基本熱傳遞問題詳解

M.N. 齊奧賽克　原著
韋 僑 屏　譯著

曉 園 出 版 社
世界圖書出版公司

基本熱傳遞問題詳解

M. N. 齊奥賽克　原著
韋僑屏　譯著

曉園出版社
世界图书出版公司

基本热传递问题详解

M.N.奥齐塞克　原著

辜侨屏　译著

*

晓园出版社出版

世界图书出版公司北京公司重印

北京朝阳门内大街 137 号

北京中西印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店経售

*

1994 年 10 月第　一　版　　开本：850×1168　1/32

1994 年 10 月第一次印刷　　印张：9

印数：0001—350　　字数：17 万字

ISBN：7-5062-1973-5/O·141

定价：11.20 元　(WB9405/2)

前　　言

研習理工的同學，都有一種認識，那就是：一本書的習題往往是該書的精華所在，藉着習題的印證，才能對書中的原理原則澈底的吸收與瞭解。

有鑒於此，曉園出版社特地聘請了許多在本科上具有相當研究與成就的人士，精心出版了一系列的題解叢書，為各該科目的研習，作一番介紹與舖路的工作。

一個問題的解答方法，常因思惟的角度而異。曉園題解叢書，毫無疑問的都是經過一番精微的思考與分析而得。其目的在提供對各該科目研讀時的參考與比較；而對於一般的自修者，則有啓發與提示的作用。希望讀者能藉着這一系列題解叢書的幫助，而在本身的學問進程上有更上層樓的成就。

Özisik基本熱傳遞問題詳解

（目　　錄）

第 一 章　觀念介紹………………………… 1

第 二 章　傳導－基本方程式………………… 5

第 三 章　傳導－一維穩定狀態……………… 15

第 四 章　傳導－二維穩定態及一維不穩定態… 41

第 五 章　傳導－數值方法的解……………… 65

第 六 章　對流－基本方程式………………… 81

第 七 章　對流－強迫管內層流……………… 91

第 八 章　對流－管外強迫層流……………… 105

第 九 章　對流－管內和管外紊流…………… 125

第 十 章　自由對流………………………… 147

第十一章　輻射－基本關係………………… 163

第十二章　幅射－不參與反應介質中的幅射能量
交換……………………………… 173

第十三章　幅射－在吸收放射介質中的幅射能量
轉換……………………………… 189

第十四章　熱傳遞中相變化……………………… 195

第十五章　熱交換器…………………………… 205

第十六章　質量傳遞…………………………… 215

第一章　觀念介紹

1-1　一大垂直表面保持一固定溫度 100°F，以自由對流的方式散熱至溫度爲 40°F 的周圍大氣中，熱傳遞係數爲 $h = 0.8$ Btu/h·ft²·°F 求單位面積的熱傳遞速率。

解　$q = h(T_f - T_w)$

$= 0.8 \times (100 - 40)$

$= 48$ Btu/h·ft²

1-2　在 1-1 題中，求輻射熱傳遞係數 h_r，並重新計算熱傳遞速率。

解　$h_r = 4F\sigma T_1^3$

$T_1 = 100°F = 560°R$

$\sigma = 0.1714 \times 10^{-8}$ Btu/h·ft²°R⁴

設 $F = 1$

$h_r = 1.204$ Btu/h·ft²°R

$q_r = h_r(T_1 - T_2)$

$= 1.204 \times (100 - 40)$

$= 72.24$ Btu/h·ft²

$\therefore\quad q = 48 + 72.24$

$= 120.24$ Btu/h·ft²

1-3　在內徑爲 1 in 的管中有一強迫流動的水流，管與水流的平均溫差爲 50°F，強迫對流熱傳遞係數爲 $h = 150$ Btu/h·ft²°F，求管與水之間每呎的熱傳遞速率。

解　$q = h(T_f - T_w)$

$= 150 \times 50°$

$= 7500$ Btu/h·ft²

$$q \times 2\pi r = 7500 \times 2\pi \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{12}$$

