

2003年

3+X

北京名校高考

模拟试卷精粹

董自静 主编

数学



北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

语文

数学

英语

物理

化学

生物

历史

地理

政治

文科综合

理科综合

北京名校高考模拟试卷精粹

数 学

董自静 主编

 北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

北京名校高考模拟试卷精粹. 数学/董白静主编. —2版. —北京:
北京理工大学出版社, 2002. 10

ISBN 7-81045-881-7

I. 北… II. 董… III. 数学课—高中—试题—升学参考资料
IV. G632.479

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 079388 号

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(办公室) 68912824(发行部)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

电子邮箱 / chiefedit@bitpress.com.cn

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京房山先锋印刷

开 本 / 787 毫米×1092 毫米 1/8

印 张 / 7

字 数 / 147 千字

版 次 / 2002 年 10 月第 2 版 2002 年 10 月第 2 次印刷

定 价 / 全书(11 册)总定价:77.00 元

图书出现印装质量问题,△社负责调换

编写说明

北京理工大学出版社策划出版的《北京名校高考模拟试卷精粹》自出版以来,内容年年更新,质量不断提高,在全国各地畅销不衰,受到众多考生的好评。根据最新的高考信息,我们对这套丛书重新进行了全面的策划,使之更贴近高考复习教学使用,更好地巩固复习效果。

本套丛书具有以下特点:

1. 最优 TOP TEN 试卷。本套丛书每一分册包括 10 套由名校老师精心挑选和编写的最优试卷。所选试题大多根据北师大附属实验中学、北大附中、人大附中、清华附中、北京 101 中学、景山中学等北京著名重点中学最新高考模拟试卷中的最优试题,并结合最新的考试要求和最新的社会、科技资料进行编写。

2. 名师点评。每套试卷均由著名重点中学具有多年高三教学经验的一线老师进行选编,并对同学们复习中最易错、易混淆以及具有一定难度的试题进行了精心的点评,揭示命题规律,巩固复习,达到举一反三的效果。

3. 同步巩固,方便使用。本套丛书不同于一般试卷集的所有试卷均为高考大模拟试卷的特点,而是紧跟高考复习进度,实现同步辅导、同步巩固。把每一部分、每一单元中最贴近高考命题的试题提供给考生,使考生在一进入高三复习时,就能够接触到高考实战试题。

4. 低定价、高效率。本套丛书为了方便考生使用,试卷全部采用大字号,并且降低了定价,真正作到低定价、高效率。

本套丛书在编写过程中,本着对考生认真负责的态度,仔细核对了考题和答案,但是由于时间紧、任务重,难免存在差错的地方,敬请各位老师和考生谅解,并指正。本书编写过程中得到了各参编学校的老师和领导的大力支持,在此表示衷心的感谢。张鹏、陶一军、张军、王东、孙熙等同志在编校和通稿工作中作了许多工作,在此一并表示感谢。

编者

目 录

数学高考模拟试卷一	(1)
数学高考模拟试卷二	(9)
数学高考模拟试卷三	(17)
数学高考模拟试卷四	(25)
数学高考模拟试卷五	(33)
数学高考模拟试卷六	(41)
数学高考模拟试卷七	(49)
数学高考模拟试卷八	(57)
数学高考模拟试卷九	(65)
数学高考模拟试卷十	(73)
参考答案	(81)

2003 年北京名校高考模拟试卷精粹

数学高考模拟试卷一 (代数部分)

班级 _____ 姓名 _____ 总分 _____

题号	一	二	三
分数			

第 I 卷 (选择题, 共 60 分)

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $M = \{x | y = 1 - \sqrt{x^2 + 2x}, x, y \in \mathbf{R}\}$, $N = \{y | y = 2x^2 - 3x - 2, x, y \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$ 。

A. $(-\infty, -2] \cup [0, +\infty)$

B. $[-\frac{25}{8}, -2] \cup [0, +\infty)$

C. $[-\frac{25}{8}, 1]$

D. $[-2, 0]$

2. 已知 $[1, 3]$ 是函数 $y = -x^2 + 4ax$ 的单调递减区间, 则实数 a 的取值范围是 $(\quad)$

A. $(-\infty, \frac{1}{2}]$

B. $(-\infty, 1]$

C. $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$

D. $[\frac{3}{2}, +\infty)$

3. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 当 $x < 0$ 时, $f(x) = (\frac{1}{3})^x$, 那么 $f(\frac{1}{2})$ 的值是 $(\quad)$ 。

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\sqrt{3}$

D. $-\sqrt{3}$

4. 已知 $f(x) = \sin(x - \frac{\pi}{2})$, $g(x) = \cos(x - \frac{\pi}{2})$, 则 $f(x)$ 的图象 $(\quad)$ 。

