教育部重点课题研究成果

全品图书 CHAMPION

素质教育新教案

（配套人民教育出版社现行教材）

全国知名中学科研联合体
实施素质教育的途径与方法课题组　编

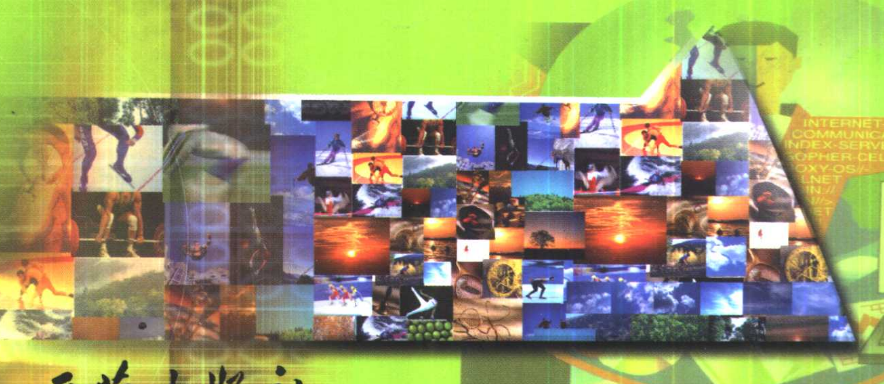
修订版

- 为教师减负
- 为家长分忧
- 为学生导航

数学

高中（第一册下）

高一下学期用



西苑出版社
XIYUAN PUBLISHING HOUSE

素质教育新教案

数学

高中第一册(下)

全国知名中学科研联合体实施
素质教育的途径与方法课题组 编

西苑出版社
XIYUAN PUBLISHING HOUSE

图书在版编目（CIP）数据

素质教育新教案．数学：高中第一册（下）/全国知名中学科研联合体实施素质教育的途径与方法课题组编．－北京：西苑出版社，2000．7

ISBN7－80108－327－X

Ⅰ．素…　Ⅱ．全…　Ⅲ．数学课－教案（教育）－高中　Ⅳ．G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2000）第 64534 号

数　学

高中第一册（下）

编　　者　全国知名中学科研联合体实施素质教育的途径与方法课题组

出版发行　西苑出版社

通讯地址　北京市海淀区阜石路 15 号　邮政编码 100039

电　话　68173419　传真　68173417

网　　址　www．xycbs．com　E－mail aaa @ xycbs．com

印　　刷　三河市长城印刷有限公司

经　　销　全国新华书店

开　　本　787×1092 毫米 1/16　印张 19．125

印　　数　20 001—25 000 册　字数 418 千字

2002 年 12 月第 3 版　2002 年 12 月第 1 次印刷

书　　号　ISBN 7－80108－327－X/G·101

定　价：21．00 元

编 委 会 名 单

总　　编： 赵钰琳

执行总编： 王文琪　孟宪和

编　　委： 程　翔　刘德忠　蔡放明

熊成文　肖忠远　税正洪

陈胜雷　王朝阳　张文林

张雪明　陈书桂

本册主编： 蔡大志

修订主编： 胡兴平

副 主 编： 王先东　王池富

编　　者： 朱达坤　徐高诚　鲁旺华

金迪曾　刘素庆　肖赣华

陈斌莲　刘韵汶　陈啸游

岳　敬　胡兴平

修 订 说 明

伴着新世纪的钟声,《素质教育新教案》从第一版出版发行至今,已经走过了两年的历程。在这两年多时间里,我们收到了全国各地3500多封读者来信。从读者来信情况看,大家对《素质教育新教案》基本上是肯定的。广大读者对《新教案》予以很高的评价,并且发表了许多溢美之辞。但是,我们深知,《新教案》离真正实现素质教育理想尚有很大差距。特别是近两年,我国基础教育获得了很大的发展,国务院颁布了《关于基础教育改革与发展》的决定,教育部颁布了《基础教育课程指导纲要》。为了充分体现这些新精神、新观念,我们决定对《新教案》予以重新修订。

一、《素质教育新教案》的修订原则

第一,加大理论联系实际内容。以前中小学各科教案过于强调学科理论体系的完整与严谨,而对如何把学科理论和学生所面临的实际生活结合起来重视不够。本次修订的《新教案》加大把各学科灰色的理论和鲜活的实际生活相结合的内容,使教师和学生更好地理解和把握学科知识和生活实际。

