

初级中学

代数第二册

教学参考书

人民教育出版社

(京)新登字113号

初级中学  
代数第二册  
教学参考书

王锦初 等编

\*

人民教育出版社出版  
天津市北方出版印刷公司重印  
天津市新华书店发行  
天津市蓟县印刷厂印装

\*

开本787×1092 1/32 印张6.75 字数140000

1989年12月第2版 1992年10月第4次印刷

印数89700-119900

ISBN 7-107-00151 5/G·208(课) 定价1.32元

这套初级中学《代数教学参考书》按照现行初级中学课本《代数》分成四册，供教师教学参考用。

本书是其中的第二册。它是在《全日制十年制学校初中数学第二册(试用本)教学参考书》的基础上，由北京教育学院编写的。参加编写工作的有王锦初、金岷、刘东、刘培娜等，全书由杨大淳校订。

# 目 录

说明	1
第五章 二元一次方程组	4
I 教学要求	4
II 教材分析和教学建议	4
III 习题的答案、提示和解答	32
IV 附录	47
第六章 整式的乘除	61
I 教学要求	61
II 教材分析和教学建议	61
一 整式的乘法	63
二 乘法公式	76
三 整式的除法	82
III 习题的答案、提示和解答	88
IV 附录	104
第七章 因式分解	112
I 教学要求	112
II 教材分析和教学建议	112
III 习题的答案、提示和解答	141
IV 附录	152
第八章 分式	158
I 教学要求	158
II 教材分析和教学建议	158
III 习题的答案、提示和解答	195
IV 附录	209

## 说 明

初级中学课本《代数》第二册的内容包括二元一次方程组、整式的乘除、因式分解、分式等四章。

这册教材总的教学要求是：

1. 使学生理解二元一次方程、方程组、二元一次方程组以及它们的解等概念；掌握消元的方法，能够熟练地解二元一次方程组，能初步掌握三元一次方程组的解法，并能列出二元一次方程组来解应用题。

2. 使学生理解幂的概念，掌握幂的运算性质、整式的乘法法则以及乘法公式，能够熟练地进行整式的乘除运算。

3. 使学生掌握四种因式分解的方法，能够熟练地对某些特殊的多项式进行因式分解。

4. 使学生理解分式的概念，掌握分式的基本性质和分式运算法则，能够熟练地进行分式运算和公式变形；掌握分式方程的解法和列出分式方程解应用题的方法。

这册教材共分四章。首先安排了与一元一次方程有联系的第五章二元一次方程组。二元一次方程的引入，丰富了方程的内容，开阔了学生的眼界。一般地说，一元一次方程有唯一的一个解，而二元一次方程的解的个数是无数个，并且每一个解是一对数。二元一次方程组与一元一次方程有密切的联系，只要通过消元的方法从方程组中的两个方程消去一个未知数，得到一个一元一次方程，就可以顺利地得到二元一次方

程组的解。

整式的加、减、乘(包括乘方)、除四则运算是代数式以及超越式的运算的基础。前一册代数中,安排了整式的加减法,本册第六章进一步安排了整式的乘除。这一部分内容,既是以有理数运算和整式的加减法为基础,又是为进一步学习因式分解和分式等内容作准备的。

在整式的乘除之后,教材安排了第七章因式分解。因式分解的内容与整式的乘除是密切相联的,整式的因式分解与整式的乘法是相反的,我们往往可以从整式乘法得出某些因式分解的方法。在运用提公因式法等时,也经常要用到整式的除法。学习因式分解,就为进一步学习分式运算和分式方程打下了必要的基础。

这册教材最后一章即第八章讲解分式的概念、分式的运算和分式方程。这样,就把代数式的运算从整式扩充到有理式,把一次方程(组)扩充到可化为一次方程(组)的分式方程(组)。反过来,分式运算是以整式运算为基础的,分式方程也往往要归结到整式方程来解。此外,通过本章有关分式方程增根内容的学习,将进一步加深对方程同解原理的认识和理解。

在本册教学中要注意以下几点:

