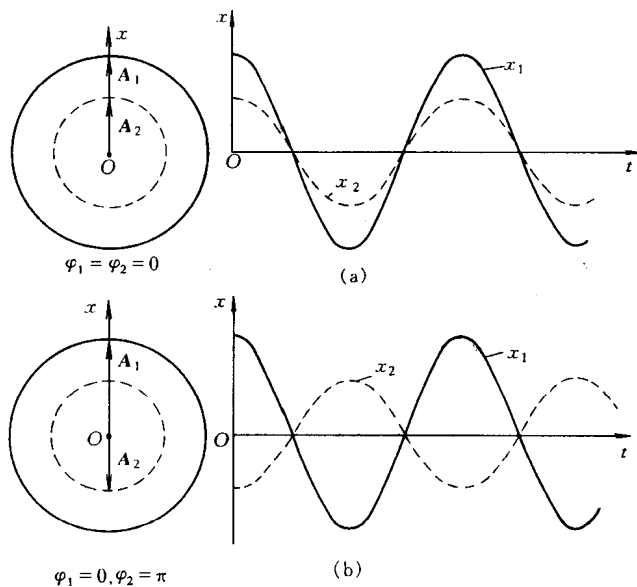


图 13-5 两个简谐运动的相位差

如果 $\Delta\varphi=0$ (或者 2π 的整数倍), 我们就说两个振动是同相的, 即它们将同时到达正最大位移处, 同时到达平衡位置, 又同时到达负最大位移处, 两个振动的“步调”完全一致. 如果 $\Delta\varphi=\pi$ (或者 π 的奇数倍), 就说两个振动是反相的, 即当它们中的一个到达正最大位移处时, 另一个却到达负最大位移处, 两个振动的“步调”完全相反. 同相和反相的旋转矢量及 $x-t$ 曲线如图 13-6 所示.

图 13-6 同相和反相的旋转矢量及 $x-t$ 曲线

例 1 如图 13-1 所示, 一轻弹簧的右端连着一物体, 弹簧的劲度系数 $k=0.72 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, 物体的质量 $m=20 \text{ g}$. (1) 把物体从平衡位置向右拉到 $x=0.05 \text{ m}$ 处停下后再释放, 求简谐

运动方程;(2) 求物体从初位置运动到第一次经过 $\frac{A}{2}$ 处时的速度;(3) 如果物体在 $x=0.05\text{ m}$ 处时速度不等于零,而是具有向右的初速度 $v_0=0.30\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$,求其运动方程.

解 (1) 要求物体的简谐运动方程,就需要确定角频率 ω 、振幅 A 和初相 φ 三个物理量.

角频率
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{0.72\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}}{0.02\text{ kg}}} = 6.0\text{ s}^{-1}$$

振幅和初相由初始条件 x_0 及 v_0 决定,已知 $x_0=0.05\text{ m}$, $v_0=0$,由式(13-13)和式(13-14)得

振幅
$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = x_0 = 0.05\text{ m}$$

初相
$$\tan \varphi = \frac{-v_0}{\omega x_0} = 0, \quad \varphi = 0 \text{ 或 } \pi$$

根据已知条件作相应的旋转矢量如图 13-7(a),由图可得 $\varphi=0$.

将 ω 、 A 和 φ 代入简谐运动方程 $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ 中,可得

$$x = (0.05\text{ m})\cos[(6.0\text{ s}^{-1})t]$$

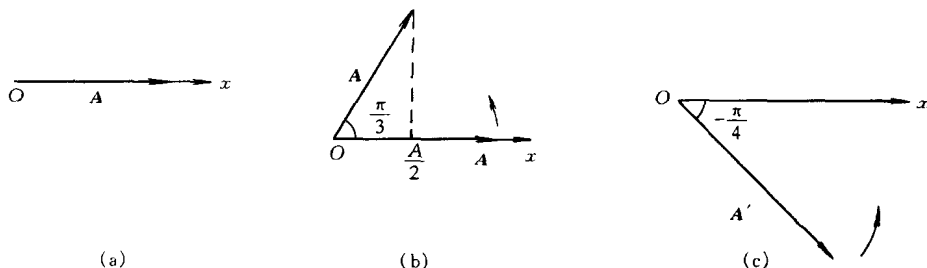


图 13-7

(2) 欲求 $x = \frac{A}{2}$ 处的速度,需先求出物体从初位置运动到第一次抵达 $\frac{A}{2}$ 处的相位.因 $\varphi=0$,由 $x = A\cos(\omega t + \varphi) = A\cos \omega t$,得

$$\cos \omega t = \frac{x}{A} = \frac{\frac{A}{2}}{A} = \frac{1}{2}, \quad \omega t = \frac{\pi}{3} \text{ 或 } \frac{5}{3}\pi$$

作相应的旋转矢量如图 13-7(b),由图可知物体由初位置 $x = +A$ 第一次运动到 $x = +\frac{A}{2}$ 时的相位

$$\omega t = \frac{\pi}{3}$$

将 A 、 ω 和 ωt 的值代入速度公式,可得

$$v = -A\omega \sin \omega t = -0.26\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

负号表示速度的方向沿 Ox 轴负方向.

(3) 因 $x_0=0.05\text{ m}$, $v_0=0.30\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$,故振幅和初相分别为