图书在版编目(CIP)数据

物理学教程. 下册/马文蔚主编. —北京:高等教育出版社,2002.7

本专科、工科

ISBN 7-04-010673-6

Ⅰ.物… Ⅱ.马… Ⅲ.物理学-高等学校-教材

Ⅳ.04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 094651 号

责任编辑 胡凯飞 **封面设计** 张 楠 **责任绘图** 陈淑芳 李维平

版式设计 马静如 **责任校对** 殷 然 **责任印制** 韩 刚

物理学教程 下册

马文蔚 主编

出版发行	高等教育出版社	**购书热线**	010—64054588
社 址	北京市东城区沙滩后街 55 号	**免费咨询**	800—810—0598
邮政编码	100009	**网 址**	http://www.hep.edu.cn
传 真	010—64014048		http://www.hep.com.cn

经 销	新华书店北京发行所
排 版	高等教育出版社照排中心
印 刷	高等教育出版社印刷厂

开 本	787×960 1/16	**版 次**	2002 年 7 月第 1 版
印 张	17.5	**印 次**	2002 年 7 月第 1 次印刷
字 数	320 000	**定 价**	20.40 元

波动过程和近代物理的量和单位

量		单位	
名称	符号	名称	符号
周　期	T	秒	s
频　率	$f(\nu)$	赫兹	Hz
角频率	ω	弧度每秒	$\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$
波　长	λ	米	m
角波数	k	每米	$\mathrm{m^{-1}}$
光　速	c	米每秒	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
振动位移	x, y	米	m
振动速度	v	米每秒	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
声　强	I	瓦特每平方米	$\mathrm{W \cdot m^{-2}}$
辐射强度	I	瓦特每平方米	$\mathrm{W \cdot m^{-2}}$
辐射能密度	$w(u)$	焦耳每立方米	$\mathrm{J \cdot m^{-3}}$
原子序数	Z		
中子数	N		
核子数	A		
电子静质量	m_e	千克	kg
质子静质量	m_p	千克	kg
中子静质量	m_n	千克	kg
元电荷	e	库仑	C
普朗克常量	h	焦耳秒	$\mathrm{J \cdot s}$
玻尔半径	r_1	米	m
里德伯常量	R	每米	$\mathrm{m^{-1}}$
主量子数	n		
波函数	ψ		

目　　录

第十三章　振　　动

振动是物质的一种很普遍的运动形式.物体在一定位置附近所作的周期性往复运动叫做机械振动.例如心脏的跳动、钟摆的摆动、活塞的往复运动、固体中原子的振动等.除机械振动外,自然界中还存在着各种各样的振动.广义地说,凡描述物质运动状态的物理量,在某一数值附近作周期性的变化,都叫做振动.例如,交流电路中的电流在某一电流值附近作周期性的变化;光波、无线电波传播时,空间某点的电场强度和磁场强度随时间作周期性的变化等.这些振动虽然在本质上和机械振动不同,但对它们的描述却有着许多共同之处,所以,机械振动的基本规律也是研究其他振动以及波动、波动光学、无线电技术等的基础,在生产技术中有着广泛的应用.

本章主要研究机械振动中的简谐运动,并简要介绍阻尼振动、受迫振动、共振现象以及电磁振荡等.

13-1　简谐运动

机械振动的形式是多种多样的,情况大多比较复杂.简谐运动是最简单、最基本的振动.下面以弹簧振子为例,研究简谐运动的运动规律.

如图 13-1 所示,把轻弹簧(质量可以忽略不计)的左端固定,右端连一质量为 m 的物体,放置在光滑的水平面上.物体所受的阻力略去不计.当物体在位置 O 时,弹簧具有自然长度[图 13-1(a)],此时物体在水平方向所受的合外力为零,位置 O 叫做平衡位置.取平衡位置 O 为坐标原点,水平向右为 Ox 轴的正方向.现将物体向右移到位置 B[图 13-1(b)].此时,由于弹簧被拉长而使物体受到一个指向平衡位置的弹性力.撤去外力后,物体将会在弹性力的作用下向左运动,抵达平衡位置时,物体所受的弹性力减小到零,但物体的惯性会使它继续向左运动,致使弹簧被压缩,因弹簧被压缩而出现的弹性力将阻碍物体的运动,使物体的运动速度减小,到达点 C 时,速度减小到零[图 13-1(c)],此时物体又将在弹性力的作用下,从 C 点返回,向右运动.这样,在弹性力作用下,物体将在平衡位置附近作往复运动,这一包含弹簧和物体的振动系统就叫做弹簧振子.