A. 与 $g(x)$ 的图象相同

- B. 是由 $g(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位得到的
- C. 与 $g(x)$ 的图象关于 y 轴对称
- D. 是由 $g(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位得到的
5. 若 $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{5}{4}\pi$, 则 $\arcsin\left[\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin \alpha + \cos \alpha)\right]$ 的值()。
- A. $\frac{\pi}{4} - \alpha$ B. $\alpha - \frac{\pi}{4}$ C. $\alpha - \frac{3}{4}\pi$ D. $\frac{3}{4}\pi - \alpha$
6. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A > \angle B$ 是 $\cos^2 A < \cos^2 B$ 的()
- A. 充要条件 B. 充分非必要条件
- C. 必要非充分条件 D. 既非充分也非必要条件
7. 如果复数 $\frac{3+i}{1-i}$ 的辐角主值为 θ , 那么复数 $-2+i$ 的辐角主值是()。
- A. $-\theta$ B. $\frac{\pi}{2} + \theta$ C. $\pi - \theta$ D. $2\pi - \theta$
8. 若非零复数 z_1, z_2 满足 $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$, 则 $\frac{z_1^2}{z_2^2}$ 是()。
- A. 正数 B. 负数 C. 纯虚数 D. 实数
9. 某食堂每天中午准备 4 种不同的荤菜, 7 种不同的蔬菜, 用餐者可以按下述方法之一搭配午餐:
- (1) 任意选两种荤菜、两种蔬菜和白米饭;
- (2) 任意选一种荤菜、两种蔬菜和蛋炒饭
- 则每天不同午餐的搭配方法总数是()。
- A. 22 B. 56 C. 210 D. 420
10. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和公式为 $S_n = \log_3(n+1)$, 则 a_5 等于()。
- A. $\log_3 6$ B. $\log_3 \frac{6}{5}$ C. $\log_3 6$ D. $\log_3 5$
11. 以 S_n, T_n 分别表示等差数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{7n+2}{n+3}$, 则 $\frac{a_5}{b_5}$ 等于()。
- A. 7 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{37}{8}$ D. $\frac{65}{12}$
12. 已知 $a > 0$, 且 $a \neq 1$, $f(x) = x^2 - a^x$, 当 $x \in (-1, 1)$ 时, 均有 $f(x) < \frac{1}{2}$, 则实数 a 的取值范围是()。
- A. $(0, \frac{1}{2}] \cup [2, +\infty)$ B. $[\frac{1}{4}, 1) \cup (1, 4]$
- C. $[\frac{1}{2}, 1) \cup (1, 2]$ D. $(0, \frac{1}{4}] \cup [4, +\infty)$

第 II 卷 (非选择题, 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分。把答案填在题中横线上。

13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \left(1 + \frac{3}{2} + 2 + \cdots + \frac{n+1}{2} \right) = \underline{\hspace{2cm}}。$

14. 计算: $\frac{1}{\sin 50^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{\cos 50^\circ} = \underline{\hspace{2cm}}。$

15. 某体育彩票规定: 从 01 至 36 共 36 个号中抽出 7 个号为一注, 每注 2 元。某人想从 01 至 10 中选 3 个连续的号, 从 11 至 20 中选 2 个连续的号, 从 21 至 30 中选 1 个号, 从 31 至 36 中选 1 个号组成一注, 这人把这种特殊要求的号买全, 至少要花 元。(用数字作答)

16. 有四个函数: ① $y = \sin^2 x$, ② $y = |\sin x|$, ③ $y = \tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2}$, ④ $y = \sin|x|$ 。其中周期为 π , 且在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上是增函数的为 。
(注: 把你认为符合条件的函数序号都填上)

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 74 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

17. (本小题 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为角 A, B, C 的对边, $4\sin^2 \frac{B+C}{2} - \cos 2A = \frac{7}{2}。$

(1) 求角 A 的度数;

(2) 若 $a = \sqrt{3}, b + c = 3$, 求 b 和 c 的值。

18. (本小题满分 12 分)

解关于 x 的不等式: $\log_2(x-1) > \log_4[a(x-2)+1]$ ($a > 1$)

19. (本小题满分 12 分)

已知, 复数 $z_1 = 1 - \sqrt{3}i$

(1) 求 $|z_1|$ 和 $\arg z_1$;

(2) 设复数 z_1 与 z_2 在复平面内对应的向量分别为 $\overrightarrow{OA}$ 和 $\overrightarrow{OB}$, 将 $\overrightarrow{OA}$ 、 $\overrightarrow{OB}$ 分别按逆时针方向旋转 $\frac{4}{3}\pi$ 和 $\frac{\pi}{4}$ 后都得到向量 $\overrightarrow{OM}$, 求复数 z_2 .

