



面向 21 世纪 课 程 教 材
Textbook Series for 21st Century

理 论 力 学

第二版

金尚年 马永利 编著



高 等 教 育 出 版 社
HIGHER EDUCATION PRESS

Theoretical Mechanics



ISBN 7-04-010808-9



9 787040 108088 >

定价 24.80 元

77

031-43

面向 21 世纪 课程教材
Textbook Series for 21st Century 67(2)

理论力学

第二版

金尚年 马永利 编著



A0967026



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/金尚年,马永利编著.—2版.—北京:
高等教育出版社,2002.7
ISBN 7-04-010808-9

I.理... II.①金...②马... III.理论力学-高等
学校-教材 IV.031

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 006609 号

责任编辑	胡凯飞	封面设计	张楠	责任绘图	杜晓丹
版式设计	马静如	责任校对	存怡	责任印制	宋克学

理论力学 第二版
金尚年 马永利 编著

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市东城区沙滩后街 55 号
邮政编码 100009
传 真 010-64014048

购书热线 010-64054588
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>

经 销 新华书店北京发行所
排 版 高等教育出版社照排中心
印 刷 中国科学院印刷厂

开 本 787×960 1/16
印 张 21.5
字 数 390 000

版 次 1985 年 5 月第 1 版
2002 年 7 月第 2 版
印 次 2002 年 7 月第 1 次印刷
定 价 24.80 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

第一版前言

经典力学的基础是由伽利略、牛顿建立的。牛顿总结了以前许多科学家的成就,于1687年在他的名著《自然哲学的数学原理》中,定义了质量、时间、空间、力等力学的基本概念,发表了著名的力学运动三大定律,创立了力学体系的第一种形式——牛顿力学体系。牛顿力学与人们的感性经验密切联系,直观形象而易于被人们所理解和采纳。但牛顿力学几乎都以力 $\mathbf{F}$ 为基础,因此它的应用只局限于纯力学问题的范畴,运算也较繁琐。18世纪伯努利、达朗贝尔、欧勒、拉格朗日等人先后发展了经典力学的分析形式,这是力学史上的一个新的里程碑。拉格朗日于1788年发表的名著《分析力学》对此作了全面的总结,从此建立了经典力学的拉格朗日形式。它用体系的动能和势能取代了牛顿形式的加速度和力,运算也相应地简化得多,并且由于能量对任何物理体系都有意义,因此力学的研究和应用范围也相应地开拓到整个物理学。19世纪30年代,哈密顿又推广了分析力学,将力学体系的变量从空间坐标扩大到相应的动量,这就使力学理论完全适应整个物理学发展的要求,而且还为量子力学的建立准备了理论条件。

经典力学的牛顿形式在大学普通物理课程中已有许多阐述,本书不拟重复,重点将放在经典力学的拉格朗日形式和哈密顿形式上。作者认为读者已经基本掌握以下内容:① 牛顿力学的一些最基本的概念,如时间、空间、参考系、质量、力、转动惯量、力矩、动量、能量、角动量等;② 牛顿运动定律及各种常见力的性质;③ 质点的直线和圆周运动。本书对这些内容不作专门讨论。

本书是在我校物理系多年使用的理论力学讲义的基础上修改而成的。和传统教材相比,本书有以下一些特点:

(1) 改变了原来先牛顿力学后分析力学、先运动学后动力学、先质点后质点系的体系,采取了以分析力学为主体,运动学和相应的动力学问题紧密结合、单质点合并到质点系中一起叙述的体系。这样做的好处是:学生一开始就感到这是一门和普物力学在内容和方法上有明显不同的新课,从而增加学习兴趣,并节省了讲授学时。

(2) 充实了物理内容。本书在前两章叙述了经典力学的牛顿形式和拉格朗日形式的基本理论后,第三到第八章专门讨论在物理上有重要应用的典型力学问题的处理方法,使学生具体认识到不仅在工程技术问题中,而且在纯物理领域也有许多实际的力学问题,经典力学理论则是解决这些实际力学问题不可缺少

的工具. 既使学生学得实在, 又有利于培养他们的分析问题和解决问题的能力.