一是注意教材的系统性,使学生在牢固掌握旧知识的基础上,学习新知识。要重视复习必要的旧知识,明确新旧知识之间的联系,从而系统地掌握所学的知识。

二是在教学中要重视培养学生的逻辑思维能力和提高代数式变形的能力,并逐步加强这两方面的训练。同时要逐步

培养学生自学的 ability。

就教材来说，又作了一些改进，但更主要的还是教师根据学生的实际情况，遵循教学规律，改进教学方法，以圆满地完成中学数学的教学任务。

这本教学参考书，按章(其中第六章还按单元)分以下几项内容：

I 教学要求。指明每章基础知识和基本技能以及思想教育的要求。

II 教材分析和教学建议。分析全章教材内容，指明这些内容的地位、作用与相互关系，并提出教材的重点、难点与关键，给出全章课时分配的参考意见；按节分条阐述教材编写意图，提出教学建议以及例、习题的处理意见。

III 习题的答案、提示和解答。对于教材中的练习、习题和复习参考题，根据难易程度，除少数略去外，分别给出答案、提示和解答。

IV 附录。主要是与教材有关的基础知识以及有关的数学史料。这部分内容一般不作为教学要求。

本册各章授课时间(按每周5课时)大致分配如下，仅供参考：

第五章	二元一次方程组	约 18 课时
第六章	整式的乘除	约 23 课时
第七章	因式分解	约 23 课时
第八章	分式	约 21 课时

## 第五章 二元一次方程组

### I 教学要求

1. 使学生理解二元一次方程解的不定性和相关性、三元一次方程的解集的意义;理解方程组、方程组的解和解方程组的意义。

2. 使学生能够熟练地用代入消元法和加减消元法解二元一次方程组;并会用消元法解三元一次方程组。

3. 使学生会用列出二元一次方程组的方法来解决一些实际问题,不断提高学生分析问题和解决问题的能力。

4. 结合一次方程组解法的教学,注意分析“未知”与“已知”、“多元”与“一元”的矛盾及其转化,对学生进行辩证唯物主义观点的教育,并注意结合实际问题的内容,对学生进行政治思想教育。

### II 教材分析和教学建议

本章内容是在学生掌握了有理数、整式的加减、一元一次方程等知识的基础上学习的。二元一次方程组是学习线性方程组和二元二次方程组的基础,在进一步学习一次函数和平面解析几何等内容时,经常要用到解二元一次方程组的知识,有很多实际问题也需要用二元一次方程组来解决。



教材首先引入二元一次方程、二元一次方程的解、二元一次方程组、二元一次方程组的解等概念。课本用两个二元一次方程的解集的公共部分说明二元一次方程组的解，这样既有利于深刻理解二元一次方程组的解的概念，又渗透了交集思想，为进一步学习作了准备。然后通过两个引例、七个例题重点介绍二元一次方程组的两种解法——代入法、加减法。继而是三元一次方程组解法举例，最后介绍一次方程组的应用。通过这些内容的学习，注意培养学生正确迅速的运算能力和分析问题解决问题的能力。

课本关于方程组是这样定义的：“由几个方程组成的一组方程，叫做方程组”。定义中所提的“方程”可以是代数方程，也可以是超越方程，在代数方程中如果是整式方程，可以包括一元、二元或多元方程，对于方程的次数可以是一次、二次或高次的，总之它的含意是比较广泛的；另外，它也没有涉及未知数的个数和方程的个数之间的关系。我们知道，可以有未知数的个数比方程的个数多、少或者相等这三种情形。课本中只研究相等的一种情形。因此本章介绍的二元一次方程组和三元一次方程组，都是未知数的个数和方程的个数相同的那些方程组，不涉及其它两种情形（见课本第5页第6行及第18页第8行）。

由含有相同的两个未知数的两个一次方程所组成的二元一次方程组，可能有唯一的一个解、无数个解或者无解（见附录）。本章主要研究有一个解，并且只有一个解的二元一次方程组，不研究另外两种情形。

本章教材的重点是利用消元法解二元一次方程组。二元

一次方程组是进一步学习所必须的基础知识，在解决较复杂的实际问题时比用一元一次方程容易一些，因而要求学生能够熟练地掌握二元一次方程组的这种解法。这种解法的关键是掌握消元的方法，因为不论用代入法消元，还是用加减法消元，都是设法消去其中的一个未知数，得出一个一元一次方程，从而求得方程组的解。用消元法解一次方程组所进行的变形是同解变形(见附录)，如果用方程组的同解原理说明消元法解方程组的同解性，不仅要增加许多篇幅而且学生理解起来会有些困难，因此这里不提同解原理。

