

壳体结构的 工程分析方法

(修订版)

李炳威

人民交通出版社

6992

TJ33

/

壳体结构的工程分析方法

(弹性地基梁比拟法)

(修 订 版)

李 炳 威

人 民 交 通 出 版 社

内 容 提 要

本书是介绍采用弹性地基梁比拟法对壳体结构进行计算的书籍，即应用弹性地基梁比拟法建立一些工程上常见的壳体的基本方程和计算公式，这较之现有的从一般理论出发推演出各种型式的基本方程的方法不仅物理概念通俗易懂，受力特征直观明确，而且计算方法易为广大工程技术人员所掌握，便于计算，便于应用。

本修订版对原版内容作了必要的修改外，主要增加了用结构力学方法分析褶皱板结构并附算例和用有限差分法计算等曲率双曲扁壳桥梁计算实例。

全书共分十二章，鉴于我国电子计算机迅速发展，有限单元法正开始推广应用于各种工程。在本书第十二章介绍了用有限单元法分析薄板与壳体结构。

本书可供壳体结构工程技术人员及有关专业人员、大专院校师生学习参考。

壳体结构的工程分析方法

(弹性地基梁比拟法)

(修 订 版)

李 炳 威

人民交通出版社出版

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

人民交通出版社印刷厂印

开本：787×1092 $\frac{1}{32}$ 印张：13.625 字数：303 千

1977年3月 第1版

1982年12月 第2版 第2次印刷

印数：8,501—13,200册定价：2.10元

前 言

目前，随着壳体结构在航空、造船、建筑、化工、机械与公路等各个工程技术部门里广泛应用，壳体结构在理论分析，实验研究，制造与施工工艺等各个方面都取得了很大进展。但是壳体结构的进一步扩大与普及遇到的困难之一，就是数学上解算的困难。现有文献大都是从壳体的一般理论出发，推演出各种型式的基本方程，壳体受力特性不形象直观，物理概念不通俗易懂。对于工程应用来说，数学如不是纯粹作为工程计算的工具（这里是指对工程应用而言，并不排斥在壳体理论研究中、充分利用数学科学的成果，但是壳体理论的研究必须坚持理论与生产实践紧密结合的原则。），完全摒弃形象直观，过多的数学演绎与方程变换，就会使一大堆数学符号掩盖了壳体受力的实质内容，使人望而生畏、难于理解、难于应用。虽然我国科技工作者在简化壳体计算的研究方面曾取得了很多成果，而进一步简化壳体结构计算的工程分析方法，使能为广大工程技术人员所掌握，仍是壳体结构理论与实践的一个重要课题。

如果研究某些壳体的受力情况后，可以发现，当从这些壳体中取出一个纵条或一个单元体来，它们除在壳面受有荷载外，在纵条的两侧或单元体的四周还受有法向力的作用，它们的合力与壳体径向位移成正比，这就形成了一面受力二面或四面抵抗的趋势，由于这些法向力的合力与壳体的径向位移成正比，它就相当于弹性地基的反力，壳体的受力特性

就相当于弹性地基上的梁或板；壳体由于具有一定的原始曲度，就等于增添了一个弹性地基。这样，我们就可以把一些壳体的计算比拟成弹性地基梁或板的计算问题。弹性地基梁是工程技术人员比较熟悉的工程计算问题，因此，应用弹性地基梁比拟法来建立一些工程上常见的壳体的基本方程和计算公式，不仅物理概念通俗易懂，受力特征直观明确，计算方法易于为大家所掌握，便于分析，便于计算；同时可以把弹性地基梁的理论成果应用到壳体的计算中来，进一步丰富与发展壳体的计算理论。