$= 1963.5$ Btu/h·ft

1-4　一牆厚 $L = 1/2$ ft，熱導度 $k = 0.5$ Btu/h·ft·°F，一面保持

660°F，另一面保持60°F，求每平方呎通過此牆的熱傳遞速率。

解 $q = k\dfrac{T_1 - T_2}{L}$

$= 0.5 \times \dfrac{660-60}{\dfrac{1}{2}}$

$= 600\ \text{Btu/h}\cdot\text{ft}^2$

1-5 一石棉薄板1/4 in厚，一溫度差600°F通過，此物熱導度 $k = 0.09\ \text{Btu/h}\cdot\text{ft}\cdot\text{F}$ 求通過此薄板，每平方呎的熱傳遞速率。

解 $q = k\dfrac{T_1 - T_2}{L}$

$= 0.09 \times \dfrac{600}{\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{12}}$

$= 2592\ \text{Btu/h}\cdot\text{ft}^2$

1-6 一流體與一平板（1 ft寬，2 ft長）發生強迫對流，流體與平板表面平均溫差爲400°F，平均熱傳遞係數30 $\text{Btu/h}\cdot\text{ft}^2\,°\text{F}$ 求流體與平板間的熱傳遞速率。

解 $q = h\,(T_f - T_w)$

$= 30 \times 400$

$= 12000\ \text{Btu/h}\cdot\text{ft}^2$

$Q = q\cdot A$

$= 12000 \times 1 \times 2$

$= 24000\ \text{Btu/h}$

1-7 一熱導度 $k = 0.2\ \text{Btu/h}\cdot\text{ft}\,°\text{F}$ 的絕緣體，用來限制通過此溫差爲1000°F的絕緣層，熱量損失低於800 $\text{Btu/h}\cdot\text{ft}^2$,求此絕緣層的厚度所需若干？

解 $q = k\dfrac{T_1 - T_2}{L}$

$\therefore\ L = \dfrac{T_1 - T_2}{q}$

$$L = 0.2 \times \frac{1000}{800}$$

$$= \frac{1}{4}\ \text{ft}$$

$$= 3\ \text{in}$$

1-8　二平行板，一保持固定溫度 1000°R 而另一爲 2000°R 被一無關的氣體分開，假設平板爲完全放射體，計算此二平板間每平方呎表面的淨幅射熱交換。

解

$$q = \sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

$$= 0.1714 \times 10^{-8}(2000^4 - 1000^4)$$

$$= 2.571 \times 10^4\ \text{Btu/h} \cdot \text{ft}^2$$

1-9　一平板 2500°R 暴露於 500°R 的空氣中，設此平板爲完全放射體，求此平板表面每平方呎由幅射產生的熱量損失速率。

解

$$q = \sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

$$= 0.1714 \times 10^{-8}(2500^4 - 500^4)$$

$$= 6.6846 \times 10^4\ \text{Btu/h} \cdot \text{ft}^2$$

1-10　一熱導度 $k = 0.03$ Btu/h·ft 的一捆玻璃棉用來做冰箱的絕緣裝置，若由此盒內的最大熱損失不超過 15 Btu/h·ft²，此時盒內外溫差 80°F，求此絕緣裝置厚度。

解

$$q = k\frac{T_1 - T_2}{L}$$

$$\therefore \quad L = k\frac{T_1 - T_2}{q}$$

$$L = 0.03 \times \frac{80}{15}$$

$$= 0.16\ \text{ft}$$

$$= 1.92\ \text{in}$$

1-11　一平板一面絕緣，而另一面暴露於太陽下，若暴露於太陽下的這一面，得到 300 Btu/h·ft² 的太陽能（假設全由平板接收）且由對流方式，散熱到溫度爲 70°F 的大氣中，熱傳遞係數 $h = 3$

