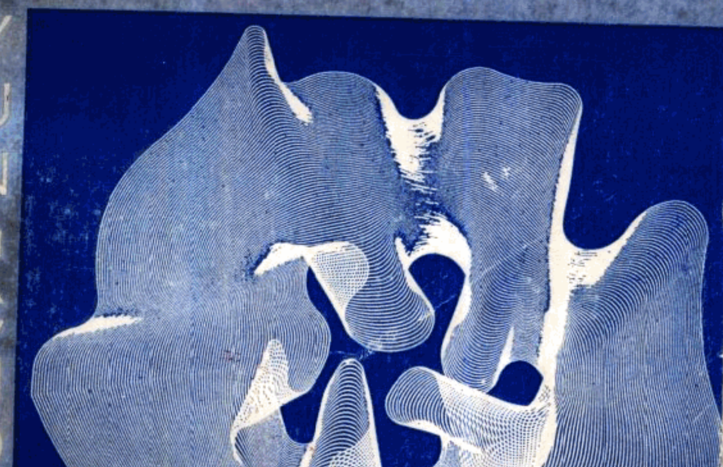
运筹学

YUN·CHOU·XUE

陈　凯
刘大成　编著
潘毅才



河　北　教　育　出　版　社

前　言

本书的初稿——《运筹学讲义》已有多人在教学中用过多次。受到了学生的普遍欢迎。他们说：这本讲义系统完整，逻辑性强；重点突出，概念清晰；强调实用。实例分析使我们了解到运筹学理论如何用于实践；叙述上深入浅出，容易理解；例题分析教会了我们分析问题解决问题的本领；每章的问题及习题，启发我们多想问题及时进行小结。这本运筹学讲议我们喜欢。本书在使用中不断地进行了修改和完善，并得到了中国数学会运筹学会常务副理事长，中国科学院应用数学所研究员桂湘云同志的帮助并为本书写了序言。北方工业大学系统工程与人工智能研究所所长陈来安教授对本书的初稿提出过宝贵意见。最后，我们经过了认真修改，才将本书献给读者。在此我们向桂湘云同志和陈来安同志表示感谢。

由于作者的水平有限，不妥之处在所难免，敬请读者批评指正。

作者

1988 年 7 月于北京

序　　言

由于社会生产力与科学技术的发展，各部门内和各部门之间出现许多大规模的复杂的经济计划和管理问题。为了实现四个现代化，应用现代的科学管理方法来解决这些问题是十分必要的。运筹学是近几十年新发展起来的一门学科，它运用数学模型摸拟和描述生产经营活动，并结合数学方法和计算机技术为决策者提供决策的科学依据。

冶金工业是重要的原材料工业，冶金企业规模大，产品种类繁多，生产工艺复杂，是一个大型复杂系统，需要运用运筹学方法作为现代的科学管理工具来提高管理水平和经济效益。本书是为经济管理类专业学生编写的，包括了与经济管理有关的运筹学的主要分枝。本书着重介绍目前的有效的实用方法以及有关的理论基础。本书的特点是，通过实例介绍数学模型的建立，求解的方法与对计算结果的分析，通俗易懂，逻辑性强，便于自学。作者对本书的重要方法附有可在微机上用的BASIC程序，这无疑对读者今后在解决实际问题时利用微机进行计算是十分有利的。本书除作为有关专业的教材外，还可供管理干部学院的学员作教学参考书，特别适合于在职的企业管理干部自学用。

中国数学会运筹学会常务副理事长
中国科学院应用数学所研究员
桂湘云

1987.5.21

目　录

第一篇　线性规划

第二篇 整数规划

第三篇 非线性规划

第四篇　动态规划

第五篇　图　　论

第六篇 对 策 论

第七篇 排 队 论

附　录

第一章　运筹学简介

§1　什么是运筹学

人类社会的生产和组织进入一定水平之后，人们在考虑生产，战争等问题时，自然就要仔细筹划，制定行动规范，决定行动的策略，以期用最小的代价获得最大的收益．一般我们把这叫做决策．要想使决策尽可能对决策者有利，他的思想方法和使用的手段就必须是科学的，合乎客观规律的．“进行筹划，制定策略”我国古代叫做“运筹”．〈汉书，高帝纪〉上记载，“上（刘邦）曰：夫运筹帷幄之中，决胜于千里之外，吾不如子房（张良）．”这就是运筹一词的来源．由此可见，运筹的含意就是，进行筹划，制定策略，使事物的发展尽可能地对决策者有利．下面，我们举例具体说明运筹学所解决的问题．