把壳体比拟成弹性地基上的梁是早已提出来的了，但是并没有被充分重视，作为壳体计算的一种分析方法没有被充分应用，近年来国内外发表的有关壳体的简化计算方法，追其壳体的力学模型，很多方法实质上就是把弹性地基梁或板当作壳体的计算模型，从而简化了壳体的计算。由此可见，以弹性地基梁作为壳体有矩理论和边界效应的力学模型，不仅可以简化基本方程的推演，而且可以使壳体受力特征形象直观，计算方法易于掌握，为简化壳体计算的有效途径。

结合当前壳体结构应用于公路桥梁生产实践的需要，壳体结构受有一列汽车轮压的情形是壳体工程应用中的一个新课题，本书中研究了壳体承受一个集中荷载和一系列集中荷载作用时的简化计算。

关于壳体的薄膜理论，本书仅选择了具有典型性的圆柱形壳和双曲扁壳等壳体结构，在书的开头作了简要的论述。

鉴于我国电子计算机迅速发展，有限单元法已推广应用于各个工程领域，因此，在本书中简要地介绍了有限单元法的基本原理，以及用有限单元法分析薄板与壳体结构的方法。

目 录

第一章 绪论	1
第一节 壳体的受力特性	1
第二节 壳体的分类与组成	4
第三节 壳体的内力	7
第四节 壳体的梁法计算	9
第二章 悬索和薄膜, 壳体的无矩理论	13
第一节 悬索和薄膜的平衡微分方程式	14
第二节 圆柱形壳体的薄膜理论	20
第三节 椭圆抛物面扁壳的薄膜内力解	25
第四节 矩形底边球面扁壳的薄膜内力解	33
第五节 轴对称问题的薄膜内力解	37
第六节 双曲抛物面扁壳的薄膜内力解	40
第七节 有限差分法解薄膜理论平衡微分方程式	41
第三章 弹性地基上的梁和圆柱壳在轴对称荷载作用下的有矩理论	49
第一节 弹性地基梁的挠曲线微分方程式	49
第二节 弹性地基上无限长梁	52
第三节 无限长梁受有多个集中荷载的作用	56
第四节 圆柱形壳在轴对称荷载作用下的有矩理论	58
第五节 薄壁圆柱形容器和圆形水池的边界效应	64
第四章 四边简支双曲扁壳简化计算的拟地基梁法	72

第一节	内力特征与简化计算的假定	72
第二节	四边简支不等曲率双曲扁壳的简化计算	73
第三节	例题	79
第五章	弹性地基上的板和四边简支球形扁壳的 有矩理论	83
第一节	弹性地基上的板	83
第二节	四边简支球形扁壳的有矩理论	85
第三节	双重三角级数解法	90
第四节	有限差分法解法	93
例题一	四边简支正方形等曲率双曲扁壳的 计算	96
例题二	四边简支球形扁壳公路桥的计算	99
第五节	四边简支球形扁壳角点附近的顺剪力 和扭矩	117
第六章	双曲扁壳在集中荷载作用下的简化计算	122
第一节	弹性地基上的无限板	122
第二节	球形扁壳在集中荷载作用下的位移与 内力解	125
第三节	不等曲率双曲扁壳在集中荷载作用下 位移与内力的修正解	134
第四节	在一列等间距集中荷载作用下的弹性 地基上无限板	138
第五节	球形扁壳在一列集中荷载作用下的 简化计算	146
第七章	变地基系数的弹性地基上变截面梁和 圆锥形壳体的有矩理论	153
第一节	地基系数变化的弹性地基上变截面梁	153
第二节	变截面圆柱形水池	154