第二,实现4个渗透。这4个渗透是:德育渗透、美育渗透、学科渗透、科学精神和人文精神的渗透。

第三,教案学案一体化设计原则。前两版《素质教育新教案》基本上是针对教师备课使用的。这次修订的《素质教育新教案》尽量增加学生可用的知识内容,争取让更多的学生能从中汲取有益的营养。

第四,体现强烈的时代特点。《新教案》充分体现了知识经济时代对人才综合素质的要求,突出对学生创新能力和实践能力的培养和训练。同时,尽最大可能激发学生的学习兴趣,关注学生的情感态度和价值观的培养。

第五,内容上反映了最新成果。本教案的编写力求在充分理解《国务院关于基础教育改革与发展的决定》基本精神基础上,结合中小学课程教材改革最新进程,总结倡导素质教育以来的最新成果。

第六,可操作性原则。《新教案》的体例设计和教学安排充分考虑到中小学的学习特点,所有教师活动和学生活动均方便操作。

第七,多种教学模式并存的原则。在修订《新教案》时注意了不能整本书只有一种教学模式,尝试将多种教学模式运用到各科教学中。

二、《素质教育新教案》修订时把握的全新理念

《素质教育新教案》应把握的理念很多,为方便起见,特通过与传统教案的比较说明如下:

表现方式	传统的教案	素质教育新教案
教师与学生的位置	以教师为中心	以学生为中心
学生发展的关注范围	单方面发展(智育)	德智体美等多方面发展
知识范围	课内知识的理解	课内知识及课外广泛教育资源的运用
教学模式	灌输-接受	研究性学习
学习方式	独立学习	自主、合作、探究学习
学习反应	被动反应	有计划的行动
学习重点	以知识传授为重点	以能力和素质为重点
学习活动的内容	基于事实知识的学习	批判思维和基于选择、决策的学习
教学的背景	孤立的人工背景	仿真的、现实生活中的背景
教学媒体	单一媒体	多媒体
信息传递	单向传递	(双向)多项交换
评价方式	达标性内容和终结性评价	形成性评价以及这些评价所具有的反馈和激励功能
学习过程	基本知识和基本技能的分解	除双基外,更关注兴趣激发及学习中的情感体验和价值观的形成

三、《素质教育新教案》在原体例结构基础上增加或修改的内容

（一）“素质教育目标”增加“（四）美育渗透点”。

（二）增加“学法引导”，主要包括“教师教法”和“学生学法”。

（三）“学生活动设计”改为“师生互动活动设计”，即在原有“学生活动设计”基础上增加“教师活动设计”内容。

（四）“参考资料”改为“背景知识和课外阅读”，供教师备课参考和学生课外阅读。

（五）增加了“单元复习”教案。

（六）增加了“单元测试题”。

（七）增加了“期中期末测试题”。

（八）每节课增加3～10道题型多样的随堂练习。

（九）高中部分增加“研究性学习”课题及操作过程。初中部分增加“科学探究”课题及操作过程。

（十）语文学科除阅读课教案外，还增加听说和写作（作文）等内容的教案设计和训练。

（十一）英语学科，每单元增加一个听力材料。

总之，**实施素质教育的主渠道在课堂，实施素质教育的关键在教师**。这是教育界的普遍共识。不过，更具建设性的问题是，教师如何通过教案的准备和设计，在课堂教学中渗透素质教育的观念，真真正正地贯彻“以教师为主导，以学生为主体”这一教育思想，这是一个理论上没有正解的课题，实践上，也是一个存在着多元答案的开放性问题。因此，我们组织编写本教案的目的就是为广大教师进行课堂素质教学提供一种参考，而不是一种规范；这是对教学方法的研究，而不是对教学流程的固化。所以，我们希望通过此套教案，促进研讨，边实践边总结，广泛听取意见，把我们大家都很关心的素质教育课题完成得更好。

本丛书涉及到中学的语文、数学、英语、政治、历史、地理、物理、化学、生物九个学科和小学的数学、语文两个学科。

这套丛书的读者对象，首先是有关学科的教师，其次是就读中小学的学生及主管教学工作的领导和开展素质教育科研工作的同志。此外，对关心孩子成长的家长来说，也是不可多得的良师益友。