由胡克定律可知,物体所受到的弹性力 F,与物体相对于平衡位置的位移 x 成正比,弹性力的方向与位移的方向相反,始终指向平衡位置,故此力常称为回

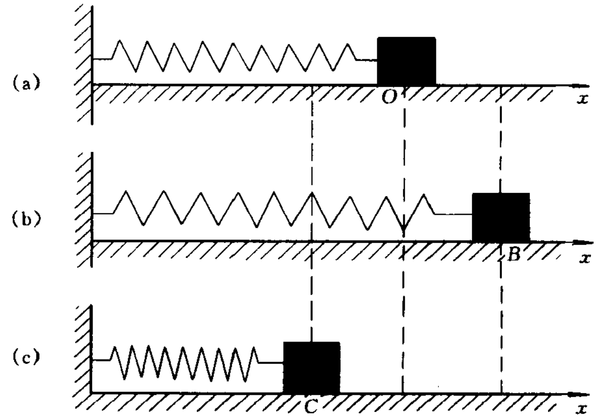

图 13－1 弹簧振子的振动

复力.于是有

$$F = -kx$$

式中比例常数 k 为弹簧的劲度系数,它由弹簧本身的性质(材料、形状、大小等)所决定,负号表示力与位移的方向相反.根据牛顿第二定律,物体的加速度为

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}x \tag{13-1}$$

对于一个给定的弹簧振子,k 与 m 都是常量,而且都是正值,它们的比值可用另一个常量 ω 的二次方表示,即

$$\frac{k}{m} = \omega^2 \tag{13-2}$$

这样式(13－1)可写成

$$a = -\omega^2 x \tag{13-3}$$

上式说明,弹簧振子的加速度a与位移的大小x成正比,而方向相反.人们把具有这种特征的振动叫做简谐运动.

由于 $a = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}$,式(13－3)可写成

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2 x \tag{13-4}$$

这就是简谐运动的运动微分方程,其解为

$$x = A\cos(\omega t + \varphi) \tag{13-5}$$

它是简谐运动的运动方程[①]，简称简谐运动方程．式中 A 和 φ 是积分常量，它们的物理意义将在第 13－2 节中讨论．由上式可知，当物体作简谐运动时，其位移是时间的余弦函数[②]．这也就是为什么把运动方程具有式(13－3)～(13－5)形式的振动叫做简谐运动的原因．

将式(13－5)对时间求一阶、二阶导数，可分别得到作简谐运动的物体的速度 v 和加速度 a 为

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-\omega A\sin(\omega t+\varphi) \tag{13-6}$$

$$a=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-\omega^2A\cos(\omega t+\varphi) \tag{13-7}$$

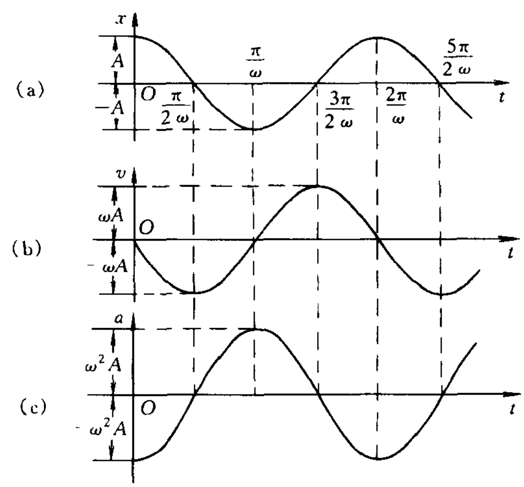

图 13－2　简谐运动图解($\varphi=0$)

由式(13－5)、(13－6)、(13－7)，可作出如图 13－2 所示的 $x-t$、$v-t$ 和 $a-t$ 图．由图可以看出，物体作简谐运动时，其位移、速度和加速度都作周期性变化．

---

① 简谐运动的运动方程也称简谐振动方程．

② 因为 $\cos(\omega t+\varphi)=\sin(\omega t+\varphi+\pi/2)$，若令 $\varphi'=\varphi+\pi/2$，则式(13－5)可写成

$$x=A\sin(\omega t+\varphi')$$

所以也可以说，物体作简谐运动时，位移是时间的正弦函数．余弦和正弦函数都是简谐函数，但为统一起见，本书采用余弦函数．

13－2 简谐运动中的振幅 周期 频率和相位

现在我们来讨论式(13－5)中描述简谐运动特征的物理量 A、ω、$(\omega t+\varphi)$及其相关概念：振幅、周期(频率、角频率)和相位(初相位)，其中相位的概念尤为重要.