第三节	圆锥壳的有矩理论·····	160
第八章	弹性地基上的圆拱和旋转壳在轴对称荷载 作用下的边界效应·····	169
第一节	弹性地基上的圆拱·····	169
第二节	圆球形壳体的边界效应·····	173
第三节	椭圆形壳体的边界效应·····	183
第四节	任意旋转壳边界效应的近似计算·····	186
第九章	球形扁壳开孔引起的应力集中问题·····	189
第一节	在任意法向荷载作用下的无限壳·····	189
第二节	球形扁壳在环行线荷载作用下的计算·····	193
第三节	球形扁壳在环行线力偶矩作用下的计算·····	198
第四节	球形扁壳开孔问题·····	202
第十章	褶皱板和棱柱形壳的计算·····	211
第一节	褶皱结构的薄膜理论·····	211
第二节	荷载按基本梁函数展开·····	218
第三节	用力法分析褶皱结构·····	226
第四节	混合法的八项方程式计算例题·····	234
第十一章	用能量原理和变分法计算壳体结构·····	258
第一节	最小位能原理·····	258
第二节	虚位移原理·····	264
第三节	用变分法计算四边简支球形扁壳的 位移与内力·····	274
第四节	四边简支球形扁壳的动力计算·····	280
第十二章	用有限单元法分析平板与壳体结构·····	285
第一节	有限单元法的基本原理·····	286
第二节	弹性力学中的平面问题·····	295
第三节	平板弯曲问题的有限单元解法·····	312
第四节	有限单元法计算四边简支矩形底球形	

扁壳.....	330
第五节 有限单元法计算壳体结构.....	336
附录 1 贝塞尔函数理论的若干知识.....	354
附录 2 矩阵.....	360
附录 3 计算用表.....	368
参考文献.....	426

第一章 绪 论

第一节 壳体的受力特性

原始形状具有一定曲度的薄板称为壳体，壳体结构是表面呈曲面，厚度与其他尺寸相比甚为微小的一种薄壁空间结构。和杆件结构中的拱与梁相类似，壳体由于存在原始曲度，它和主要承受弯曲的薄板相比，是两种受力性能完全不同的结构类型。壳体结构的强度和刚度主要是利用了几何形状的合理，而不是从增大它的体量取得的。因而，壳体结构是一种强度高、刚度大、材料省、既经济又合理的结构型式。

远在公元前二百多年的西汉王朝，用砖砌圆顶来建造陵墓，以及在晋朝可能还要早些时候，拱已应用于桥梁的历史记载，生动地证明了一切真知只能从社会的实践中来。古代劳动人民根据在生产实践中累积起来的直接经验，早已掌握了拱与圆顶结构的优良性能，充分表现了就地取材，最大限度地发挥材料效用的智慧。

由于工程结构的任务是承受荷载，传递荷载，因此力的传递路径直接关系到结构受力性能的好坏。一根柱子要把作用在其一端的外力，传递到另一端的地基上〔图1-1(a)〕，若使外力沿轴线以最直接的路线传达到地基，则在构件内只产生沿轴向作用的直接压力，与此相应，在截面中的应力分布是均匀的，因而构件的材料得到最充分的利用。但是当外力

偏离轴线作用时〔图1-1(b)〕, 力就不可避免地要走“弯路”, 使得构件发生偏转, 产生力矩, 这时, 在构件内部, 除去沿杆件轴线作用的直接压力外, 还同时产生弯曲内力——弯矩; 由于弯矩的存在, 造成截面中应力的不均匀分布, 使得偏心受压(拉)杆的材料只能被局部利用。同样道理, 一根梁本来的任务是要把荷载传到两端支座上去, 而且, 在通常情况下, 外荷载多数垂直于梁的轴线, 因此, 当梁传递外力时, 力往往要走相当的“弯路”〔图1-2(a)〕, 才能到达支座。显然, 力所走的“弯路”愈长, 在构件内产生的弯矩也就愈大, 材料的利用率也就愈低。事实上, 以一个等截面梁为例, 组成梁的材料最多只能发挥百分之五十的作用。如果设想把梁的直线轴线改为曲线, 且使支座均为能承受水平推力的固定铰支座, 这时梁就演变为拱, 梁与拱是两种受力性能完全不同的结构类型。当荷载作用在跨越同样空间的两铰拱上时, 若将外力到达支座的传递路线称为压力线, 则压力线就好像是一个倒置的索多边形, 当拱的轴线与压力线完全重合时, 拱的受力情形就和倒置的悬索十分相类似〔图1-2(b)、(c)〕, 所不同的是拱承受直接压力, 而悬索承受直接拉力。以上事实给我们提供了一个选择结构合理形式的可遵循的准则, 这就是力的传递路径愈直接, 结构的受力性能就愈好, 结构自重也就愈轻, 从而可以最大限度地发挥材料的效用。这一准则已经在长期的生产实践中得到了证明。拱桥与穹顶是古代建筑的一大发明, 这种结构形式的出现, 不仅有力地证明了上述准则的正确性, 而且可以说明, 人类很早就自觉运用使材料直接受压来代替弯曲内力的一种方法。