《素质教育新教案》编委会

2003年1月

目 录

第四章 三角函数

第四章　三角函数

一　任意角的三角函数

4.1　角的概念的推广

一．素质教育目标

(一)知识教学点

1. 推广角的概念、引入大于 360° 角和负角．
2. 正角、负角、零角的定义．
3. 象限角、坐标轴上角的概念．
4. 与角 α 有相同终边的角的集合记法．

(二)能力训练点

1. 理解并掌握正角、负角、零角定义．
2. 理解任意角的概念，掌握所有与 α 角终边相同的角(包括 α 角)的表示方法．

(三)德育渗透点

从"射线绕着其端点旋转而形成角"的过程，培养学生用运动变化的观点审视事物，用对立统一规律揭示生活中的空间形式和数量关系．

(四)美育渗透点

由正、负、零角的引入，让学生感受图形的对称美、运动美．

二．学法引导

从日常生活中大量的大于 360° 角以及按不同方向旋转而成的角的实例，说明扩充角范围的必要性。像区别一对具有相反意义的量一样，为了表示按顺、逆时针方向旋转而成的角，需要引入正、负角．而这些定义或规定都是在初中所学知识的基础上，运用合情推理或类比的方法得到的．

概念需要辨析才会清楚，像锐角、第一象限角、$360^\circ\sim450^\circ$ 角、小于 90° 角等概念，可通过学生合作学习或相互提问补充的方法来掌握．

终边相同角，正、负角可借助电脑等媒体工具进行演示，利用动态效果，使学生更好掌握知识，明辨是非.

教师备注

三.重点·难点·疑点及解决办法

1. 教学重点:理解正角、负角、零角的定义,掌握终边相同角的表示法.

2. 教学难点:终边相同的角的表示及判定.

3. 教学疑点:

(1)虽然两角不等,但其终边未必不同.

(2)第一象限角的半角,未必在第一象限.

(3)从集合角度明辨:"0°～90°""第一象限角""锐角""小于90°角"之间的包含关系.

四.课时安排

2课时

五.教学步骤

第一课时

(一)教学具准备

直尺、投影仪(多媒体教室更好)

(二)教学目标

1. 理解引入大于360°角和负角的意义.

2. 理解并掌握正、负、零角的定义.

3. 掌握终边相同角的表示法.

4. 理解象限角的概念、意义及其表示方法.

(三)教学过程

1. 设置情境

设 OA 为自行车车轮的一个半径,轮子按逆时针方向旋转一周过程中,OA 形成0°～360°的所有角,如果继续旋转第二周、第三周……,则 OA 形成了更大范围内的角,这些角显然超出了我们已有的认识范围。本节课将在已掌握的0°～360°角的范围基础上,重新给出角的定义,并研究这些角的分类及记法.

2. 探索研究

(1)正角、负角、零角概念

①一条射线由原来位置 OA,绕着它的端点 O,按逆时针方向旋转转到 OB 形成的角规定为正角,如图4－1中角 α;把按顺时方向旋转所形成的角规定为负角,如图4－2中的 β;射线没作任何旋转时,我们认为它这时也形成了一个角,并把这个角规定为零角,与初中所学角概念一样,OA、OB,点 O 分别叫该角的始边、终边、角顶点.

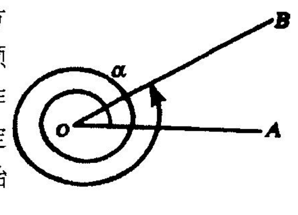


图4－1

教师备注

②如果把角顶点与直角坐标系原点重合，角的始边在 x 轴的正半轴上，这时，角的终边落在第几象限，就称这个角是第几象限角，特别地，如果角的终边落在坐标轴上，就说该角不属于任何象限，习惯上称其为轴上角．

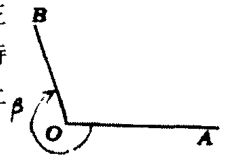


图 4－2

③我们作出 390°，－330° 及 30° 三个角，易知，它们的终边相同。还可以看出，$\beta=30^\circ+k\cdot360^\circ$，$k\in\mathbf{Z}$ 的终边也是与 30° 角终边重合的，而且可以理解，与 30° 角终边相同的角，连同 30° 在内，可以构成一个集合，记作 $S=\{\beta\mid\beta=30^\circ+k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$．一般地，我们把所有与角 α 终边相同的角，连同角 α 在内的一切角，记成 $\beta=\alpha+k\cdot360^\circ$，$k\in\mathbf{Z}$ 或写成集合 $S=\{\beta\mid\beta=\alpha+k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$ 形式．

(2)例题分析

【例 1】 在 0°～360°间，找出与下列各角终边相同的角，并判定它们是第几象限角(1)－120°；(2)660°；(3)－950°08′.

