〔日〕金田数正 著

运筹学方法与FORTRAN

董长德 译

清华大学出版社

运筹学方法与FORTRAN

〔日〕金田数正　著
董长德　译

清华大学出版社

内 容 简 介

这本书是为初学运筹学的读者编写的教科书，此书把计算机与运筹学有机地结合起来，并以浅显易懂的方式加以解说。本书删除了运筹学的理论部分，从运筹学的求解技巧入手，讲解了运筹学的基本内容。

本书内容有：单纯形表、运输、分配、替换、网络等方面的知识；还有存贮生产管理方面的内容。

本书可作为高等院校学生和企业管理人员的参考书。

运筹学方法与 FORTRAN

〔日〕金田数正 著

董长德 译

*

清华大学出版社出版

（北京清华园）

北京昌平环球科技印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　　各地新华书店经售

*

开本：787×1092 1/32　印张：9.5　字数：216千字

1986年12月第1版　1986年12月第1次印刷

印数：00001～8000

统一书号：15235·251　定价：2.00元

译 者 序

运筹学是近几十年发展起来的，并被广泛应用的一门新兴科学。但由于运筹学问题的求解往往需要大量的数学运算，这就在一定程度上限制了这门科学的发展和推广。近些年来，由于电子计算机的使用给运筹学的发展开辟了广阔的前景，可以说运筹学的发展和计算机的使用是分不开的。

本书的特点是通俗易懂，完全避开了运筹学中复杂的数学运算。书中附有大量的利用手算的实例，提供了相应的FORTRAN 语言程序，并附有例题和计算机求解的结果。书中程序全部由译者在 Cromemco Z-2D 计算机上使用过，其中有的程序并在 M-150 机上使用过。

本书在翻译过程中承蒙清华大学土木工程系卢谦教授认真地校核，特此表示感谢。

另外由于译者水平所限，书中错误在所难免，欢迎读者批评指正。

一九八三年十月

前　　言

随着以计算机为中心的信息处理学科的蓬勃发展，越来越迫切地需要普及有关信息的正确知识，同时，随着研究工作不断地发展，有必要在大专院校、工科中等专科学校中设置以信息处理为主的专门课程。

这本书是一本以完全不了解 OR (Operations Research 运筹学) 的人为对象而编写的教科书，目的是把 OR 和 FORTRAN 语言互相联系起来，并希望用浅显易懂的方式加以解说。

目前可以这样说“OR 是由计算机来支持，而计算机也用 OR 来支持”，如果从目前的 OR 中舍去计算机的使用，则其效率将显著下降。

但是，这本书中所给出的一些程序，若原封不动地用于实际业务中则是不合适的，预先需要说明，这本书不是为半职业性的经营管理人员编写的参考书。

本书编写时注意了下面几点：

◇删除了 OR 的理论部分，而是从 OR 的求解技巧入手；

◇虽然没有包括 OR 的全部内容，但力求使人能掌握 OR 的基本内容；

◇即使读者对于计算机完全没有了解，本书也可以起到 OR 入门的作用，因为其中例题全部用手算求解；

◇所有的数学公式，只要有高中文化程度就可以理解。

在OR的方法中，模拟技术占有重要的位置，应用范围很广，已经渗透到科学、工程、医学、经营管理以及行政管理各个方面，而且它的方法也多种多样。模拟技术虽然广泛应用计算机，但由于不可能将其包括在短短的200页篇幅内，所以希望今后如有机会将出版一本专门论述模拟技术的书。

希望这本书对OR的普及能起微薄的作用，特别是有助于加强阅读更高一级读物的能力。如果能将其扩展成对OR有实际作用的程序并使之推广，那将是非常令人欣慰的。

著者　金田数正

目　　录

第一章　单纯形表（1）

线性规划方法（Linear Programming 缩写为 LP）在运筹学中也是最早系统化、定型化的方法，实际工作者已在各方面广泛地加以利用。

本章通过几个计算实例来说明线性规划的单纯形解法及其计算机程序。

1·1　标准形问题

例 1-1　某公司生产 A、B 两种产品，生产一组产品需要使用各种机械的时间如表所示。

利润分别为 3 万元和 2 万元，但由于该公司还用机械 $M_1 \sim M_4$ 生产其他产品，因此用来生产 A、B 产品的时间限额列表如下。

产品 / 机械	A	B	一天内机械使用的时间限额
M_1	2	1（分）	100（分）
M_2	1	2	120
M_3	1		40
M_4		1	55
一组产品的利润	3	2（万元）	
生产的组数	x	y（组数）	

试问每天应各生产几组产品才能得到最大的利润，每天的利润是多少。

（解）设A、B的生产组数分别为 x、y，则问题成为在

$$\begin{aligned} 2x+y &\leqslant 100 \\ x+2y &\leqslant 120 \\ x &\leqslant 40 \\ y &\leqslant 55 \end{aligned}$$

四个约束条件下，求利润（目标函数）

$$f(r)=3x+2y$$

为最大时的 x、y 值（当然根据题意 $x\geqslant 0$，$y\geqslant 0$）至此建立该问题的数学模型阶段已告结束。下面就开始研究该方程组的求解步骤。