一 振幅

在简谐运动方程 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$ 中，因 $\cos(\omega t+\varphi)$ 的值在 $+1$ 和 -1 之间，所以物体的位移亦在 $+A$ 和 $-A$ 之间，我们把简谐运动物体离开平衡位置最大位移的绝对值 A，称做振幅.

二 周期

物体作一次完全振动所经历的时间叫做振动的周期，用 T 表示，周期的单位为 s. 例如在图 13－1 中，物体自位置 B 经 O 到达 C，然后再回到 B，所经历的时间就是一个周期. 所以物体在任意时刻 t 的位移和速度，应与物体在时刻 $t+T$ 的位移和速度完全相同，于是有

$$x=A\cos(\omega t+\varphi)=A\cos[\omega(t+T)+\varphi]=A\cos(\omega t+\varphi+\omega T)$$

由于余弦函数的周期性，物体作一次完全振动后应有 $\omega T=2\pi$. 于是，可得

$$T=\frac{2\pi}{\omega} \tag{13-8}$$

对于弹簧振子，$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$，所以弹簧振子的周期为

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{13-9}$$

单位时间内物体所作的完全振动的次数叫做频率，用 ν 表示，它的单位名称是赫兹，符号是 Hz. 显然，频率与周期的关系为

$$\nu=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi} \tag{13-10}$$

由此还可知

$$\omega=2\pi\nu \tag{13-11}$$

即 ω 等于物体在单位时间内所作的完全振动次数的 2π 倍，叫做角频率(又称圆频率)，单位是 $\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$(弧度每秒). 至于弹簧振子的频率，不难得知为

$$\nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{13-12}$$

由于弹簧振子的角频率 $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ 是由弹簧振子的质量 m 和劲度系数 k 所

决定的，所以周期和频率只和振动系统本身的物理性质有关. 这种只由振动系统本身的固有属性所决定的周期和频率，叫做振动的固有周期和固有频率.

三　相位

力学中，物体在某一时刻的运动状态，可用位矢和速度来描述，下面可以看到，对振幅和角频率都已给定的简谐运动，它的运动状态可用“相位”这一物理量来决定. 由式(13-5)和式(13-6)可看出，当振幅 A 和角频率 ω 一定时，振动物体在任一时刻相对平衡位置的位移和速度都决定于物理量$(\omega t+\varphi)$. 也就是说，$(\omega t+\varphi)$既决定了振动物体在任意时刻相对平衡位置的位移，也决定了它在该时刻的速度. 量值$(\omega t+\varphi)$叫做振动的相位，它是决定简谐运动物体运动状态的物理量. 例如图13-1中的弹簧振子，当相位$(\omega t_1+\varphi)=\pi/2$时，$x=0$，$v=-\omega A$，即在 t_1 时刻物体在平衡位置，并以速率 ωA 向左运动；而当相位$(\omega t_2+\varphi)=3\pi/2$时，$x=0$，$v=\omega A$，即在 t_2 时刻物体也在平衡位置，但以速率 ωA 向右运动. 可见，在 t_1 和 t_2 两时刻，由于振动的相位不同，物体的运动状态也不相同.

当 $t=0$ 时，相位$(\omega t+\varphi)=\varphi$，故 φ 叫做初相位，简称初相. 它是决定初始时刻（即开始计时的起点）振动物体运动状态的物理量. 例如，若 $\varphi=0$，则在 $t=0$ 时，由式(13-5)和式(13-6)可分别得出 $x_0=A$ 及 $v_0=0$，这表示我们所选的计时起点，是物体位于正最大位移处，且速率为零的这一时刻.