(3) 减少了学生做习题的困难. 理论力学解题困难的原因是多方面的, 其中之一是和教材的体系有关. 由于本书的以上两个特点, 使学生随着课程的发展, 熟悉了既可以用牛顿力学方程、又可以用拉格朗日方程来解题, 哪一种方法方便就用哪种方法. 并且由于有两种方法可供选择, 自然就有利于学得生动活泼.

(4) 注意了同后继课程的联系和衔接, 因为为后继课程服务也是本课程的一大任务, 凡是后继课程要用到的经典力学知识, 几乎都讲述到可以直接引用的地步. 如经典散射、微振动、电磁场的拉格朗日方程、刘维尔方程、经典微扰理论等都是这样要求的.

本书虽然是在多次使用的讲义的基础上编写而成的, 但错误在所难免, 欢迎读者指正.

在编写过程中曾得到陆全康、曾心愉、徐炳若等同志的帮助, 在此表示衷心感谢.

金尚年

1985年5月

第二版前言

“理论力学”这门课程顾名思义是讲力学的基本理论。力学是大家所熟悉的一门学科,在中学物理课和大学普通物理课中都有力学的内容,现在是第三次学习力学课了。“理论力学”和以前所学的力学课,在内容和性质上有什么差别呢?这是大家所关心的问题,需要先作些说明。经典力学有三种不同的理论形式:牛顿力学、拉格朗日方程和哈密顿理论,后两者合称为分析力学。前两轮力学课的内容仅限于牛顿力学的形式,从未涉及分析力学的理论。本书的重点放在分析力学上,但仍要从牛顿力学讲起,并且篇幅不小。一方面是因为分析力学是以牛顿力学为基础的。另一方面以前所讲的牛顿力学基本上只限于单质点的直线运动和圆周运动,以及刚体的定轴转动;对于质点、质点系的一般运动和刚体定点转动还没有讨论过。现在要讨论这些问题。所以“理论力学”与前两轮力学课在内容上并不存在重复的问题。在性质上“理论力学”与前两轮力学课更有重要的差别。大学本科物理类专业的教学计划中有一组称为中级理论物理的课程,它们是:理论力学、数学物理方法、热力学与统计物理、电动力学和量子力学。这一组课程在性质上是类似的,在内容上是逐步拓展和深化的。理论力学是这一组课程中的第一门课。中级理论物理课与普通物理课比较,除了在内容上深一个层次以外,在认识论和方法论上有显著的差别。普通物理课基本上是从物理现象出发,通过分析归纳的方法,得出物质运动的经验规律,强调的是从感性到理性的认识过程。理论物理则是从物理学的经验规律出发,创建一个理性的物理世界,然后通过逻辑演绎的方法,推理出这个理性世界所应该具有的各种各样的性质,再与现实的经验事实作比较,以检验其真伪,并探讨其实际应用的可能性,重点在于培养学生的理性思维能力。可以这样说,“理论力学”是读者所遇到的第一门侧重于培养理性思维能力的物理课。所以无论就课程的内容还是课程的性质来说,“理论力学”都是一门全新的课程。

本书的基本内容在复旦大学物理系已讲授了二十多年。在文革以前,复旦大学物理系使用的理论力学教材是全国统编教材:南京大学周衍柏先生编著的《理论力学》。这本书内容很全面,起点放得较低,逐步深入提高,例题和习题丰富,是一本很好的教材。但这本书是按五年制120~140学时的教学计划编写的。到了70年代后期,我国高校情况有了很大变化,学制和教学计划作了重大调整,理论力学的学时压缩到60~70学时。这样原来的统编教材就显得不太适

用.在这种情况下,本书作者于1979年编写了一本新的理论力学讲义在复旦大学物理系内部使用,受到同学们的广泛欢迎.1986年这本讲义修改后由复旦大学出版社以《经典力学》为书名出版.本书是在该书的基础上改写而成的.