薄板与壳体的受力特性和杆件结构中的梁与拱相类似, 薄板主要是通过弯矩和扭矩来承受荷载和传递荷载, 因此, 组成薄板的材料最多也只能发挥百分之五十的效用。如果将

薄板做成圆柱曲面，并在两端设置横隔板，薄板结构就演变为圆柱形壳体结构，受力性能发生了根本的变化（图1-3）。

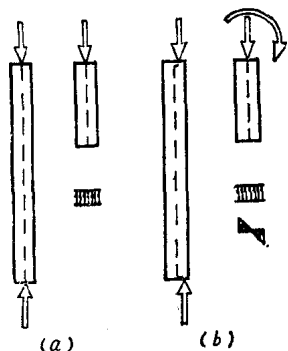


图 1-1

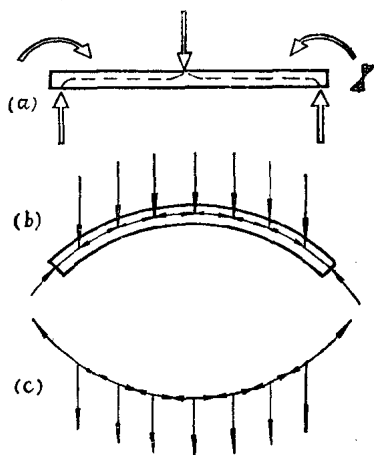


图 1-2

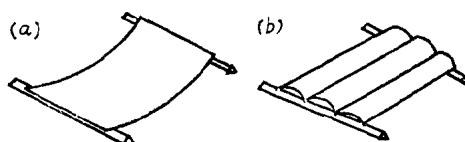


图 1-3

如果设想用内接于壳体曲面的多边形褶皱板结构来代替圆柱形壳体结构〔图1-4(a)〕，则可以清楚地看到，多边形褶皱板结构的荷载是通过纵横两个方向的工作，最后传达到支座的。作用在褶皱板上的荷载象梁上荷载一样，先在横向传递到两相邻板相交的棱边处，然后，将作用在棱边处的力沿相邻两板的平面分解为两个分力，在纵向诸平板本身作为梁，将作用于板平面的分力传到两端支座〔图1-4(b)〕。在此基础上，如果

进一步设想增加褶皱板结构的板数，使多边形褶皱板无限趋近于圆柱形壳，则在横向，板的弯矩将随着板数的增加而迅速减小，这是因为板数的增加就等于板宽的减小，即横向跨度的减小，由于横向弯矩的急剧减小，圆柱形壳在横向将主要承受轴向压力；在纵向，由于板在自身平面内的刚度本来就很大，当多边形褶皱板无限趋近于圆柱形壳时，壳面刚度较多边形褶皱板沿板面刚度的总和就更大，在这种情况下，纵向弯矩的影响将微不足道，因之它所要求的壳体厚度可以减至最小限度。这就可以说明为什么壳体既薄又轻，却能经受着很大的荷载；和拱、穹相类似，壳体结构就是利用几何形状的合理，主要承受直接压力，取得强度高，刚度大，重量轻，材料省等优良性能。壳体结构由于具有极大的承载能力，能跨越较大的跨度，在各种不同的工程技术部门中得到日益广泛的应用，建筑、航空、造船等结构的发展，在很多情况下是与薄壁体系的利用紧密相关联的。