本章教材的难点之一是二元一次方程的解的不定性。学生过去解一元一次方程得到的解都是一个，而二元一次方程的解则有无数多个，这是学生过去没有见过的；而每一个解又有一对数，对于解的不定性和相关性，学生是不易理解的。再一个难点是方程组的解的意义。还有，列出二元一次方程组来解应用题也是本章的一个难点。这是因为学生一方面对于了解题意(实际问题中的数量关系)会有一定的困难，另一方面是还不能正确地分析出问题中所给的两个条件，列出两个方程。解决这一难点的关键在于引导学生正确分析应用题中已知和未知之间的数量关系，从而能够找出两个相等关系，列出两个不同的方程。

本章教学时间约需 18 课时。具体分配如下(仅供参考)：

- |                  |        |
|------------------|--------|
| 5.1 二元一次方程       | 约 1 课时 |
| 5.2 二元一次方程组      | 约 1 课时 |
| 5.3 用代入法解二元一次方程组 | 约 2 课时 |
| 5.4 用加减法解二元一次方程组 | 约 3 课时 |

练习课

约 2 课时

5.5 三元一次方程组的解法举例

约 2 课时

5.6 一次方程组的应用

约 5 课时

复习

约 2 课时

## 5.1 二元一次方程

1. 关于二元一次方程的概念, 课本是由实际问题“已知两个数的和是 7, 求这两个数”引入的.

这个问题里有两个未知数, 如果设一个数是  $x$ , 另一个数是  $y$ , 那么根据题意, 可以列出方程

$$x+y=7.$$

这个方程含有两个未知数, 并且含有未知数的项的次数都是 1, 这样的方程叫做二元一次方程.

从二元一次方程的定义, 可以知道满足含有两个未知数并且含有未知数的项的次数都是 1 这两个条件的等式就叫做二元一次方程, 反过来二元一次方程就是指满足上述两个条件的等式. 其次由于定义里使用“未知数”这个词, 说明二元一次方程向我们提出一个问题: 有没有这样的两个未知数的值能使得等式成立? 如果有的话, 它们都是什么? 这些问题都是学习二元一次方程的主要问题.

### 2. 二元一次方程的解

对于方程  $x+y=7$ , 有没有两个未知数  $x$  和  $y$  的值使它成立呢? 显然是有的. 如  $x=3, y=4$  就满足方程. 课本给出二元一次方程的解的定义: “适合一个二元一次方程的每一对未知数的值, 叫做这个二元一次方程的一个解”.

要让学生注意这里的“一个解”是指“适合于方程的一对未知数的值”，如  $\begin{cases} x=3, \\ y=4 \end{cases}$  是方程  $x+y=7$  的一个解。强调二元

一次方程的一个解是适合方程的一对未知数的值，课本把

$\begin{cases} x=3, \\ y=4 \end{cases}$  不叫做“一组解”，而叫做“一个解”，是为了与后面的定

义前后一致。我们知道，线性方程组中，一个  $n$  元方程的一个解可以看成是一个  $n$  维向量，叫做它的解向量。同样，二元一次方程的一个解，就是一对有顺序的实数，可以看成是一个向量（二维的），这一对有序实数必须合在一起才能构成一个解向量，例如对于方程  $x+y=7$ ，不能说  $x=3$  是方程的一个解，只

有当  $x=3$  时求出  $y=4$  并且写成  $\begin{cases} x=3, \\ y=4 \end{cases}$  才是方程的一个解。

教学时可以根据学生的实际情况，先复习一元一次方程的概念和一元一次方程解的概念。引入二元一次方程有关概念时，处处都要与一元一次方程相呼应，并启发学生找出使这个二元一次方程  $x+y=7$  左右两边的值相等的未知数的值，从而说明适合于二元一次方程的两个未知数的值合在一起，叫做这个方程的一个解。要强调这两个未知数的值必须“适合于”方程，并且要强调这是方程的“一个解”，而不能说是两个解，因为它们合在一起才能满足方程。问题的条件是两个数的和是7，只求出一个数还不能满足这个条件，必须求出另一个数，才能满足条件，因为这两个数是相关的，为了表示它们的