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2^x - \frac{a}{2^x}$

- (1) 将 $y = f(x)$ 的图象向右平移两个单位, 得到函数 $y = g(x)$, 求函数 $y = g(x)$ 的解析式;
- (2) 函数 $y = h(x)$ 与函数 $y = g(x)$ 的图象关于直线 $y = 1$ 对称, 求函数 $y = h(x)$ 的解析式;
- (3) 设 $F(x) = \frac{1}{a}f(x) + h(x)$, 已知 $F(x)$ 的最小值是 m , 且 $m > 2 + \sqrt{7}$ 。求实数 a 的取值范围。

21. (本小题满分 13 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = \frac{5}{6}$ 且对任意自然数 n 都有 $a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n + \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$, 数列 $\{b_n\}$ 对任意自然数 n 都有 $b_n = a_{n+1} - \frac{1}{2}a_n$.

(1) 求证: 数列 $\{b_n\}$ 是等比数列;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(3) 设数列 $\{a_n\}$ 前 n 项的和为 S_n , 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 的值.

22. (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = \frac{a}{a^2 - 1}(a^x - a^{-x})$, 其中 $a > 0, a \neq 1$

(1) 判断函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上的单调性, 并根据函数单调性的定义加以证明;

(2) 若 $n \in \mathbb{N}$, 且 $n \geq 2$, 证明 $f(n) > n$.

2003年北京名校高考模拟试卷精粹

数学高考模拟试卷二 (代数部分)

班级 _____ 姓名 _____ 总分 _____

题号	一	二	三
分数			

第 I 卷 (选择题, 共 60 分)

一、选择题：本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

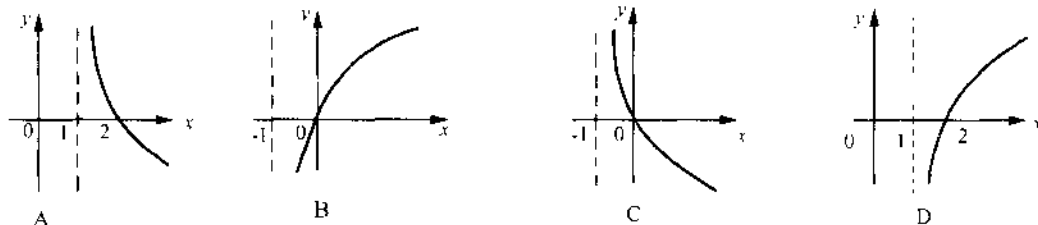
1. 已知全集 I , M , N 是 I 的非空子集, 若 $M \supseteq N$, 则必有()。

- A. $M \cap \bar{N} \subset \bar{N}$ B. $M \cap \bar{N} \supset N$ C. $M \supset \bar{N}$ D. $\bar{M} = N$

2. 已知函数 $f(x)$ 是以 2 为周期的偶函数, 且当 $x \in (0, 1)$ 时, $f(x) = x + 1$, 则 $f(x)$ 在 $(1, 2)$ 上的解析式()。

- A. $f(x) = 1 - x$ B. $f(x) = 3 - x$
C. $f(x) = x - 3$ D. $f(x) = -x - 1$

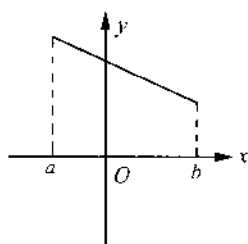
3. 函数 $y = \lg \frac{1}{x-1}$ 的图象大致是()。



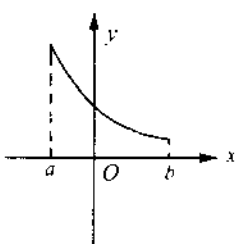
4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sin x & (\text{当 } \sin x \geq \cos x \text{ 时}) \\ \cos x & (\text{当 } \sin x < \cos x \text{ 时}) \end{cases}$ 给出下列四个命题, 其中正确的命题是()。