Btu／h · ft² °F，求平板表面的平衡溫度。

解 $q = h\,(T_f - T_w)$

$$\therefore\quad T_f = T_w + \frac{q}{h}$$

$$= 70° + \frac{300}{3}$$

$$= 170°\text{F}$$

1-12 將熱導度用轉換因子，由 Btu／h · ft²（°F／in）單位轉換至 W／m°C 單位。

解 $$1\frac{\text{Btu}}{\text{h}\cdot\text{ft}^2\cdot\dfrac{°\text{F}}{\text{in}}} = \frac{1055.04\ \text{W}\cdot\text{s}}{3600\ \text{s}\cdot 0.0929\ \text{m}^2 \times \dfrac{1}{1.8}\ °\text{C} \times \dfrac{1}{2.54\times 10^{-2}\ \text{m}}}$$

$$= 0.144\ \text{W}/\text{m}°\text{C}$$

1-13 由熱傳遞係數 $h = 50$ W／m² °C 轉換成 Btu／h · ft² °F 單位。

解 $$50\frac{\text{W}}{\text{m}^2\,°\text{C}} = \frac{50\times 3.42\times \text{Btu}/\text{h}}{10.764\ \text{ft}^2\times 1.8°\text{F}}$$

$$= 8.826\ \text{Btu}/\text{h}\cdot\text{ft}^2\cdot°\text{F}$$

1-14 運算下列轉換因子 $\dfrac{\text{Btu}/\text{h}\cdot\text{ft}^2\,°\text{F}}{4.882\ \text{Kcal}/\text{m}^2\,\text{h}\,°\text{C}}$　$\dfrac{\text{Btu}/\text{h}\cdot\text{ft}°\text{F}}{0.0173\ \text{W}/\text{cm}°\text{C}}$

解 (1) $$\frac{\text{Btu}/\text{h}\cdot\text{ft}^2\,°\text{F}}{4.882\ \text{Kcal}/\text{m}^2\,\text{h}\,°\text{C}} = \frac{5.677\ \text{W}/\text{m}^2\,°\text{C}}{4.882\times 3.968\ \text{Btu}/\text{m}^2\,\text{h}\,°\text{C}}$$

$$= \frac{5.677\ \text{W}/\text{m}^2\,°\text{C}}{4.882\times 3.968\times 0.2931\ \text{W}/\text{m}^2\,°\text{C}}$$

$$= 1$$

(2) $$\frac{\text{Btu}/\text{h}\cdot\text{ft}\,°\text{F}}{0.0173\ \text{W}/\text{cm}°\text{C}} = \frac{1.7303\ \text{W}/\text{m}°\text{C}}{0.0173\ \text{W}/\text{cm}°\text{C}}$$

$$= 1$$

第二章　傳導—基本方程式

2-1　寫出一微小體積的能量平衡，以導出直角座標中一維穩定態的熱傳方程式，包括能量產生和可變熱導度。

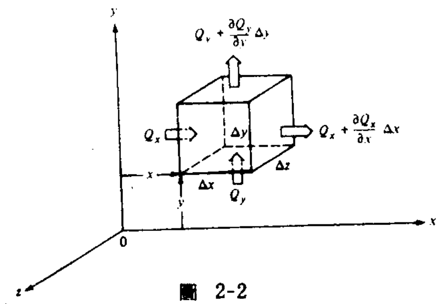


圖 2-2

解　能量平衡：

$$\underset{\text{I}}{\left(\frac{\text{由傳導進入體積的靜熱流量}}{\Delta x\cdot\Delta y\cdot\Delta z}\right)}+\underset{\text{II}}{\left(\frac{\text{體積中產生能量的速率}}{\Delta x\cdot\Delta y\cdot\Delta z}\right)}=\underset{\text{III}}{\left(\frac{\text{體積中內能增加的速率}}{\Delta x\cdot\Delta y\cdot\Delta z}\right)}$$

$$\therefore\quad q_x\cdot\Delta y\Delta z=Q_x$$

$$-\frac{\partial Q_x}{\partial x}\Delta x=-\frac{\partial q_x}{\partial x}\Delta x\Delta y\Delta z$$

$$\text{I}=-\left(\frac{\partial q_x}{\partial x}+\frac{\partial q_y}{\partial y}+\frac{\partial q_z}{\partial z}\right)\Delta x\Delta y\Delta z$$

$$\text{II}=g\Delta x\Delta y\Delta z$$

$$\text{III}=\rho c_P\frac{\partial T}{\partial t}\Delta x\Delta y\Delta z\qquad \rho\text{ , }c_P\text{ 為常數}$$

$$\therefore\quad -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x}+\frac{\partial q_y}{\partial y}+\frac{\partial q_z}{\partial z}\right)+g=\rho c_P\frac{\partial T}{\partial t}$$