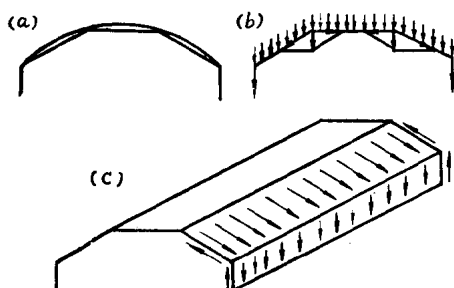


图 1-4

第二节 壳体的分类与组成

一、壳体的分类

如上所述，壳体结构的优良受力性能，主要是利用了它

的几何形状的合理。因此，几何形状的不同，对于壳体的强度与刚度将会产生很大的影响。现在就壳体的曲率、几何形成，把壳体进行如下分类。

(一)按高斯曲率，壳体可以分为三类：

曲面上每点的两个主曲率 k_1 和 k_2 的乘积称为曲面在此点的高斯曲率 K ，即

$$K = k_1 k_2 \quad (1-1)$$

1. $K > 0$ ，即曲面上任一点的主曲率 k_1, k_2 均为正值，这类壳体的原始形状只有一个方向的曲度，或两个曲率中心在曲面的同一侧，例如双曲扁壳。

2. $K = 0$ ，即曲面上任一点的主曲率 k_1, k_2 中有一个为零，即 $k_1(k_2) = 0$ ，例如圆柱壳。

3. $K < 0$ ，即曲面上任一点的主曲率 k_1, k_2 为一正一负，例如马鞍形壳（双曲抛物面壳）。

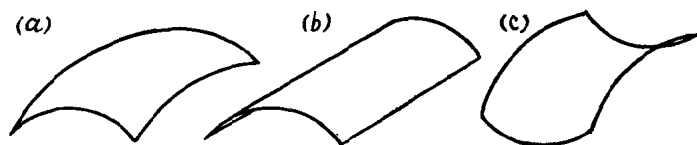


图 1-5

(二)按形成的几何过程，壳体可以分为两类：

1. 移动壳

壳体的曲面由一竖向曲线沿另一竖向曲线平行移动所形成者称为移动壳，图1-5(a)、(b)、(c)所示的椭圆抛物面壳，柱形抛物面壳，双曲抛物面壳都是移动壳。

2. 旋转壳

壳体的曲面由一平面曲线（经线）围绕其平面内的轴线旋转一周所形成者称为旋转壳，图 1-6(a)、(b)所示的球壳

和双曲线旋转面壳就是分别以圆弧和双曲线为经线的旋转壳。

二、壳体的组成

圆柱壳由壳体、横隔与边梁三部分组成（图1-7）。

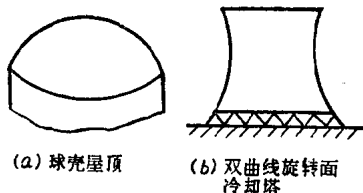


图 1-6

横隔

由上述可知，多边褶皱结构的荷载最终在纵向沿着板的平面传到支座。对于壳体而言，就相当于荷载沿壳体截面的切线方向通过剪力传给支座（图1-8）。这就要求沿壳体曲线边缘处使壳体受到连续的支持，在曲线边缘处支持壳体的构件称为横隔。横隔在自身平面内的刚度很大，可以阻止壳体截面的变形，但不能阻止壳体端部各点的纵向位移，横隔的型式是多种多样的，它取决于跨度、建筑空间要求、支承情况等等。一般情形下，可以采用钢筋混凝土实体梁、双铰拱、空腹桁架等型式，视具体要求而定。