四　常数 A 和 φ 的确定

如前所述，简谐运动方程 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$中的角频率 ω 是由振动系统本身的性质所决定的. 那么，现在来说明在角频率已经确定的条件下，如果知道了 $t=0$ 时物体相对平衡位置的位移 x_0 和速度 v_0，就可确定出振动的振幅 A 和初相 φ. 由式(13-5)和(13-6)可得

$$x_0=A\cos\varphi$$

$$v_0=-\omega A\sin\varphi$$

而由此两式可得 A、φ 的解为

$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}} \tag{13-13}$$

$$\tan\varphi=\frac{-v_0}{\omega x_0} \tag{13-14}$$

其中 φ 所在象限可由 x_0 及 v_0 的正负号确定.

物体在 $t=0$ 时的位移 x_0 和速度 v_0 叫做初始条件. 上述结果说明，对一定的弹簧振子（即 ω 为已知量），它的振幅 A 和初相 φ 是由初始条件决定的.

总之,对于给定的振动系统,周期(或频率)由振动系统本身的性质决定,而振幅和初相则由初始条件决定.

13-3 旋转矢量

本节介绍简谐运动的旋转矢量表示法.如图 13-3 所示,自 Ox 轴的原点 O 作一矢量 $\boldsymbol{A}$,使它的模等于振动的振幅 A,并使矢量 $\boldsymbol{A}$ 在 Oxy 平面内绕点 O 作逆时针方向的匀角速转动,其角速度与振动的角频率 ω 相等,这个矢量就叫做**旋转矢量**.设在 $t=0$ 时,矢量 $\boldsymbol{A}$ 的矢端在位置 M_0,它与 Ox 轴的夹角为 φ;在 t 时刻,矢量 $\boldsymbol{A}$ 的矢端在位置 M.在这过程中,矢量 $\boldsymbol{A}$ 沿逆时针方向转过了角度 ωt,它与 Ox 轴间的夹角为 $\omega t+\varphi$.由图可见,矢量 $\boldsymbol{A}$ 在 Ox 轴上的投影为 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$①.与式(13-5)比较,它恰是沿 Ox 轴作简谐运动的物体在 t 时刻相对于原点 O 的位移.因此,旋转矢量 $\boldsymbol{A}$ 的矢端 M 在 Ox 轴上的投影点 P 的运动,可表示物体在 Ox 轴上的简谐运动.矢量 $\boldsymbol{A}$ 以角速度 ω 旋转一周,相当于物体在 x 轴上作一次完全振动.

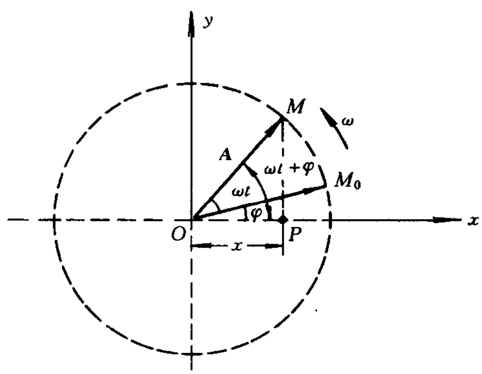

图 13-3 旋转矢量图

必须强调指出,旋转矢量本身并不作简谐运动,我们是利用旋转矢量端点在 Ox 轴上的投影点的运动,来形象地展示简谐运动的规律的.下面我们就用这个方法来描绘某一简谐运动 $x=A\cos\left(\omega t+\frac{\pi}{4}\right)$的位移-时间($x-t$)图线,并以此来帮助大家领会这层意思.如图 13-4 所示,若把旋转矢量图的 Ox 轴正方向

---

① 矢量 $\boldsymbol{A}$ 既可以在 Ox 轴上投影 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$,也可以在 Oy 轴上投影 $y=A\sin(\omega t+\varphi)$,本书采用在 Ox 轴上的投影.

画成竖直向上，则可在其右侧作出简谐运动的 $x-t$ 图线，这只需平行地画出 Ox 轴，并使 t 轴水平向右就行了. 在 $t=0$ 时，矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 Ox 轴的夹角为初相 $\varphi=\frac{\pi}{4}$，矢端位于 a 点，而 a 点在 Ox 轴上的投影便是 $x-t$ 图中的 a' 点，此时物