解：(1)∵ $-120^\circ=240^\circ-360^\circ$

∴与 －120° 角终边相同的角是 240° 角，它是第三象限的角；

(2)∵ $660^\circ=300^\circ+360^\circ$

∴与 660° 终边相同的角是 300°，它是第四象限的角；

(3) $-950^\circ08'=129^\circ52'-3\times360^\circ$

所以与 －950°08′ 角终边相同的角是 129°52′，它是第二象限角．

(1)的草式　　(2)的草式　　(3)的草式

$$360^\circ\overline{)\,-120^\circ\,}\ \ \text{商}-1,\quad -360^\circ,\quad 240^\circ$$

$$360^\circ\overline{)\,660^\circ\,}\ \ \text{商}\ 1,\quad 360^\circ,\quad 300^\circ$$

$$360^\circ\overline{)\,-950^\circ08'\,}\ \ \text{商}-3,\quad -1080^\circ,\quad 129^\circ52'$$

总结：草式写在草稿纸上，正的角度除以 360°，按通常除法进行；负的角度除以 360°，商是负数，它的绝对值应比被除数为其相反数时相应的商大 1，以使余数为正值．

练习：(学生板演，可用投影给题)

(1)一角为 30°，其终边按逆时针方向旋转三周后的角度数为______．

(2)集合 $M=\{\alpha\mid\alpha=k\cdot90^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$ 中，各角的终边都在　　(　)

A. x 轴正半轴上，

B. y 轴正半轴上，

C. x 轴或 y 轴上，

D. x 轴正半轴或 y 轴正半轴上

解答：(1)1110°

(2)C

【例 2】 写出与下列各角终边相同的角的集合 S，并把 S 中适合不等式 $-360^\circ\leq\beta<720^\circ$ 的元素 β 写出来：

(1)70°；(2)－21°；(3)463°14′.

解：(1) $S=\{\beta\mid\beta=70^\circ+k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$

教师备注

S 中适合 $-360^\circ \leqslant \beta < 720^\circ$ 的元素是 $70^\circ - 1\times 360^\circ = -290^\circ$

$70^\circ + 0\times 360^\circ = 70^\circ \quad 70^\circ + 1\times 360^\circ = 430^\circ$

(2) $S=\{\beta \mid \beta = -21^\circ + k\cdot 360^\circ, k\in \mathbf{Z}\}$

满足条件的元素是 $-21^\circ + 0\times 360^\circ = -21^\circ$

$-21^\circ + 1\times 360^\circ = 339^\circ \quad -21^\circ + 2\times 360 = 699^\circ$

(3) $S=\{\beta \mid \beta = 463^\circ 14' + k\cdot 360^\circ, k\in \mathbf{Z}\}$

S 中适合元素是

$463^\circ 14' - 2\times 360^\circ = -256^\circ 46'$

$463^\circ 14' - 1\times 360^\circ = 103^\circ 14'$

$463^\circ 14' + 0\times 360^\circ = 463^\circ 14'$

说明：与角 α 终边相同的角，连同 α 在内可记为 $\beta = \alpha + k\cdot 360^\circ, k\in \mathbf{Z}$ 这里

(1) $k\in \mathbf{Z}$;

(2) α 是任意角；

(3) $k\cdot 360^\circ$ 与 α 之间是"+"连接，如 $k\cdot 360^\circ - 30^\circ$ 应看做 $(-30^\circ) + k\cdot 360^\circ$；

(4)终边相同角不一定相等，但相等的角终边必相同，终边相同的角有无数个，它们彼此相差 360° 的整数倍；

(5)检查两角 α_1, α_2 终边是否相同，只要看 $\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{360}$ 是否为整数．

练习：(学生口答；用投影给出题)