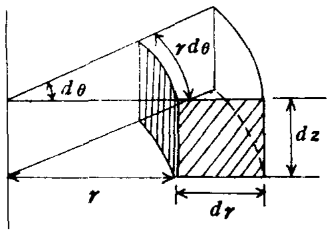
又一維穩定態

$$\therefore \quad -\frac{\partial q_x}{\partial x} + g = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[k(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + g = 0$$

2-2 在柱面座標和球面座標重做問題2-1。

解



(A) 柱面座標

$dV = r\,d\theta\,dr\,dz$

Ⅰ由傳導進入體積的靜熱流量：

$$\left(-\frac{\partial Q_r}{\partial r} dr \right) + \left(-\frac{\partial Q_\theta}{r\,\partial \theta} r d\theta \right) + \left(-\frac{\partial Q_z}{\partial z} dz \right)$$

$$Q_r = -k\frac{\partial T}{\partial r}(\, r d\theta dz \,)$$

$$Q_\theta = -k\frac{\partial T}{r\partial \theta}(\, dr dz \,)$$

$$Q_z = -k\frac{\partial T}{\partial z}(\, r d\theta dr \,)$$

上式⇒ $$\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rk\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(k\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) \right] dr\,(\, r d\theta \,)\, dz$$

Ⅱ體積中產生能量的速率

$g\,dr\,(\, r d\theta \,)\, dz$

Ⅲ體積中內能增加的速率

$$\rho c_P \frac{\partial T}{\partial t} dr\,(\, r d\theta \,)\, dz$$

Ⅰ＋Ⅱ＝Ⅲ

$$\therefore\quad \left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{k}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta}\right)\right.$$

$$\left.+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)\right]+g$$

$$=\rho c_P\frac{\partial T}{\partial t}$$

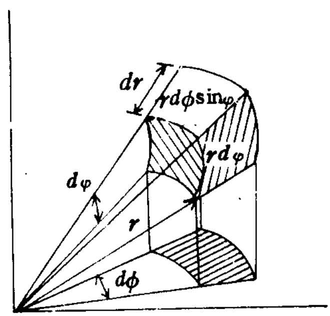
一維穩定態

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right)+g=0$$

(B)　球面座標

$$dV=dr\,(\,rd\phi\sin\varphi\,)(\,rd\varphi\,)$$

$$=r^2\sin\varphi\,drd\phi d\varphi$$



Ⅰ由傳導進入體積的靜熱流量

$$\left(-\frac{\partial Q_r}{\partial r}dr\right)+\left(-\frac{\partial Q_\varphi}{r\partial \varphi}rd\varphi\right)$$

$$+\left(-\frac{1}{r\sin\varphi}\frac{\partial Q_\phi}{\partial \phi}r\sin\varphi d\phi\right)$$

$$Q_r=-k\frac{\partial T}{\partial r}(\,r^2\sin\varphi d\varphi d\phi\,)$$

$$Q_\varphi=-k\frac{\partial T}{r\partial \varphi}(\,r\sin\varphi drd\phi\,)$$

$$Q_\phi=-k\frac{1}{r\sin\varphi}\frac{\partial T}{\partial \phi}(\,rdrd\varphi\,)$$

$$\Rightarrow\quad \left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr^2\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\varphi}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(k\sin\varphi\frac{\partial T}{\partial \varphi}\right)\right.$$

$$+\frac{1}{r\sin\varphi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{k}{r\sin\phi}\frac{\partial T}{\partial\phi}\right)\Big]\cdot r^2\sin\varphi drd\varphi d\varphi$$

