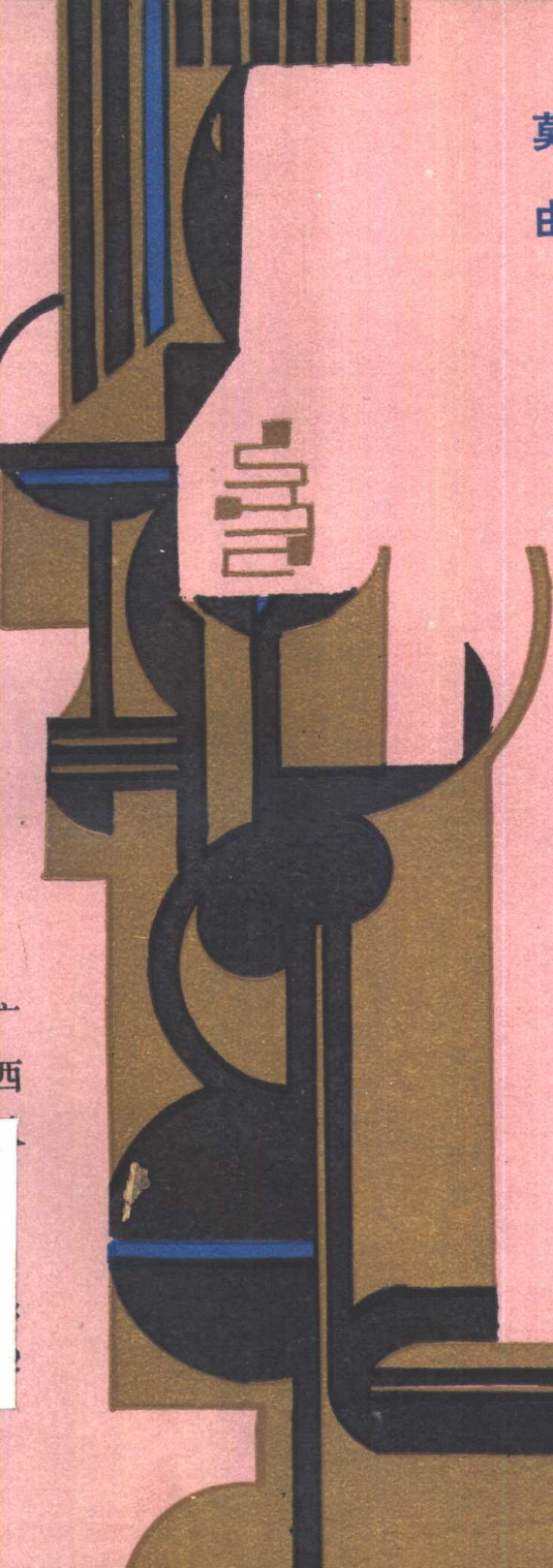


漫谈现代数学

莫由



漫谈现代数学

漫谈现代数学

莫 由



(南宁市河堤路14号)

广西教育出版社发行 广西民族印刷厂印刷

*

开本787×960 1/32 4.25印张 插页2 71千字

1985年11月第1版 1985年11月第1次印刷

印 数 1—4,000 册

书号: 7113.573 定价: 0.67元

前 言

随着科学技术的发展，人们对数学知识的应用越来越广泛。事实证明：在数学的研究和应用方面，需要强调吸收新的信息、新的观点、新的手段。有了新的思想，从新的角度看问题，就会产生意想不到的效果。编写本书的目的，是想为读者提供一本人人都能看懂的，有新信息、新知识的通俗读物，使之成为读者特别是青年读者了解现代数学的窗口。

本书材料的主体是有关数学应用方面的，以涉及日常生活和经济管理的居多，这主要是想对当前实行经济改革、提高经济效益提供一些参考。前两节带有总论的性质，漫谈现代数学的状况和特点，最后四节谈了纯粹数学理论的几个题目，略窥现代数学理论的一斑，也仅是一斑而已。书中各节基本上是互相独立的，读者可以随意从任何一节读起。

本书承蒙孙珊同志编写了四篇初稿，特致谢意。

莫 由

1984年11月

目 录

一、	国际数学家联盟与菲尔兹奖·····	(1)
二、	20世纪数学概貌·····	(7)
三、	数据中的代表数·····	(14)
四、	智力测验中的逻辑框图·····	(21)
五、	电子计算机能算一切问题吗·····	(25)
六、	库存管理中的一个二次函数极值 问题·····	(28)
七、	线性规划和人尽其才·····	(33)
八、	蜘蛛网法与平衡点·····	(40)
九、	超级市场管理中的向量与矩阵·····	(46)
十、	分期付款·····	(54)
十一、	试验田里巧安排·····	(62)
十二、	最佳决策与经济效益·····	(68)
十三、	哪一种化验方案好·····	(74)
十四、	聪明人之间斗智的学问——对策 论·····	(82)
十五、	幻方、组合学和陆家羲的贡献·····	(91)
十六、	电子计算器怎样求平方根·····	(99)