(1)请用集合表示下列各角．

①$0^\circ \sim 90^\circ$ 间的角　②第一象限角　③锐角　④小于 90° 角．

(2)分别写出：

①终边落在 y 轴负半轴上的角的集合；

②终边落在 x 轴上的角的集合；

③终边落在第一、三象限角平分线上的角的集合；

④终边落在四象限角平分线上的角的集合．

解答(1)①$\{\alpha \mid 0^\circ \leqslant \alpha < 90^\circ\}$；②$\{\alpha \mid k\cdot 360^\circ < \alpha < 90^\circ + k\cdot 360^\circ, k\in \mathbf{Z}\}$；

③$\{\alpha \mid 0^\circ < \alpha < 90^\circ, k\in \mathbf{Z}\}$；④$\{\alpha \mid \alpha < 90^\circ\}$

(2)①$\{\alpha / \alpha = -90^\circ + k\cdot 360^\circ, k\in \mathbf{Z}\}$；

②$\{\alpha \mid \alpha = k\cdot 180^\circ, k\in \mathbf{Z}\}$、

③$\{\alpha \mid \alpha = 45^\circ + k\cdot 180^\circ, k\in \mathbf{Z}\}$；

④$\{\alpha \mid \alpha = 45^\circ + k\cdot 90^\circ, k\in \mathbf{Z}$

说明：第一象限角未必是锐角，小于 90° 的角不一定是锐角，$0^\circ \sim 90^\circ$ 间的角，根据课本约定它包括 0°，但不包含 90°．

【例 3】 用集合表示：

(1)第三象限角的集合．

(2)终边落在 y 轴右侧的角的集合．

解：(1)在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 中，第三象限角范围为 $180^\circ < \alpha < 270^\circ$，而与每个 α 角终边相同的角可记为 $\alpha + k\cdot 360^\circ, k\in \mathbf{Z}$，故该范围中每个角适合 $k\cdot 360^\circ + 180^\circ < \alpha < k\cdot 360^\circ + 270^\circ$，$k\in \mathbf{Z}$，故第三象限角集合为 $\{\alpha \mid k\cdot 360^\circ + 180^\circ < \alpha < k\cdot 360^\circ + 270^\circ, k\in \mathbf{Z}\}$．

教师备注

(2)在 $-180^\circ \sim 180^\circ$ 中，y 轴右侧的角可记为 $-90^\circ < \alpha < 90^\circ$，同样把该范围“旋转” $k\cdot 360^\circ$ 后，得 $-90^\circ + k\cdot 360^\circ < \alpha < 90^\circ + k\cdot 360^\circ$，$k \in \mathbf{Z}$，故 y 轴右侧角的集合为 $\{\alpha \mid k\cdot 360^\circ - 90^\circ < \alpha < k\cdot 360^\circ + 90^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$.

说明：一个角按顺、逆时针旋转 $k\cdot 360^\circ$ ($k \in \mathbf{Z}$)后与原来角终边重合，同样一个“区间”内的角，按顺逆时针旋转 $k\cdot 360^\circ$ ($k \in \mathbf{Z}$)角后，所得“区间”仍与原区间重叠．

3．演练反馈

(1)与 -1778° 的终边相同且绝对值最小的角是______．

(2)若角 α 与角 β 的终边重合，则 α 与 β 的关系是______，若角 α 与角 β 的终边在一条直线上，则 α 与 β 的关系是______．

(3)若 α 是第四象限角，则 $\pi - \alpha$ 是 ( )

A. 第一象限角　B. 第二象限角　C. 第三象限角　D. 第四象限角

答案：(1)22°；(2)$\alpha = \beta + k\cdot 360^\circ$ ($k \in \mathbf{Z}$)，$\alpha = \beta + k\cdot 180^\circ$，$k \in \mathbf{Z}$，(3)C

4．总结提炼

判断一个角 α 是第几象限角，只要把 α 改写成 $\alpha' + k\cdot 360^\circ$，$k \in \mathbf{Z}$ $0^\circ \leqslant \alpha' < 360^\circ$，那么 α' 在第几象限，α 就是第几象限角，若角 α 与角 β 适合关系：$\alpha - \beta = (2k)\cdot 180^\circ$，$k \in \mathbf{Z}$，则 α、β 终边相同；若角 α 与 β 适合关系：$\alpha - \beta = (2k+1)\cdot 180^\circ$，$k \in \mathbf{Z}$，则 α、β 终边互为反向延长线．判断一个角所有象限或不同角之间的终边关系，可首先把它们化为：$\alpha' + k\cdot 360^\circ$，$k \in \mathbf{Z}$ 这种模式($0^\circ \leqslant \alpha' < 360^\circ$)，然后只要考查 α' 的相关问题即可．另外，数形结合思想、运动变化观点都是学习本课内容的重要思想方法．