由于约束条件为不等式约束，为了把这些不等式变为等式，单纯形法的第一步是引进新的变量，即在四个约束条件方程式中加入称为松驰变量的变量 $\lambda_1\sim\lambda_4$，而把不等式变成等式：

$$\begin{aligned} 2x+y+\lambda_1 &= 100 \\ x+2y+\lambda_2 &= 120 \\ x+\lambda_3 &= 40 \\ y+\lambda_4 &= 55 \end{aligned}$$

于是就成为求

$$f(r)=3x+2y+0\cdot\lambda_1+0\cdot\lambda_2+0\cdot\lambda_3+0\cdot\lambda_4$$

为最大时的最优解。第一步就是把这个关系式写成表格的形式（这时还处在产品一个也未生产的状态，因此，其利润 $f(r)=0$）。

		$v_j \rightarrow$	0	3	2	0	0	0	0	
	$v_i \downarrow$	变　量	S	x	y	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	界　限
第		λ_1	100	2	1	1				
一		λ_2	120	1	2		1			
		λ_3	40	1				1		
步		λ_4	55		1				1	
		$z_j - v_j$								

然后在此表的 v_i 列内，在写有松驰变量 $\lambda_1 \sim \lambda_4$ 的各行上填写 0，接着计算 $z_j - v_j$，并将其写在最下面的一行内，但由于左边的 v_i 全部是0，这时 z_j 也是 0（第二步以后就不是如此)。因此，$z_j - v_j$ 就是由 0 减去最上面的v_j所得的值*。

		$v_j \rightarrow$	0	3	2	0	0	0	0	
	$v_i \downarrow$	变　量	S	x	y	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	界　限
第	0	λ_1	100	2	1	1				50
	0	λ_2	120	1	2		1			120
一	0	λ_3	40	1				1		40→
	0	λ_4	55		1				1	
步		$z_j - v_j$	0	−3	−2	0	0	0	0	

检查所算出的 $z_j - v_j$ 行，由于其中有负数，因此，该方案不是最优的（因为是一个产品也未生产的方案）。

因此，为了进入第二个方案，找出该行负数中最小的数（本例为 −3），将包含此 −3 的列用粗框线圈起，如上表所示。

然后把 S 列中的数除以 x 列中与之相对应的正数，并将

---

* 但是在编制程序时，必须按照第二步以后的 $z_j - v_j$ 的计算步骤写程序。

所得的值填入界限列内。

			$v_j \rightarrow$	0	3	2	0	0	0	0	
		$v_i \downarrow$	变 量	S	x	y	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	界 限
①	第	0	λ_1	100	2	1	1				50
②		0	λ_2	120	1	2		1			120
③	一	0	λ_3	40	①				1		40→
④		0	λ_4	55		1				1	
⑤	步		$z_j - v_j$	0	−3	−2	0	0	0	0	
⑥	第	0	λ_1	20	0	1	1		−2		20→
⑦		0	λ_2	80	0	2		1	−1		40
⑧	二	3	$\rightarrow x$	40	1				1		
⑨		0	λ_4	55	0	1				1	55
⑩	步		$z_j - v_j$	120	0	−2	0	0	3	0	
	第	2	$\rightarrow y$	20	0	1	1		−2		
		0	λ_2	40		0	−2	1	3		40/3→
	三	3	x	40	1	0			1		40
		0	λ_4	35		0	−1		2	1	35/2
	步		$z_j - v_j$	160	0	0	2	0	−1	0	
	第	2	y	140/3		1	−1/3	2/3			
		0	$\rightarrow \lambda_3$	40/3			−2/3	1/3	1		
	四	3	x	80/3	1		2/3	−1/3			
		0	λ_4	25/3			1/3	−2/3		1	
	步		$z_j - v_j$	520/3	0	0	4/3	1/3	0	0	

把界限值为最小的数后附注符号→，并用粗框线将此行圈起。

而且，在第二步的变量列中替出 λ_3，填入 x（写成→x），并在 v_i 列中与 x 相应的位置上写上 x 上面的 3 。

用第一步粗框线交叉点的数（在此是①），除第三行各

数，并把该值填入到第二步对应的行（⑧行）中。

为了使第二步其他各行（⑥，⑦，⑨）的 x 值为 0，进行下面的计算。

（⑥行）=（⑧行）×（−2）+（①行）

（⑦行）=（⑧行）×（−1）+（②行）

（⑨行）=（⑧行）×0　　+（④行）

第二步的 $z_j - v_j$ 的计算步骤为：

对于S列	对于 x 列
$v_i \mid S$	$v_i \mid x$
$0\times20=0$	$0\times0=0$
$0\times80=0$	$0\times0=0$
$3\times40=120$	$3\times1=3$
$0\times55=0$	$0\times0=0$
$+\mid \underline{120-0}=120$	$+\mid \underline{3-3}=0$