例1　某厂有 A、B、C 三种设备，打算生产Ⅰ、Ⅱ两种产品．每种产品各有两道工序．已知产品Ⅰ的第一道工序在 A 设备上加工，第二道工序在 C 设备上加工；产品Ⅱ的第一道工序在 B 设备上加工，第二道工序在 C 设备上加工．每个产品在各设备上所需要的加工时数，每种设备每天的有效台时数以及每件产品所获得的利润如表 1.1 所示．问该厂如何安排生产才能获得最大利润？

解　①建立数学模型　即把问题用数学式子表出．设 x_1，x^2 分别表示每天所生产的产品Ⅰ和产品Ⅱ的件数．z 表示每天的总利润，则

总利润＝产品Ⅰ的利润＋产品Ⅱ的利润，

表 1.1

设备＼产品	Ⅰ	Ⅱ	有效台时数
A	1	0	4
B	0	2	12
C	3	2	18
每件利润	3（千元）	5（千元）	

即

$$z=3x_1+5x_2. \tag{1.1.1}$$

由所论问题可知，（1.1.1）中的 x_1 和 x_2 不能任意取值，而应受到以下限制。

因为 x_1 和 x_2 分别表示产品Ⅰ和产品Ⅱ每天生产的件数，所以它们都应该大于等于 0，即

$$x_1\geqslant 0,\ x_2\geqslant 0. \tag{1.1.2}$$

产品Ⅰ每天消耗的设备 A 的台时数应≤设备 A 每天的有效台时数，即

$$x_1\leqslant 4. \tag{1.1.3}$$

同理

$$2x_2\leqslant 12; \tag{1.1.4}$$

$$3x_1+2x_2\leqslant 18. \tag{1.1.5}$$

综合上述，所论问题可以归纳为求

$$z=3x_1+5x_2, \tag{1.1.1}$$

在条件

$$\begin{cases} x_1\leqslant 4; & (1.1.3)\\ 2x_2\leqslant 12; & (1.1.4)\\ 3x_1+2x_2\leqslant 18; & (1.1.5)\\ x_1\geqslant 0, x_2\geqslant 0 & (1.1.2)\end{cases}$$

下的最大值。

②求解

同时满足（1.1.2）～（1.1.5）各个条件的点(x_1, x_2)构成图1-1所示域D。我们求解的问题化为求$z=3x_1+5x_2$在域D上的最大值。这是典型的多元函数求在给定域上最大值的问题，在微积分中已讨论过。可以求得（见第二章§2例2）最大值点为（2，6），最大值为$z=f(2, 6)=36$(千元)。

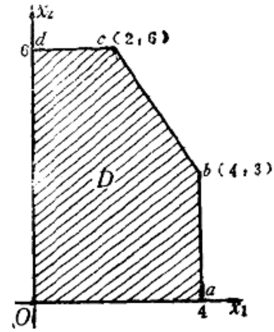


图 1-1

③应用

②的结果向该厂的决策者表明，按每天生产2件产品Ⅰ，6件产品Ⅱ按排生产，所获利润最大。这就为决策者进行决策提供了科学依据。

例2 “齐王赛马”。两千年以前，有一天，齐国的国王提出要和他的大将田忌赛马，田忌答应了。双方约定：①各出三匹马；②每人均从自己的上、中、下三个等级的马中各选一匹；③各匹马均参加比赛，而且只参加一次；④每次比赛各出一匹马，共赛三次；⑤每次比赛后负者给胜者千金。当时的情况是，每个等级的马，齐王的均比田忌的强一些，但是田忌每个等级的马比齐王次一级的强。这样若赛马时，田忌和齐王的马总是一等对一等，二等对二等，三等对三等，则田忌必输三千金。当时田忌的朋友给田忌出了个一主意：①每次比赛前先让齐王说出他要出那匹马；②用下马对齐王的上马(负)；用上马对齐王的中马(胜)；用中马对齐王的下马（胜)，即