(四)课时作业

1．在 0° 到 360° 范围内，找出与下列各角终边相同角，并指出它们是哪个象限角

(1) -265°　(2) $1185^\circ 14'$　(3) $-843^\circ 10'$　(4) $2903^\circ 15'$

2．写出终边在 x 轴上的角的集合(用 $0^\circ \sim 360^\circ$ 的角表示)

3．写出与 -1050° 终边相同的角的集合，并把集合中适合不等式 $-360^\circ \leqslant \gamma < 360^\circ$ 的元素 γ 写出来．

4．时针走过 3 小时 20 分，则分钟所转过的角的度数为______，时针所转过的角的度数为______．

5．写出终边在直线 $y = x$ 上的角的集合，并给出集合中介于 -180° 和 180° 之间的角．

6．角 α 是 $180^\circ \sim 360^\circ$ 中的一个角，若角 5α 与 α 角有相同始边，且又有相同终边，则角 α =______

参考答案：

1．(1)95°　(2)$105^\circ 14'$　(3)$236^\circ 50'$　(4)$23^\circ 15'$

2．$\{\alpha \mid \alpha = k\cdot 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$

3．$\{\alpha \mid \alpha = -1050^\circ + k\cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$，$30^\circ$ 或 -330°

4．-1200°，-100°

5．$\{\alpha \mid \alpha = 45^\circ + k\cdot 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$，$45^\circ$ 或 -135°

6．270°

教师备注

(五)板书设计

4.1. 角的概念的推广 1. 正角、负角、零角定义 2. 象限角(轴上角) 3. 与角 α 终边相同的角表示法 (区域角的表示法) 4. 小结	例 1	例 2	例 3

第二课时

(一)教学具准备

投影仪

(二)教学目标

1. 讨论等分角所在象限问题.
2. 会表示给定区域内的角的集合.

(三)教学过程

1. 教学情境

我们都知道,$60°$ 是锐角,$60°$ 角的一半($\frac{1}{2}\times 60°$)也是锐角,那么第一象限角:$60°+k\cdot 360°, k\in \mathbf{Z}$ 的一半($30°+k\cdot 180°, k\in \mathbf{Z}$)是否仍在第一象限呢?

2. 探索研究

(1)在上述问题中,令 $\alpha=60°+k\cdot 360°, k\in \mathbf{Z}$,则 $\frac{\alpha}{2}=30°+k\cdot 180°$

为了确认 $\frac{\alpha}{2}$ 的终边所在位置,关键是"看",$k\cdot 180°$ 是否为 $360°$ 的整数倍。为此可对 k 的奇、偶性展开讨论.

①若 $k=2m, m\in \mathbf{Z}$,则 $\frac{\alpha}{2}=30°+m\cdot 360°$,进而可知 $\frac{\alpha}{2}$ 与 $30°$ 角终边相同且在Ⅰ象限.

②若 $k=2m+1, m\in \mathbf{Z}$,则 $\frac{\alpha}{2}=(30°+180°)+m\cdot 360°$,易知 $\frac{\alpha}{2}$ 与 $210°$ 角终边相同,都在Ⅲ象限.

综上可知,$\frac{\alpha}{2}$ 在Ⅰ或Ⅲ象限,且它的两个终边互为反向延长线。

(2)若已知:角 α 满足 $\alpha_1+k\cdot 360°<\alpha<\alpha_2+k\cdot 360°$,$\alpha_1$、$\alpha_2$ 为常数,$k\in \mathbf{Z}$,则 $\frac{\alpha}{2}$ 所在位置如何确定?

事实上,此问题可以仿照上述问题一样处理.

$\because \alpha_1+k\cdot 360°<\alpha<\alpha_2+k\cdot 360°, k\in \mathbf{Z}$

$\therefore \frac{\alpha_1}{2}+k\cdot 180°<\frac{\alpha}{2}<\frac{\alpha_2}{2}+k\cdot 180°$

为了确定 $\frac{\alpha}{2}$ 所在区间,需要确定"边界"$\frac{\alpha_1}{2}+k\pi, \frac{\alpha_2}{2}+k\pi, k\in \mathbf{Z}$"的位置,为此又需要"看"$k\pi$ 是否为 2π 的整数倍,故讨论如下.