多数大学物理系本科生所用的理论力学教材,都采取先运动学、静力学后动力学,先质点、质点系后刚体,先牛顿力学后分析力学这样一种逻辑体系.它的优点是先易后难,先具体后抽象,学生易于接受.但也有一些缺点.第一,普通物理的力学课几乎无一例外都是按先运动学后动力学,先质点后刚体的体系进行教学的,理论力学如仍按这样的体系教学,学生会感到理论力学课是普通力学课的简单重复,不利于调动学生学习的积极性.第二,按这种体系进行教学,牛顿力学必然要花去大部分学时,留给分析力学的学时就很少,而对物理系后继课程来说,分析力学比牛顿力学更重要.为了克服这两方面的缺点,本书的内容结构相对过去的传统教材而言,作了较大调整:

1. 运动学和静力学不单独设立章节,必需的内容结合动力学来讲,同时将质点动力学和质点系动力学合在一起讲.这样牛顿力学的理论部分就减少了许多与普物力学重复的篇幅,所节省的学时可使分析力学的比重提高.

2. 提前讲拉格朗日方程,把牛顿方程和拉格朗日方程作为处理典型力学问题时可同时并用的方法,使学生有更多的机会熟悉拉格朗日方程的实际应用.学习理论力学的难点是做习题,提前讲拉格朗日方程,可使学生做习题时有两类方法选择,哪一种方法方便就采用哪一种方法,这样可大大降低做习题的难度,并可体会这两类不同方法各自的优缺点.

根据以上考虑,本书的内容分四大部分:(1)第一章和第二章分别介绍牛顿力学和拉格朗日方程的基本内容,这是理论力学课的基础理论部分.(2)第三章到第七章分别讨论两体问题、刚体、非惯性参考系、微振动和阻尼运动五类典型的力学问题,介绍处理这些问题的思想、方法和结论.(3)第八章讲经典力学的哈密顿理论,它是专门为后继理论物理课的需要作理论准备的.(4)第九章哈密顿理论的应用和第十章流体力学,这两章内容超出了本课程教学大纲的范围,适宜作为补充教材或课外阅读材料.第九章的内容对于理解经典力学哈密顿理论的精髓和融会贯通力学、电动力学、统计物理、量子力学共同的理论基础会大有裨益.第十章的流体力学方程是物理学最重要的基本方程组之一,应用范围很广.所以了解第九、十两章的内容对于完善物理系学生的整体知识结构是有好处的,对于今后拟报考物理类研究生的学生,可能是不可缺少的.

为便于教学,在本书目录中将各节内容分为三类.一类不加*号,共40节,它是经典力学的核心内容,要多花些教学时间,力求熟练掌握.第二类加一个*号,共18节,属于理论力学课程的一般内容,可由教师根据学时多少和学生的实际水平适当选用.第三类加了两个*号,共21节,它超出了本科生理论力学课

程的基本要求,宜作为学生的课外阅读材料;但对于今后拟报考物理类研究生的读者,建议他们在教师的指导下认真自学,因为我国目前物理类研究生的基础课一般都不再单独讲述这些内容. 对于习题,凡是打有*号的都是较难的题目,不宜作为课堂例题或布置给学生作为必做的课外题.

本书图表按章顺序编号,例如图 2.3 表示第二章的第三个图;公式分章按节顺序编号,例如(2.3)式表示该章的第二节的第三个公式;如要引用非本章的公式时,会特别说明该公式是哪一章的.

本书在历次编写和修改过程中,曾广泛参考国内外综合大学物理类专业所用的理论力学教材,数量较多,这里不一一列举. 最主要的参考书是下列三本:

1. 周衍柏. 理论力学. 南京:江苏人民出版社,1961.
2. 朗道,栗弗席兹. 力学. 北京:高等教育出版社,1959.