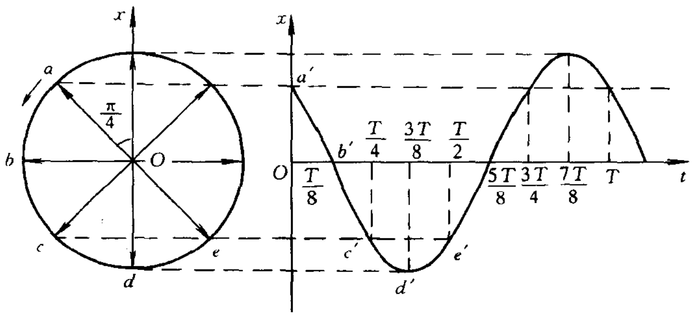

图 13-4 旋转矢量图及简谐运动的 $x-t$ 图线

体位于 $x=\frac{\sqrt{2}}{2}A$ 处，并开始朝 Ox 轴的负方向运动. 经过 $T/8$ 时间，$\boldsymbol{A}$ 转过 $\pi/4$ 角度，使相位 $(\omega t+\varphi)=\frac{\pi}{2}$，其矢端则位于 b 点，而 b 点在 Ox 轴上的投影点即是 $x-t$ 图中的 b' 点，此时物体位于平衡位置，并继续朝 Ox 轴的负方向运动……这样经过一个周期的时间，相位变化了 2π，一切又将重复进行下去. 大家已经看到，旋转矢量图不仅为我们提供了一幅直观而清晰的简谐运动图象，而且借此能使我们一目了然地弄清相位的概念和作用，对进一步研究振动问题十分有益.

利用旋转矢量还可以比较两个同频率简谐运动的"步调"如何. 设有下列两个简谐运动：

$$x_1=A_1\cos(\omega t+\varphi_1)$$
$$x_2=A_2\cos(\omega t+\varphi_2)$$

它们的相位之差叫**相位差**，用 $\Delta\varphi$ 表示：

$$\Delta\varphi=(\omega t+\varphi_2)-(\omega t+\varphi_1)=\varphi_2-\varphi_1 \tag{13-15}$$

即两个同频率的简谐运动在任意时刻的相位差，都等于其**初相差**. 如果 $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1>0$[图 13-5(a)]，我们就说 x_2 振动**超前** x_1 振动 $\Delta\varphi$，或者说 x_1 振动**落后**于 x_2 振动 $\Delta\varphi$. 另方面，由于简谐运动具有连续性，所以为简便计，常把 $|\Delta\varphi|$ 的值说成是 $\leqslant\pi$ 的值. 例如当 $\Delta\varphi=3\pi/2$ 时[图 13-5(b)]，我们通常不说 x_2 振动超前 x_1 振动 $3\pi/2$，而说成 x_2 振动**落后**于 x_1 振动 $\pi/2$，或说 x_1 振动**超前** x_2 振动 $\pi/2$.

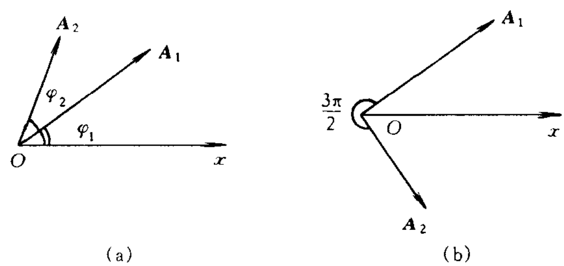

图 13-5 两个简谐运动的相位差

如果 $\Delta\varphi=0$(或者 2π 的整数倍),我们就说两个振动是同相的,即它们将同时到达正最大位移处,同时到达平衡位置,又同时到达负最大位移处,两个振动的“步调”完全一致.如果 $\Delta\varphi=\pi$(或者 π 的奇数倍),就说两个振动是反相的,即当它们中的一个到达正最大位移处时,另一个却到达负最大位移处,两个振动的“步调”完全相反.同相和反相的旋转矢量及 $x-t$ 曲线如图 13-6 所示.