教师备注

①若 $k=2m, m\in\mathbf{Z}$,则$\frac{\alpha_1}{2}+m\cdot360^\circ<\frac{\alpha}{2}<\frac{\alpha_2}{2}+m\cdot360^\circ, k\in\mathbf{Z}$

如图 4-3,它表示单位圆中的扇形区域Ⅰ.

②若 $k=2m+1, m\in\mathbf{Z}$,则$(\frac{\alpha_1}{2}+180^\circ)+m\cdot360^\circ<\frac{\alpha}{2}<(\frac{\alpha_2}{2}+180^\circ)+m\cdot360^\circ$

此时,$\frac{\alpha}{2}$在单位圆中的区域Ⅱ中

综上知,$\frac{\alpha}{2}$在对顶扇形Ⅰ、Ⅱ之中.

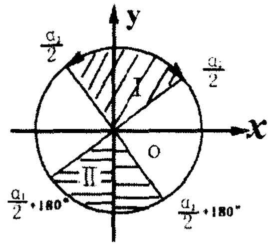


图 4-3

(3)例题分析

【例1】 若 α 是第二象限角时,则 $2\alpha,\frac{\alpha}{2},\frac{\alpha}{3}$分别是第几象限的角?

解:(1)$\because\alpha$ 是第二象限的角$\therefore k\cdot360^\circ+90^\circ<\alpha<k\cdot360^\circ+180^\circ(k\in\mathbf{Z})$则 $k\cdot720^\circ+180^\circ<2\alpha<k\cdot720^\circ+360^\circ$,故 2α 是第三或第四象限的角,或角的终边在 y 轴的负半轴上.

(2)$\because k\cdot180^\circ+45^\circ<\frac{\alpha}{2}<k\cdot180^\circ+90^\circ(k\in\mathbf{Z})$,当 $k=2n(n\in\mathbf{Z})$时,$n\cdot360^\circ+45^\circ<\frac{\alpha}{2}<n\cdot360^\circ+90^\circ$,$\frac{\alpha}{2}$是第一象限的角,当 $k=2n+1(n\in\mathbf{Z})$时,$n\cdot360^\circ+225^\circ<\frac{\alpha}{2}<n\cdot360^\circ+270^\circ$,$\frac{\alpha}{2}$是第三象限的角,$\therefore\frac{\alpha}{2}$是第一或第三象限的角.

(3)$\because k\cdot120^\circ+30^\circ<\frac{\alpha}{3}<k\cdot120^\circ+60^\circ$,当 $k=3n(n\in\mathbf{Z})$时,$n\cdot360^\circ+30^\circ<\frac{\alpha}{3}<n\cdot360^\circ+60^\circ$,$\therefore\frac{\alpha}{3}$是第一象限的角;当 $k=3n+1$ 时$(n\in\mathbf{Z})\,n\cdot360^\circ+150^\circ<\frac{\alpha}{3}<n\cdot360^\circ+180^\circ$,$\therefore\frac{\alpha}{3}$是第二象限的角;当 $k=3n+2$ 时,$n\cdot360^\circ+270^\circ<\frac{\alpha}{3}<n\cdot360^\circ+300^\circ$,$\therefore\frac{\alpha}{3}$是第四象限的角;综上所述$\frac{\alpha}{3}$是第一或第二或第四象限的角,如图 4-4 所示:

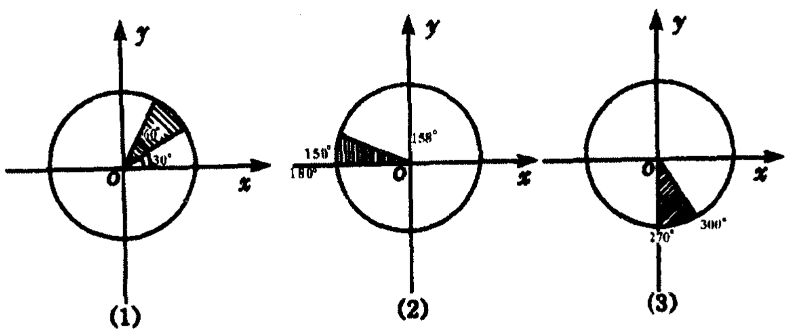


图 4-4

3. 演练反馈

1. 设$A=\{\alpha\mid\alpha=k\cdot360^\circ+45^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$,$B=\{\alpha\mid\alpha=k\cdot360^\circ+225^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$

$C=\{\alpha\mid\alpha=k\cdot180^\circ+45^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$,$D=\{\alpha\mid\alpha=k\cdot360^\circ-135^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$

教师备注

$E=\{\alpha \mid \alpha=k\cdot 360°+45°$ 或 $\alpha=k\cdot 360°+225°, k\in \mathbf{Z}\}$

则相等的角集合为______.