3. H. Goldstein. Classical Mechanics (Second Edition). Cambridge: Addison-Wesley, 1980.

本书由同济大学沈菡教授和复旦大学蔡怀新、倪光炯、贾启民教授审稿,他们提出了许多宝贵的意见,作者表示衷心感谢. 马永利副教授参与了本书第二版的部分修订工作.

本书的修订再版得到“国家基础科学研究与教学人材培养基地”的部分资助.

金尚年
2001 年 1 月

目 录

第一章 牛顿动力学方程.....	(1)
§ 1.1 牛顿的《原理》奠定了经典力学的理论基础	(1)
§ 1.2 牛顿第二定律在常用坐标系中的表示式	(5)
§ 1.3 质点系	(9)
§ 1.4 动量定理	(11)
§ 1.5 角动量定理	(13)
§ 1.6 能量定理	(16)
*§ 1.7 变质量运动方程	(19)
*§ 1.8 综合例题	(21)
*§ 1.9 等离子体中带电粒子的运动	(24)
习题.....	(28)
第二章 拉格朗日方程.....	(33)
§ 2.1 理想约束 达朗贝尔方程	(33)
§ 2.2 完整约束 广义坐标	(37)
§ 2.3 理想、完整体系的拉格朗日方程.....	(39)
§ 2.4 拉格朗日方程对平衡问题的应用	(46)
*§ 2.5 广义势能 带电粒子在电磁场中的拉格朗日函数	(48)
**§ 2.6 非完整体系的拉格朗日方程	(51)
§ 2.7 对称性和守恒定律	(54)
*§ 2.8 瞬时力问题的拉格朗日方程	(60)
习题.....	(63)
第三章 两体问题.....	(67)
§ 3.1 两体问题化为单粒子问题	(67)
§ 3.2 在中心势场中单粒子的运动 有效势能	(70)
§ 3.3 与距离成反比的中心势场	(74)
*§ 3.4 中心势场中粒子运动轨道的稳定性	(79)
§ 3.5 弹性碰撞	(82)
§ 3.6 散射截面	(87)
*§ 3.7 刚球势散射 散射截面从质心系到实验室系的变换	(90)

**§ 3.8 库仑势场中的弹性散射	(93)
**§ 3.9 粒子的分裂	(94)
习题	(97)
第四章 刚体	(100)
§ 4.1 刚体运动的自由度和广义坐标	(100)
§ 4.2 刚体的角速度	(103)
§ 4.3 刚体上任一点的线速度和线加速度	(106)
§ 4.4 刚体运动的动力学方程	(111)
§ 4.5 刚体的平面平行运动	(112)
§ 4.6 转动惯量张量 欧拉动力学方程	(121)
*§ 4.7 惯量椭球	(125)
§ 4.8 刚体的自由转动	(127)
§ 4.9 拉格朗日陀螺	(131)
*§ 4.10 快速陀螺的近似理论及其应用举例	(134)
*§ 4.11 刚体转动的稳定性	(139)
*§ 4.12 刚体定轴转动时支点上的动反作用力	(141)
习题	(144)
第五章 非惯性参考系	(150)
§ 5.1 不同参考系之间速度和加速度的变换关系	(150)
§ 5.2 非惯性系中的牛顿动力学方程 惯性力	(154)
§ 5.3 拉格朗日函数的不确定性 非惯性参考系中的拉格朗日函数	(156)
*§ 5.4 地球自转的动力学效应	(160)
**§ 5.5 拉莫尔进动 经典力学对磁共振现象的解释	(166)
习题	(170)
第六章 多自由度体系的微振动	(172)
§ 6.1 振动的分类和线性振动的概念	(172)
§ 6.2 两个自由度保守体系的自由振动	(174)
*§ 6.3 n 个自由度保守体系的自由振动	(180)
§ 6.4 简正坐标和简正振动	(182)
**§ 6.5 寻找简正坐标的一般方法	(187)
*§ 6.6 一维晶格的纵振动	(192)
*§ 6.7 多原子分子的振动	(196)
*§ 6.8 两个自由度体系的强迫振动	(200)
**§ 6.9 非线性振动	(204)
习题	(207)