Ⅱ 體積中產生能量的速率

$$gr^2\sin\varphi drd\varphi d\theta$$

Ⅲ 體積中內能增加的速率

$$\rho c_P\frac{\partial T}{\partial t}r^2\sin\varphi drd\varphi d\phi$$

Ⅰ＋Ⅱ＝Ⅲ

$$\Big[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr^2\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(k\sin\varphi\frac{\partial T}{\partial\varphi}\right)$$

$$+\frac{1}{r^2\sin^2\varphi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial\phi}\right)\Big]$$

$$\cdot\ r^2\sin\varphi drd\varphi d\phi+gr^2\sin\varphi drd\varphi d\phi$$

$$=\rho c_P\frac{\partial T}{\partial t}r^2\sin\varphi drd\varphi d\phi$$

$$\Big[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr^2\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(k\sin\varphi\frac{\partial T}{\partial\varphi}\right)$$

$$+\frac{1}{r^2\sin^2\varphi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial\phi}\right)\Big]+g$$

$$=\rho c_P\frac{\partial T}{\partial t}$$

一維穩定態

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr^2\frac{\partial T}{\partial r}\right)+g=0$$

2-3 一穩定態熱傳導問題，$0\leqslant x\leqslant a$，$0\leqslant y\leqslant b$ 有內能產生以及熱導度為常數，有下列邊界值，在 $x=0$ 表面絕熱，$x=a$ 表面以對流方式散熱到溫度為T_∞的大氣中，$y=0$ 表面保持固定溫度T_0，$y=b$ 表面以對流方式散熱到溫度為零度，寫出此數學方程式。

解 設熱導度 k，內能產生率 g_0，熱傳遞係數為 h

$$\frac{\partial^2T(x,y)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2T(x,y)}{\partial y^2}+\frac{g_0}{k}=0$$

$0\leqslant x\leqslant a$

$0\leqslant y\leqslant b$

$$\frac{\partial T(x,y)}{\partial x}=0 \qquad x=0$$

$$-k\frac{\partial T(x,y)}{\partial x}=h[T(x,y)-T_\infty] \qquad x=a$$

$$T(x,y)=T_0 \qquad y=0$$

$$-k\frac{\partial T(x,y)}{\partial x}=hT(x,y) \qquad y=b$$

2-4　一實心圓柱半徑 $r=b$，在 $r=b$ 表面，以對流方式散熱到溫度為 T_∞ 的介質中，熱傳遞係數為 h，試導出此表面邊界條件的數學式。

解　設此題為一維穩定態，k 為常數

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)=0 \qquad 0\leqslant r\leqslant b$$

且

$$-k\frac{\partial T}{\partial r}=h[T(r)-T_\infty] \qquad r=b$$

2-5　考慮一圓柱的熱傳導問題：

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{g}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \quad 0\leqslant r\leqslant b \quad t>0 \quad \cdots\cdots(1)$$

$$k\frac{\partial T}{\partial r}+hT=hT_\infty \qquad r=b \qquad t>0 \quad \cdots\cdots(2)$$

$$T=T_0 \qquad t=0 \qquad 0\leqslant r\leqslant b \quad \cdots\cdots(3)$$

將此問題表為一無因次的形式，以 $\eta=r/b$ 以及 $\theta=(T-T_\infty)/(T_0-T_\infty)$

解　$\eta=\dfrac{r}{b} \qquad r=\eta b$

$$\frac{\partial}{\partial r}=\frac{1}{b}\frac{\partial}{\partial \eta}$$

$$T=T_\infty+(T_0-T_\infty)\theta$$

$$dT=(T_0-T_\infty)d\theta$$

由(1)式

$$\therefore \quad \frac{1}{b\eta}\cdot\frac{1}{b}\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\eta b\cdot\frac{1}{b}\frac{\partial T}{\partial\eta}\right)+\frac{g}{k}$$