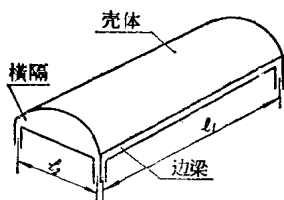


图 1-7



图 1-8

边梁

壳体的厚度很小，因此，在边缘处应予加强，沿壳体纵向边缘设置的侧边构件称为边梁，边梁为减小壳体水平位移所必需，同时也用于放置壳体的主受拉钢筋，边梁可有如图

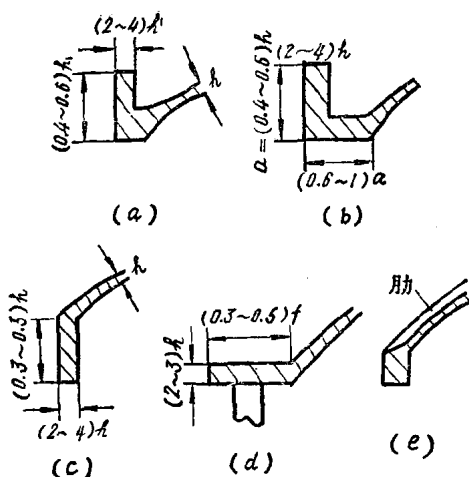


图 1-9

(a)边梁向上式；(b)宽沟边梁式；(c)边梁向下式；(d)水平板式；(e)小肋式
1-9所示的各种型式。

双曲扁壳由图1-10所示的壳体、端横隔和侧横隔三部分组成。

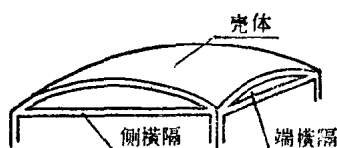


图 1-10

第三节 壳体的内力

壳体中的内力可以分为两类：作用于中面内的薄膜内力和中面外的弯曲内力。

一、薄膜内力

蛋壳虽薄，却能承受相当大的荷载，这是因为壳体很薄时，壳体就象一个倒置的薄膜，理想的薄膜没有抵抗弯曲和扭曲的能力，只承受位于中面内的法向力 N_x 、 N_y 和顺剪力 $S_{xy} = S_{yx}$ 的作用〔图1-11(a)所示为薄膜内力的正值方向〕，这些内力统称为薄膜内力。薄膜内力是应中面的拉伸、压缩和剪切变形而产生的，由于薄膜内力沿壳体厚度方向均匀分布，材料的利用最充分，因此，当壳体主要通过薄膜内力传递荷载时，材料最省，重量最轻，强度与刚度很大，且可用脆性材料组成。自然界中各种生物，例如乌龟、甲鱼、蜗牛以及荔枝与栗子等外壳都系类似扁的或圆的等外形，壳壁很薄，它们是符合达尔文的物种演进原理，长期受到自然环境考验而演变过来的，可以作为壳体薄膜理论最好的例证。

壳体实现薄膜内力需要满足下列一些条件：(1)壳体具有均匀连续变化的曲面；(2)壳体上的荷载是均匀连续分布的；(3)壳体的各边界能够沿着曲面的法线方向自由移动，支座只产生阻止曲面切线方向位移的反力。

二、弯曲内力

当壳体厚度不是很小，抗弯刚度所起的作用不能不考

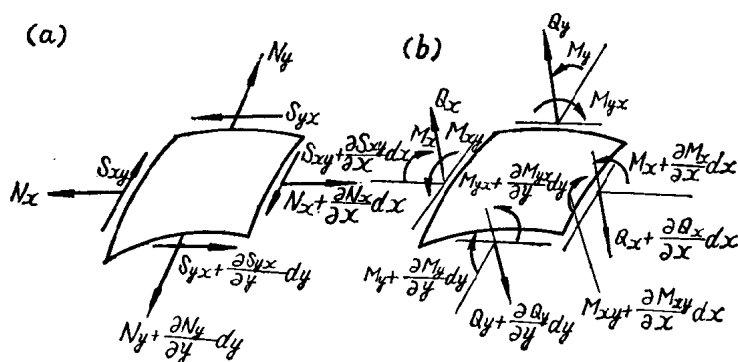


图 1-11