也就是将S列（x 列）中的各数乘以 v_i 列中（同行）相应的各数，并相加，然后由该值减去S列（x 列）最上面的 v_i 值 0（3），把所得的差填写在S列（x 列）的 $z_j - v_j$ 行上。

对于其他 $y \sim \lambda_4$ 列的 $z_j - v_j$ 值也按同样的方法计算，分别得到−2，0，0，3，0。

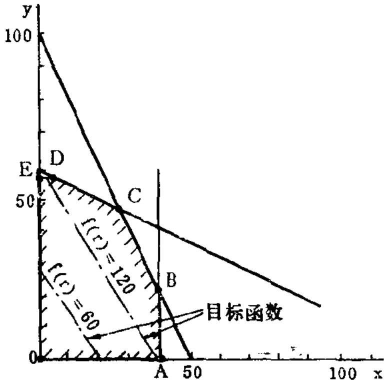
这样，以后按相同的步骤进行计算，到第四步本例即结束。

其最优解为 $x=80/3$，$y=140/3$，利润为 520/3。

（参考）

由于单纯形表的求解方法，常常是从坐标原点0出发，因而该点必须是由约束条件方程包围形成的凸多边形的顶点之一。

第一步就是原点的解(此时 x，y 产品一个也未生产)，第二步就是下图A点的解（此时 x 产品生产 40 个，y 产品没有生产）。



目标函数是一次方程式，即是一组具有相同斜率的直线，其中包含在该多边形的范围内，且距原点最远的顶点就是最优解，在此图的情况下就是凸多边形的顶点C。除去在约束条件中包含有某种矛盾，或某一约束方程与目标函数的斜率相同等特殊情况以外，线性规划问题的解，均在这样的顶点处单值地确定。

例1-2 某公司打算生产 A_1，A_2，两种产品。

生产一件 A_1 产品需要原材料 2kg，需在 M_1 机械上加工一小时，在 M_2 机械上加工一小时；生产一件 A_2产品需原材料 3kg，需在 M_1 机械上加工一小时。可是该公司每日可利用的原材料和机械加工时间均有限制。在生产 A_1、A_2 产品中只能使用 12kg 原材料，M_1 和 M_2 机械分别只能使用 5 小时和 4 小时。

为得到最大利润，问两种产品各应生产几件，并设每一件 A_1、A_2 产品都有相同的利润。

（解） 令A_1、A_2 产品的件数分别为 x、y 则问题为

在 $$2x+3y\leqslant 12$$

$$x+\ \ y\leqslant 5$$

$$x \qquad \leqslant 4$$

$$x、\quad y \geqslant 0$$

的约束条件下，求目标函数

$$f(r) = x + y$$

为最大时的 x，y 值。

用与例 1-1 完全相同的步骤进行计算。

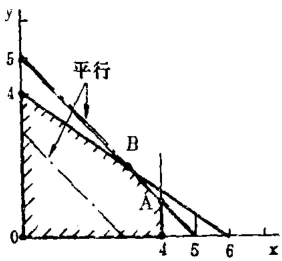
		$v_j \to$	0	1	1	0	0	0	
	$v_i \downarrow$	变　量	S	x	y	λ_1	λ_2	λ_3	界　限
第一步	0	λ_1	12	2	3	1			6
	0	λ_2	5	1	1		1		5
	0	λ_3	4	1				1	4→
		$z_j - v_j$	0	−1	−1	0	0	0	
第二步	0	λ_1	4	0	3	1		−2	4/3
	0	λ_2	1	0	1		1	−1	1→
	1	$\to x$	4	1				1	
		$z_j - v_j$	4	0	−1	0	0	1	
第三步	0	λ_1	1	0	0	1	−3	1	
	0	$\to y$	1	0	1		1	−1	
	1	x	4	1	0			1	
		$z_j - v_j$	5	0	0	0	1	0	

（注）若在约束方程中有和目标函数相平行的方程时，则存在无穷多个最优解。

可是，即使有无穷多个最优解（如右图 AB 线段上的所有点），也可以求出其中的一个解，第三步的解就是图中 A 点的值。

无论从例 1-1 还是从本例的第一、二步中，都可以看

出，只是与表左侧（变量列中）已出现的变量相对应的



$z_i - v_i$ 的值为零，可是在本例的第三步中，表的左侧（变量列中）并未出现变量 λ_3，但与之对应的 $z_i - v_i$ 值也为零（由此可知，存在有无穷多个解），而且在这种情况下，将该变量的列用粗框线圈起后再进入第四步，就可以得到图中位于B点的解。

例1-3 某工厂计划生产 x，y 两种产品。生产一件产品各自所需要的作业时间如下表所示。

所得利润分别为 4 万元和 3 万元。每天可以使用的A，B作业的时间分别为表中所限制的时间。

为了得到最大利润，试问两种产品每日各应生产几件，每日的利润是多少。

产品 / 作业	X	Y	一天内可使用的作业时间限制
		（小时）	（小时）
A 作业	2	1	10
B 作业	3	2	15
		（万日元）	
每件产品的利润	4	3	
		（个）	
生产件数	x	y	