第七章 阻尼运动	(211)
§ 7.1 阻尼的一般性质	(211)
§ 7.2 恒力作用下的阻尼直线运动	(214)
§ 7.3 一维阻尼振动	(218)
*§ 7.4 耗散函数 多自由度体系的阻尼振动	(222)
**§ 7.5 非线性振动对共振的影响	(227)
**§ 7.6 RLC 电路的拉格朗日方程	(229)
**§ 7.7 阻尼介质中的抛射体运动	(232)
习题	(236)
第八章 经典力学的哈密顿理论	(239)
§ 8.1 正则共轭坐标	(239)
§ 8.2 哈密顿函数和正则方程	(241)
§ 8.3 变分问题的欧拉方程	(245)
§ 8.4 哈密顿原理	(249)
§ 8.5 正则变换	(255)
§ 8.6 泊松括号	(260)
§ 8.7 哈密顿-雅可比方程	(264)
*§ 8.8 用哈密顿理论解开普勒问题	(269)
习题	(272)
**第九章 哈密顿理论在物理学中的应用	(274)
§ 9.1 连续体系的拉格朗日方程	(274)
§ 9.2 电磁场的拉格朗日方程	(277)
§ 9.3 薛定谔波动力学方程的建立	(279)
§ 9.4 刘维尔定理	(284)
§ 9.5 经典微扰理论	(287)
**第十章 流体	(290)
§ 10.1 流体运动的描述	(290)
§ 10.2 理想流体的动力学方程	(291)
§ 10.3 流线 伯努利方程	(295)
§ 10.4 无旋运动 拉格朗日积分	(300)
§ 10.5 理想流体绕圆柱的流动 达朗贝尔佯谬	(302)
§ 10.6 粘滞流体的运动方程	(304)
§ 10.7 泊肃叶公式和斯托克斯公式	(307)
习题	(311)
部分习题答案和提示	(314)

第一章 牛顿动力学方程

本章讲四个问题:(1)首先简单介绍牛顿名著《自然哲学的数学原理》(简称《原理》)中所确立的物质观、时空观、运动观以及自然科学认识论、方法论的四项推理规则——简单性、统一性、因果性和真理性,这是经典力学立论的理论基础。(2)给出牛顿力学的几个基本定律和定理:牛顿运动定律和动量定理、角动量定理、能量定理及其相应的守恒定律。(3)给出质点位置 r 、速度 v 和加速度 a 在平面极坐标、球坐标、柱坐标和自然坐标系中的表示式。(4)作为牛顿动力学方程的应用举例,讨论变质量体系 and 等离子体单粒子模型的运动问题。

§ 1.1 牛顿的《原理》奠定了经典力学的理论基础

力学是自然科学中发展得最早、最成熟的一门学科。每一门学科的形成和发展,都有其自己的理论和实验基础。力学的实验基础是毋庸置疑的,每一个人都有许多亲身的实践经验。近代力学的理论体系是在伽利略-牛顿时代形成的。1687年牛顿(I. Newton, 1643—1727)发表的《原理》为力学科学奠定了坚实的理论基础。以《原理》作为立论依据的力学理论称为经典力学。本课程就是讲述经典力学的理论框架及其对典型力学问题的求解方法的。

力学研究的是物体的机械运动,即研究物体的空间位形随时间的变化规律。因此要建立力学的理论体系,首先要对什么是物质、什么是时间空间、什么是运动有明确的规定。物质观、时空观、运动观是古代自然哲学的核心问题,但在牛顿以前,不同学派对物质、时空、运动并没有公认的统一见解,更没有可用数学作定量表述的形式。牛顿在综合了伽利略(G. Galilei, 1564—1642)等人工作的基础上,在《原理》中首先解决了这一问题,使物质、时空、运动从一般哲学概念发展为可用数学作定量表述的定义、定律、定理,并迅速得到了公众的确认,从而奠定了经典力学的理论基础。