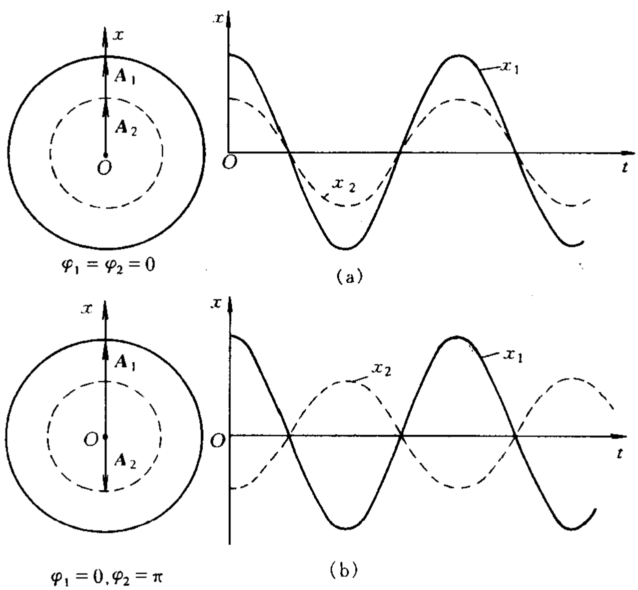

图 13-6 同相和反相的旋转矢量及 $x-t$ 曲线

例 1 如图 13-1 所示,一轻弹簧的右端连着一物体,弹簧的劲度系数 $k=0.72\ \mathrm{N\cdot m^{-1}}$,物体的质量 $m=20$ g.(1) 把物体从平衡位置向右拉到 $x=0.05$ m 处停下后再释放,求简谐

运动方程;(2) 求物体从初位置运动到第一次经过$\frac{A}{2}$处时的速度;(3) 如果物体在 $x=0.05\ \mathrm{m}$ 处时速度不等于零,而是具有向右的初速度 $v_0=0.30\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$,求其运动方程.

解 (1) 要求物体的简谐运动方程,就需要确定角频率 ω、振幅 A 和初相 φ 三个物理量.

角频率
$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{0.72\ \mathrm{N\cdot m^{-1}}}{0.02\ \mathrm{kg}}}=6.0\ \mathrm{s^{-1}}$$

振幅和初相由初始条件 x_0 及 v_0 决定,已知 $x_0=0.05\ \mathrm{m}$, $v_0=0$,由式(13-13)和式(13-14)得

振幅
$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}}=x_0=0.05\ \mathrm{m}$$

初相
$$\tan\varphi=\frac{-v_0}{\omega x_0}=0 \quad , \quad \varphi=0 \text{ 或 } \pi$$

根据已知条件作相应的旋转矢量如图 13-7(a),由图可得 $\varphi=0$.

将 ω、A 和 φ 代入简谐运动方程 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$ 中,可得
$$x=(0.05\ \mathrm{m})\cos[(6.0\ \mathrm{s^{-1}})t]$$

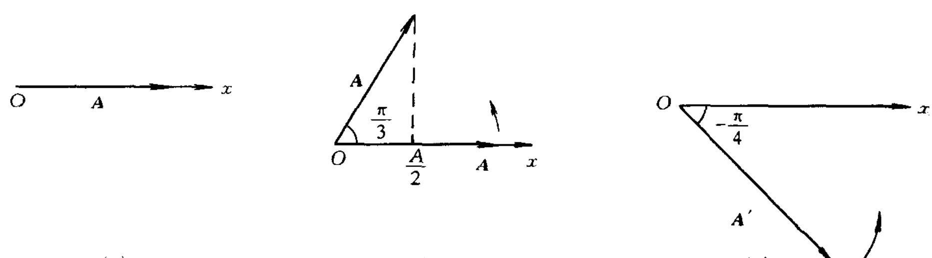

图 13-7

(2) 欲求 $x=\frac{A}{2}$处的速度,需先求出物体从初位置运动到第一次抵达$\frac{A}{2}$处的相位. 因 $\varphi=0$,由 $x=A\cos(\omega t+\varphi)=A\cos\omega t$,得
$$\cos\omega t=\frac{x}{A}=\frac{\frac{A}{2}}{A}=\frac{1}{2},\ \omega t=\frac{\pi}{3}\text{或}\frac{5}{3}\pi$$

作相应的旋转矢量如图 13-7(b),由图可知物体由初位置 $x=+A$ 第一次运动到 $x=+\frac{A}{2}$ 时的相位
$$\omega t=\frac{\pi}{3}$$

将 A、ω 和 ωt 的值代入速度公式,可得
$$v=-A\omega\sin\omega t=-0.26\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$
负号表示速度的方向沿 Ox 轴负方向.

(3) 因 $x_0=0.05\ \mathrm{m}$, $v_0=0.30\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$,故振幅和初相分别为