$$=\frac{1}{\alpha}(T_0-T_\infty)\frac{\partial\theta}{\partial t},$$

$$(T_0-T_\infty)\frac{1}{\eta b^2}\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\eta\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\right)+\frac{g}{k}$$

$$=\frac{(T_0-T_\infty)}{\alpha}\ \frac{\partial\theta}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{\eta}\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\eta\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\right)+\frac{gb^2}{k(T_0-T_\infty)}=\frac{\partial\theta}{\partial(\alpha t/b^2)}$$

$$(0\leqslant\eta\leqslant 1 \quad t>0) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

由(2)式

$$k\frac{\partial T}{\partial r}+hT=hT_\infty$$

$$k\cdot\frac{1}{b}(T_0-T_\infty)\frac{\partial\theta}{\partial\eta}+h[\theta(T_0-T_\infty)+T_\infty]=hT_\infty$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial\eta}+\frac{hb}{k}\theta=0 \qquad (\eta=1 \quad t>0) \quad \cdots\cdots\cdots(5)$$

由(3)式

$T=T_0$

$$\theta=1 \qquad (t=0 \qquad 0\leqslant\eta\leqslant 1)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

(4)(5)(6)即為所求

2-6 一實心球 $r=b$ 重做習題2-5。

解 $$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{g}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \qquad 0\leqslant r\leqslant b \quad t>0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$k\frac{\partial T}{\partial r}+hT=hT_\infty \qquad r=b \quad t>0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

$$T=T_0 \qquad t=0 \quad 0\leqslant r\leqslant b \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

由 $\eta=r/b$

$$\theta=(T-T_\infty)/(T_0-T_\infty)$$

∴　由(1)式

$$\frac{1}{\eta^2 b^2}\frac{1}{b}\frac{\partial}{\partial\eta}\left[\eta^2 b^2\frac{1}{b}\frac{\partial\theta}{\partial\eta}(T_0-T_\infty)\right]+\frac{g}{k}$$

$$=\frac{T_0-T_\infty}{\alpha}\frac{\partial\theta}{\partial t}$$

$$\frac{1}{\eta^2}\frac{\partial}{\partial\eta}\left[\eta^2\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\right]+\frac{gb^2}{k(T_0-T_\infty)}=\frac{\partial\theta}{\partial(\alpha t/b^2)}$$

$(0\leqslant\eta\leqslant 1 \quad t>0)$ ……………(4)

由(2)式

$$k\cdot\frac{1}{b}(T_0-T_\infty)\frac{\partial\theta}{\partial\eta}+h\left[\theta(T_0-T_\infty)+T_\infty\right]$$

$$=hT_\infty$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial\eta}+\frac{hb}{k}\theta=0$$

$(\eta=1 \quad t>0)$ ……………(5)

由(3)式

$T=T_0 \quad \Rightarrow \quad \theta=1$

$(t=0, 0\leqslant\eta\leqslant 1)$ ………(6)

(4)(5)(6)即爲所求

2-7　考慮一實心圓柱，$0\leqslant r\leqslant b$，$0\leqslant z\leqslant H$，熱源以一固定速率 g Btu/h·ft³ 產生，且熱導度爲常數，寫出下列邊界條件穩定態熱傳導的數學式：在 $z=0$ 表面爲絕熱，在 $z=H$ 表面以對流方式散熱到溫度爲 T_∞ 的介質中，熱傳遞係數爲 h，在 $r=b$ 表面，熱以等速率 q Btu/h·ft² 供給到圓柱中。

解　設溫度分佈 $T(r,\theta,z)$ 與 θ 對稱

$$\therefore \quad \frac{\partial T}{\partial\theta}=0$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial T(r,z)}{\partial r}\right]+\frac{\partial^2 T(r,z)}{\partial z^2}+\frac{g}{k}=0$$

$0\leqslant r\leqslant b \quad 0\leqslant z\leqslant H$

$$\frac{\partial T(r,z)}{\partial z}=0 \qquad z=0$$