- A. $f(x)$ 的值域为 $[-1, 1]$
- B. 当且仅当 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$ 时, $f(x)$ 取得最大值
- C. $f(x)$ 是以 π 为最小正周期的周期函数
- D. 当且仅当 $2k\pi + \pi < x < 2k\pi + \frac{3}{2}\pi (k \in \mathbf{Z})$ 时, $f(x) < 0$
5. 函数 $y = \cos x (-\pi \leq x \leq 0)$ 的反函数为()。
- A. $y = \arccos x (-1 \leq x \leq 1)$
- B. $y = -\arccos x (-1 \leq x \leq 1)$
- C. $y = -\pi + \arccos x (-1 \leq x \leq 1)$
- D. $y = \pi - \arccos x (-1 \leq x \leq 1)$
6. $\frac{\sin 35^\circ - \sin 25^\circ}{\cos 35^\circ - \cos 25^\circ}$ 的值等于()
- A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$
7. 已知复数 $z - 1$ 的辐角为 $\frac{5}{6}\pi$, $z + 1$ 的辐角为 $\frac{\pi}{3}$, 则复数 z 是()。
- A. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
- C. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ D. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
8. 已知: 复数 $z_1 = 3 - i$, $z_2 = 2$, 则 $|z_1 + z_2|$ 的最大值为()
- A. $\sqrt{10} - 2$ B. 5
- C. $2 + \sqrt{10}$ D. $2 + 2\sqrt{2}$
9. 在一次足球预选赛中, 某小组共有 5 个球队进行双循环赛(每两队之间赛两场), 已知胜一场得 3 分, 平一场得 1 分, 负一场得 0 分, 积分多的前两名可出线(积分相等则要比净胜球数或进球总数)。赛完后一个队的积分可出现的不同情况种数为()。
- A. 22 B. 23 C. 24 D. 25
10. 设 $\{a_n\} (n \in \mathbf{N})$ 是等差数列, S_n 是其前 n 项的和, 且 $S_5 < S_6, S_6 - S_7 > S_8$, 则以下结论错误的是()。
- A. $d < 0$ B. $a_7 = 0$
- C. $S_9 > S_5$ D. S_6 与 S_7 均为 S_n 最大值
11. 一个等比数列的前 n 项和 $S_n = a - \left(\frac{1}{2}\right)^n$, 则该数列各项和为()
- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $-\frac{1}{2}$ D. 任意实数

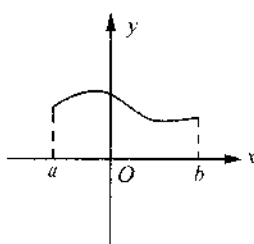
12. 任取 $x_1, x_2 \in [a, b]$, 且 $x_1 \neq x_2$, 若 $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) > \frac{1}{2}[f(x_1) + f(x_2)]$ 称 $f(x)$ 是 $[a, b]$ 上的凸函数, 则下列图象中, 是凸函数图象的是()。



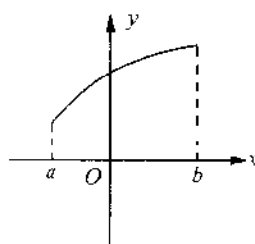
A



B



C



D

第 II 卷 (非选择题, 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分。把答案填在题中横线上。

13. 已知 $a > 1, 0 < b < 1$, 则关于 x 的不等式 $a^{\log_b(x^2-2x)} > 1$ 的解集是_____。

14. 已知 $\tan \alpha = \sqrt{3}(1+m)$, 且 $\sqrt{3}(\tan \alpha \cdot \tan \beta + m) + \tan \beta = 0$, α, β 为锐角, 则 $\alpha + \beta$ 的值为_____。

15. 6 名志愿者, 其中男、女各三人, 到两所不同的学校开展活动, 每所学校至少有一名男志愿者, 并至少有一名女志愿者, 则将志愿者分配到学校的不同的分配方法种数是_____。(用数字作答)

16. 给出下列六种图象变换方法:

- (1) 图象上所有点的纵坐标不变, 横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$;
- (2) 图象上所有点的纵坐标不变, 横坐标伸长到原来的 2 倍;
- (3) 图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位;
- (4) 图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位;
- (5) 图象向右平移 $\frac{2}{3}\pi$ 个单位;
- (6) 图象向左平移 $\frac{2}{3}\pi$ 个单位。

请用上述变换中的两种变换, 将函数 $y = \sin x$ 的图象变换到函数 $y = \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象, 那么这两种变换正确标号是_____, (要求按变换先后顺序填上你认为正确的标号即可)

三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \cos x + a$ ($a \in \mathbf{R}$, a 为常数)。

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期；

(2) 若 $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 时， $f(x)$ 的最大值为 1. 求 a 的值。

18. (本小题满分 12 分)

已知复数 $z_1 = 2 + i$, $2z_2 = \frac{z_1 + i}{(2i + 1) - z_1}$

求：(1) z_2 ；

(2) 若 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 依次成等差数列，且 $\mu = \cos A + 2i \cos^2 \frac{C}{2}$ ，
求 $\mu + z_2$ 的取值范围。