2. 如图 4－5,终边落在阴影处(包括边界)的角集合为 ( )

A. $\{\alpha \mid -60° \leqslant \alpha \leqslant 60°\}$

B. $\{\alpha \mid k\cdot 180°-60° \leqslant \alpha \leqslant k\cdot 360°+30°, k\in \mathbf{Z}\}$

C. $\{\alpha \mid k\cdot 360°+30° \leqslant \alpha \leqslant k\cdot 360°-60°, k\in \mathbf{Z}\}$

D. $\{\alpha \mid k\cdot 360°-60° \leqslant \alpha \leqslant k\cdot 360°+30°, k\in \mathbf{Z}\}$

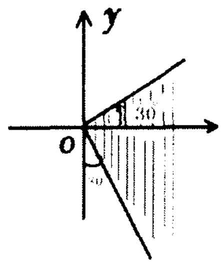


图 4－5

参考答案:1. $B=D$, $C=E$ 2. D

4. 总结提炼

(1)欲问角 α 在哪个象限,只需把 α 改写成 $\alpha_0+k\cdot 360°$,其中 $0° \leqslant \alpha_0 < 360°$,如讨论形如 $\theta=\alpha+k\cdot 120°(k\in \mathbf{Z})$所表示的角所在象限,可按 $k=3m,3m+1,3m+2$ 对整数 k 进行分类,目的是"凑"出表达式:$m\cdot 360°$

(2)对表达式 $\alpha_1+k\cdot 180° < \alpha < \alpha_2+k\cdot 180°, k\in \mathbf{Z}, \alpha_1$、$\alpha_2$ 为常数,它的图示为单位圆中的对顶扇形.

(四)课时作业

1. 若 α 的终边在第一、三象限的角平分线上,则 2α 的终边在______.

2. 下列各题中,正确的是 ( )

A. 终边和始边都相同的两个角一定相等

B. $-135°$是第二象限的角

C. 若 $450° < \alpha < 540°$,则$\frac{\alpha}{4}$是第一象限角

D. 相等的两个角终边一定相同

3. 与$-460°$终边相同的角可写成 ( )

A. $460°+k\cdot 360°, k\in \mathbf{Z}$

B. $100°+k\cdot 360°, k\in \mathbf{Z}$

C. $260°+k\cdot 360°, k\in \mathbf{Z}$

D. $-260°+k\cdot 360°, k\in \mathbf{Z}$

4. 已知角 α 的终边与 y 轴的正半轴所夹的角为 30°,且终边落在第二象限,又 $-720° < \alpha < 0°$,求 α.

5. 已知 $A=\{\alpha \mid k\cdot 360° < \alpha < 150°+k\cdot 360°, k\in \mathbf{Z}\}$

$B=\{\beta \mid -90°+k\cdot 360° < \beta < 45°+k\cdot 360°, k\in \mathbf{Z}\}$.

求 $A\cap B, A\cup B$.

参考答案:

1. 在 y 轴正半轴上.(注:y 轴正半轴上角都是 2α 吗?)

2. 选 D

3. 选 C k 取-2时 $260°+k\cdot 360°=-460°$

4. $\because \alpha=120°+k\cdot 360°$ $-720 < \alpha < 0°$

$\therefore \alpha=-240°, -600°$

5. $A\cap B=\{\gamma \mid k\cdot 360° < \gamma < 45°+k\cdot 360°, k\in \mathbf{Z}\}$.

$A\cup B=\{\gamma \mid -90°+k\cdot 360° < \gamma < 150°+k\cdot 360°, k\in \mathbf{Z}\}$.

(五)板书设计

概念复习	例	反馈练习
已知 α,求$\frac{\alpha}{2}$终边 $(\alpha=\alpha_1+k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z})$ 已知:$\alpha_1+k\cdot360^\circ<\alpha<\alpha_2+k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}$,求$\frac{\alpha}{2}$范围		作业