在欧洲,从古希腊到伽利略-牛顿时代,占统治地位的自然哲学观是亚里士多德(Aristotle, 前384—前322)的思想体系。在物质观方面,亚里士多德反对原子论。他认为地球上的万物是由火、气、水、土四种元素和冷热、干湿两对可感知性所组成的,而月亮以上的世界则是由永恒不变的以太凝聚而成。与伽利略-

牛顿同时代的笛卡尔(R. Descartes, 1596—1650)也认为整个宇宙是由以太涡旋形成的. 系统的、完整的力学理论不可能在这种物质观的基础上建立起来. 牛顿彻底摒弃了亚里士多德的物质观, 复活和发展了古希腊原子论的思想. 他认为所有的物质, 不论天上还是地下, 都由可以称之为原子的微粒所组成; 原子有不同的层次, 可细分为 7 类, 光也是其中之一. 原子之间存在相互吸引和排斥的力, 因而可以凝聚分离, 构成万物及其运动. 牛顿的原子论不再停留在古希腊学者的哲学思考, 已十分接近于由道尔顿(J. Dalton, 1766—1844)、阿伏加德罗(A. Avogadro, 1776—1856)所建立的近代原子分子理论了; 实际上后者正是继承了牛顿原子论的思想才发展起来的. 在原子论的基础上, 牛顿建立了物质在力学理论中的质点模型. 有了质点模型, 进而就可以建立两体、三体、质点系、刚体、流体等力学模型. 牛顿的《原理》共分三篇, 在第一篇之前另加了两节统率全书的内容. 第一节为定义, 给出了质量、动量、力等建立力学理论所必需的辅助概念的确切定义. 这些定义和以原子论为基础的质点模型结合起来, 构成了经典力学完整的物质观. 经典力学的适用范围也是以这样的物质观为其前提的.

牛顿在《原理》的第一节之后作了四个注释, 阐述了关于时间、空间的基本概念, 以及区别相对运动和绝对运动的思想, 它们构成了经典力学的时空观. 我们现在讨论力学问题的时候, 习惯于用一条无限长的直线代表时间, 在其上任取一点代表现在, 向右代表未来, 向左代表过去, 相同的长度代表相同的时间间隔. 这样所定义的时间用数学术语来表示就是: 时间是一维的、均匀的、无限的, 与空间和物质都没有关系. 这就是牛顿的**绝对时间**. 对于空间也类似, 我们可以取空间任意一点为中心, 把它作为坐标系的原点, 过原点取相互正交的三个坐标轴, 其方向可以任意选取, 坐标轴可向正负方向无限延伸, 任意一个质点在空间中的位置均可用这个坐标系中的 3 个坐标值来表示. 牛顿认为存在绝对空间, 如上所述选取的坐标系, 其原点静止于绝对空间中, 坐标轴的方向一经选定也不再改变, 那么这个坐标系就代表了**绝对空间**. 以绝对空间为参考系的物质的运动称为**绝对运动**. 一切相对于绝对空间作匀速直线运动的参考系称为**惯性参考系**. 牛顿的绝对空间用数学术语来表述就是: 其性质是三维的、均匀的(坐标原点可任意选取)、各向同性的(3 个正交坐标轴的方向可任意选取)、无限的.

牛顿在《原理》中所阐述的运动观主要有两方面: 一是牛顿三定律和力学相对性原理的确立, 它们是力学的最高原理. 这是伽利略等许多人工作成果的总结和提高. 二是万有引力定律的发现. 虽然胡克(R. Hooke, 1635—1703)与牛顿之间曾经有万有引力的发现权之争, 但牛顿对此作出了最主要的贡献是无可争议的. 牛顿明确定义了动力学理论所必需的一套完整的辅助概念, 发明了微积分, 将力学原理与数学结合起来, 使力学成为可以作严密逻辑运算的科学理论. 牛顿以前的学者往往只研究一些具体的力学规律, 如伽利略的落体运动, 惠

更斯(C. Huygens, 1629—1695)的单摆运动,胡克的弹性运动等,牛顿则把许多互不相关的力学现象纳入了一个统一的理论框架.特别是万有引力的发现,使天体运动和地面物体的运动服从相同的运动规律,彻底打垮了长期占统治地位的亚里士多德的天上和地上有别的神话.