相依关系，加上“{”把它们合在一起，写成  $\begin{cases} x=3, \\ y=4 \end{cases}$  的形式，叫做

方程的一个解。

课本接着说明了二元一次方程“有无数个解”。关于二元一次方程“有无数个解”是教学中的一个难点。为了突破这个难点，可在学生初步明确二元一次方程的解的概念之后提出方程  $x+y=7$  有多少个解的问题，用些时间让学生议一议。在

说出除  $\begin{cases} x=3, \\ y=4 \end{cases}$  以外的一些解之后，一面指出二元一次方程的

解与一元一次方程不同，一面提出如何去求这些解。如课本中所讲，把方程  $x+y=7$  变形，用含有  $x$  的代数式表示  $y$ ，得

$$y=7-x.$$

在这个方程里，如果  $x$  取一个值，就可以求出与它对应的  $y$  的一个值，可列表说明如下：

$x$	.....	-1	0	2.7	5	.....
$y$	.....	8	7	4.3	2	.....

表中每一对数就是方程的一个解，还可以让学生再多求出一些解，可设  $x$  为正的或负的整数、分数或小数，例如设  $x=1.6, 1.7$ 。还可在  $1.6$  与  $1.7$  之间设  $x=1.61, 1.62, \dots$ ，再在  $1.61$  与  $1.62$  之间设  $x=1.611, 1.612, \dots$  等等，并分别求出与它们对应的  $y$  值，从而说明适合这种关系的解有无数个，由此，得出课本上的结论“因此，任何一个二元一次方程都有无数个解”。

除以上所举的一些解之外，还可以举几组数，如  $\begin{cases} x=2, \\ y=8, \end{cases}$

$\begin{cases} x=-0.3, \\ y=6 \end{cases}$  等等，让学生判断一下，它们是不是方程  $x+y=7$

的解,说明一个二元一次方程虽然有无数个解,但并不是任意一对未知数的值都是这个二元一次方程的解,从而进一步指出,一个二元一次方程表示两个未知数之间的一种关系,如 $x+y=7$ 表示“ $x$ 与 $y$ 的和是7”这样一种关系,适合这种关系的未知数的值有无数对;另一方面,这两个未知数的值是互相联系互相制约的,也就是说,它们有一种相依关系,如 $x=2$ ,必须 $y=5$ ;  $x=-0.3$ ,必须 $y=7.3$ 等等.不是任意一对数值都适合于这种关系.

3. 实际问题的解与所列方程的解两者之间是有区别的,我们看下面三个例子:

(1) 两数的和是7,这两数各是多少?

(2) 两根木材共长7米,这两根木材各长多少?

(3) 某校7个人参加市运动会,问男、女各有多少人?

这三个问题列出的二元一次方程都是 $x+y=7$ .对于方程 $x+y=7$ , $x,y$ 可以是任意复数(在目前,对学生来说,是任意有理数),适合这个方程的解有无数个.但把方程与实际问题的解联系起来,由于 $x,y$ 所代表的实际意义不同,所以问题的解也不一样.在问题(1)中, $x,y$ 可以是适合于方程的任意数值,这样的解有无数个;在问题(2)中, $x,y$ 可以是大于零和小于7的数值,这样的解也有无数个;在问题(3)中, $x,y$ 只能是不小于零和不大于7的整数,这样的解只有8个.课本中指出:任何一个二元一次方程都有无数个解,是指对所列的方程来说的,不是指实际问题的解的情况,并且对所列方程的未知数没有加以限制.当然,如果对二元一次方程的未知数有限制条件时,这个方程就不一定有无数个解,甚至没有解.例如,

当未知数  $x$  和  $y$  均为自然数时, 方程  $x+y=7$  只有六个解; 而方程  $x+y=1$  就没有解. 这些内容一般不必过早地教给学生.

4. 求二元一次方程的解, 可以先给出一个未知数的一个值, 再通过解一元一次方程求出另一个未知数的值, 这样求出一对数值就是二元一次方程的一个解. 为了计算方便, 还可以把这个二元一次方程变形为用一个未知数的代数式表示另一个未知数的形式(例如把  $x+y=7$  表示为  $y=7-x$ ), 然后给出  $x$ (或  $y$ ) 的一些值, 求出对应的  $y$ (或  $x$ ) 的值. 应当使学生掌握这种求二元一次方程的解的方法, 为以后学习用代入法解二元一次方程组打下基础.

5. 在学生初步理解二元一次方程有无数个解以后, 可以复习一元一次方程的解及一元一次不等式的解集. 再说明二元一次方程的所有的解组成的集合, 叫做二元一次方程的解集, 它的元素有无穷多个, 可以用图表示如下:

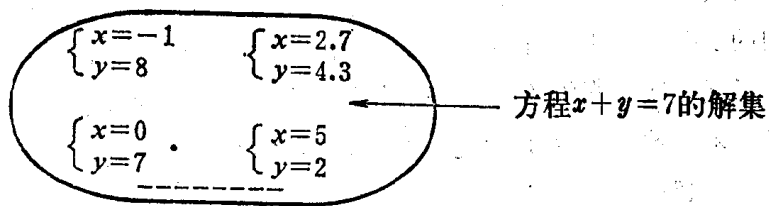


图 5-1

## 5.2 二元一次方程组

1. 课本用实际问题“有甲、乙两个数, 甲数的 3 倍比乙数的 2 倍多 11, 甲数的 2 倍与乙数的 3 倍的和是 16, 求甲、乙两

数。”引入方程组的概念。这个问题如果设一个未知数用列一元一次方程的方法来求解，是比较困难的。如果设两个未知数，例如设甲数为  $x$ ，乙数为  $y$ ，那么就可以列出下面两个二元一次方程：

$$3x - 2y = 11,$$

$$2x + 3y = 16.$$

这样，不但便于引入二元一次方程组的概念，而且当引导学生分析解题过程时，就会发现，在解决实际问题时，列出两个二元一次方程比列一元一次方程来解要容易一些。

本节引出了方程组的概念后进一步给出二元一次方程组的定义：

“由几个一次方程组成并含有两个未知数的方程组，叫做二元一次方程组。”

定义中“几个”的含意是：可以是二个或二个以上的方程所组成的方程组，这里只研究方程的个数与未知数的个数相同的那些方程组，即由两个一次方程组成的二元一次方程组。在二元一次方程组的两个方程中不一定每一个方程都必须有二个未知数，而是在两个方程中，未知数的个数共有两个，如

方程组  $\begin{cases} 6x - 5y = -1, \\ 3x = 2 \end{cases}$  也叫做二元一次方程组。而对方程组

$\begin{cases} x + y = 7, \\ 3y + 2z = 5 \end{cases}$  来说，虽然每一个方程都是二元一次方程，但这个

方程组中，未知数共有三个  $(x, y, z)$ 。所以不能叫做二元一次方程组，而是三元一次方程组。

和二元一次方程一样，二元一次方程组向我们提出一个



问题：有没有两个未知数的值能同时满足这个方程组的两个方程？如果有的话，把它求出来。这是学习二元一次方程组的主要问题。

## 2. 二元一次方程组的解

课本对方程组的解是这样定义的：“方程组里各个方程的公共解，叫做这个方程组的解。”

学生理解方程组的解的概念也是一个难点，这是因为这里未知数和方程的个数都增多了，求出的解要同时满足两个方程，这些都是学生所不熟悉的。所以应当联系实际，重点讲解二元一次方程组及其解的意义。为此，课本根据实际问题的两个条件分别列出两个二元一次方程

$$3x - 2y = 11, \quad (1)$$

$$2x + 3y = 16. \quad (2)$$

其中的两个未知数 $x, y$ 分别代表相同的一个量( $x$ 在方程(1)中代表甲数，在方程(2)中也代表甲数； $y$ 在方程(1)中代表乙数，在方程(2)中也代表乙数)。因此， $x$ 与 $y$ 在两个方程中应当分别有相同的值，也就是说，方程组的解就是方程组里各个方程的公共解。

为了求出既适合方程(1)，又适合方程(2)的 $x, y$ 的值，也就是求出两个方程的公共解。根据上节求二元一次方程的解的方法，把这两个方程变形，用含有 $x$ 的代数式表示 $y$ ，得

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{11}{2}, \quad (3)$$

$$y = \frac{16}{3} - \frac{2}{3}x. \quad (4)$$