牛顿在《原理》中关于力学三定律是这样叙述的:

第一定律 一个物体,若没有外力影响使其改变状态,则该物体仍保持其原来静止的或匀速直线运动的状态.

第二定律 运动的变化,与所加的力成正比,其方向为力作用的方向.

第三定律 作用恒与其反作用相等,方向则相反.

说明:运动之量,以速度及物质之量联合度量之.

据上所述,牛顿第二定律原始的数学表示式应为

$$\frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = \mathbf{F}. \quad (1.1)$$

如果物体的质量 m 与时空及其运动无关, m 恒为常量,则(1.1)式可约化为现在常见的形式:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F} \text{ 或 } m \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{F}. \quad (1.2)$$

这里附带说一句,(1.1)式在相对论力学中仍然成立,但(1.2)式在相对论力学中不再成立.

按牛顿的本意,运动三定律是在绝对空间中成立的.但在牛顿以前伽利略就已经提出:在一个系统内部的任何力学实验,都不能决定这一系统是静止的还是在作匀速直线运动.这就是**力学相对性原理**.根据这一原理,牛顿三定律对于所有的惯性参考系都是成立的.今后如无特别说明,本书都是在惯性参考系中讨论问题并作计算的.

牛顿构想的绝对空间实际上是不存在的,任何一个实际的参考系也都不是严格的惯性系,但我们可以根据问题的需要,选取适当的实物作为参考系来取代惯性系.从观测的角度来说,总是以充分大的范围中平均处于静止的天体作为惯性系的依据.在大多数力学实验中,地球已“充分大”,所以地球静止系可以看成是一个很好的惯性系.更严格时可以选择太阳指向某一恒星的方向作为惯性系的坐标轴.

惯性系有无穷多个,许多实际问题的计算要涉及到两个惯性系 S 和 S' . 设 S' 相对于 S 以匀速 $\mathbf{u}$ 运动,则这两个惯性参考系之间的时空坐标的变换关系为:

$$\begin{cases} \mathbf{r} = \mathbf{r}' + \mathbf{u}t', \\ t = t', \end{cases} \quad (1.3)$$

式中 r, t 和 r', t' 分别是 S 系和 S' 系中的空间、时间的坐标。(1.3)式称为**伽利略变换**。将(1.3)式代入(1.2)式,可知牛顿第二定律在伽利略变换下保持不变。因此力学相对性原理又可表述为:力学定律对于伽利略变换保持不变。

以上就是牛顿在《原理》中所阐述的物质观、时空观、运动观及其数学表述形式的要点,牛顿特地把它们称之为“自然哲学的数学原理”。经典力学就是以上述原理为逻辑演绎前提推理出来的一个完整的理论体系。如果在某些情况下,自然界的实际情况与上述物质观、时空观、运动观有明显的差异,那么经典力学就不再适用,需要建立新的力学理论,如相对论力学、量子力学,它们已不再属于本课程的范围。

牛顿在《原理》中还以他自己科学研究的经验,对自然科学的认识论、方法论作了精辟的论述。在《原理》第二版的第三卷问世时,牛顿在最前面提出了四条《哲学推理规则》:

规则 I 除去那些真实的而又足以说明自然界事物的表象的原因之外,我们承认自然界事物没有更多的原因。

规则 II 所以,对于同样的自然界的结果,我们必须尽可能地归之于同样的原因。

规则 III 物体的属性,既不允许增强也不允许削弱,凡是在我们的实验所能到达的范围内发现属于一切物体的属性,都应视为一切物体的普遍属性。

规则 IV 在实验哲学上,我们把用一般归纳法从现象推导的命题,看作准确的或很接近于真实的,虽然可以想象出任何相反的假设,但是直到其他现象出现而使其变得更准确或出现例外之前,仍应如此看待。

这四条规则的文字比较晦涩,但仔细推敲不难领会其意思。用现在惯常的词语来表示,这四条规则可理解为:**简单性原理、因果性原理、统一性原理和真实性原理**。简单性原理的意思是,科学上正确的东西都是简单的,如果同一个问题可用简繁不同的方法得到相同的结论,应该选用简单的方法。因果性原理就是决定论,直到 20 世纪初量子力学建立以前,因果律是物理学最牢固的信条之一。统一性原理是指牛顿在《原理》中所阐述的物质观、时空观、运动观对整个自然界都是普遍适用的,这是自然哲学的根本所在,否则就难以称之为“哲学”了。真实性原理就是绝对真理和相对真理相结合的观点,规则 IV 中所指出的从实验现象通过归纳分析得出的结论,应该承认其是真实的或接近真实的,这就是承认客观真理的存在;同时又指出以后可能会出现新的现象使结论变得更准确,这就是相对真理的观点。这四条哲学推理规则是牛顿本人从事科学研究的认识论、方法论准则,同时通过《原理》的传播,直接为经典力学的进一步发展提供了强大的思想武器。经典力学的理论正是在这些规则的指引下发展和完善起来的。我们了

解这些规则,对于理解整个经典力学的思想理论体系有很大的帮助.

§ 1.2 牛顿第二定律在常用坐标系中的表示式

牛顿运动定律的核心是**第二定律**,本节将对其数学表示形式作较深入的讨论.当物体的质量 m 不变时,牛顿第二定律的表示式为

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}, \quad (2.1)$$

力 $\mathbf{F}$ 一般是物体的位置 $\mathbf{r}$ 、速度 $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}$ 和时间 t 的函数:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t), \quad (2.2)$$

其中 $\dot{\mathbf{r}} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$. 本书中凡是函数对时间 t 求一次导数,我们用在该函数的符号上加一点来表示,求二次导数则加两点. 因此(2.1)式又可表示为

$$m \ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t), \quad (2.3)$$

这是一个二阶矢量常微分方程,具体求解时我们要选取一个适当的正交坐标系,将(2.3)式投影为三个标量方程,再联立求解. 常用的坐标系有直角坐标、平面极坐标、球坐标、柱坐标和自然坐标. 下面就来给出(2.3)式在这些坐标系中的具体表示式.

(1) 直角坐标

在直角坐标系中,空间任一点 P 的位置可用 x, y, z 三个参数来表示. 用 i, j, k 分别表示沿 x 轴、 y 轴和 z 轴的单位矢量,它们都不随时间改变. 质点的位置和速度可表示为

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}, \quad (2.4)$$

$$\mathbf{v} = \dot{x}\mathbf{i} + \dot{y}\mathbf{j} + \dot{z}\mathbf{k}. \quad (2.5)$$

方程(2.3)可表示为

$$\begin{cases} m\ddot{x} = F_x(x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; t), \\ m\ddot{y} = F_y(x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; t), \\ m\ddot{z} = F_z(x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}; t). \end{cases} \quad (2.6)$$

(2) 平面极坐标

在平面极坐标中,平面上任一点 P 的位置可用参数 r, θ 来表示. $\mathbf{e}_r$ 和 $\mathbf{e}_\theta$ 分别表示矢径 r 增加方向和极角 θ 增加方向的单位矢量. 随着 P 点的运动, $\mathbf{e}_r$ 和 $\mathbf{e}_\theta$ 的方向都要随时间改变. 从图 1.1 中可以看到:

$$\mathbf{e}_r = \cos \theta \mathbf{i} + \sin \theta \mathbf{j},$$

$$\mathbf{e}_\theta = -\sin \theta \mathbf{i} + \cos \theta \mathbf{j},$$