十七、什么是集合	(103)
十八、数学是一门“关系”学	(108)
十九、数学结构	(114)
二十、20世纪的化圆为方问题	(123)
结束语	(128)

一、国际数学家联盟与菲尔兹奖

从17世纪牛顿和莱不尼兹创立微积分算起，近现代数学有300多年历史了。起初，数学的交流十分缓慢。一篇论文经写作、印刷到被别人读到，往往要十年甚至几十年的时间。到了19世纪，世界上较早进入资本主义社会的欧洲各国，在数学研究方面都有了相当的成就。以高斯、黎曼为代表的德国，哥西、彭加勒所在的法国，凯莱、西尔维斯特为首的英国学派，和拥有罗巴契夫斯基和车比雪夫的俄国学派等都是其中的佼佼者。随着研究工作的深入，队伍的扩大，数学上的国际交流越来越广泛，人们迫切地需要举行正式的国际会议。1897年，第一届国际数学家会议在瑞士的苏黎世召开。三年后，在巴黎又举行第二届国际数学家会议，大数学家希尔伯特在这次会上发表了23个数学问题的著名演讲。进入20世纪以后，数学发展到新阶段，这就是人们通常所说的现代数学阶段。

中国古代有光辉的数学成就，但在近代慢慢落伍了。进入20世纪以来，姜立夫、陈建功、熊庆来等前辈，开拓了中国的现代数学事业。1928年，陈建功在日本发表了论述绝对收敛的三角级数的文章，获得了与英国大数学家哈代相同的结果。这可以说是中国步入现代数学的开始。1932年，熊庆来参加了第九届国际数学家会议，这是中国和国际数学家会议的首次联系。此后由于第二次大战以及国际国内局势的影响，我国至今尚未正式加入国际数学家联盟，也没有参加国际数学家会议。主要的症结仍是台湾问题。不过从1982年以来，已经开始接触和谈判。我们相信，这一问题解决的时机将不会很远了。

自1900年开始，大会每四年召开一次，除了在两次世界大战期间中断以外，至今已举行了19次。最近的一次原定于1982年8月在波兰华沙举行，因波兰局势一度动荡，延在1983年8月才得以召开。

国际数学家联盟（简称为IMU）成立于1950年。它联络了全世界几乎所有的主要数学家，主要任务是促进数学事业的发展和国际交流，组织四年一次的国际数学家会议及其它专业会议。此外，它的一个重要任务是颁发菲尔兹奖。

什么是菲尔兹奖？这要从诺贝尔奖说起。诺贝尔设立了物理学、化学、生物学、医学等科学奖金，但是没有设数学奖。其原因不详，比较流行的

解释有两个：第一，诺贝尔与著名数学家米他格-莱福勒关系不好，如果设数学奖，米他格-莱福勒极有可能成为第一名获奖者；第二，诺贝尔优先考虑那些与人类生活有直接联系的科学。不管怎样，没有诺贝尔数学奖是令人遗憾的。这一遗憾，后来由加拿大数学家菲尔兹加以弥补了。

菲尔兹筹办1924年在加拿大多伦多市举行国际数学家会议时，结余了一笔经费。他就建议以此作为基金设立国际数学奖。1932年苏黎世大会前夕，菲尔兹去世了，他的遗产也成为基金的一部分。1936年，在挪威奥斯陆举行国际数学家会议时，正式开始授予菲尔兹奖。迄今为止，已有27人获奖。这些获奖者的工作，可说是半个世纪以来纯粹数学发展的一个缩影，现代数学是和他们的名字分不开的。

国际数学家联盟由执行委员会领导日常工作。菲尔兹奖的获奖人，由执委会指定的一个8人评定委员会来遴选。首先，从各方面提出40人左右的候选名单，在广泛听取意见的基础上，最后由评定委员会投票决定。在四年一度的国际数学家大会的开幕式上，由执委会主席宣布得奖名单，然后授予获奖者一枚金质奖章以及1500美元的奖金，最后由一些权威数学家来介绍得奖者的工作。

从27名获奖人的研究成果来看，半个世纪以来纯粹数学发展的主流是代数拓扑学和微分拓扑学，

直接从事或密切接近这两门学科的得奖者约占27人的三分之二。从27名获奖人的国籍来看，美国9人，法国5人，英国3人，苏联2人，日本2人，芬兰、瑞典、挪威、意大利、比利时和中国各1人。如果就他们在得奖前后的工作地点来看，则美国14人，法国6人，英国3人，苏联2人，意大利和瑞典各1人。

由此可见，自1936年以来，世界的纯粹数学的中心是在美国，欧洲各国则以法国最强英国次之。

苏联的数学无疑是强大的，获奖人数较少恐怕与评委会的某些偏见有关。苏联在20年代前后曾和西欧诸国的数学家交流甚多，拓扑学本来是领先的，但30年代中期以后，有些闭关自守，逐渐脱离主流。解放后我国学习苏联，不免也带有这一弱点。苏联自50年代后期起，又有一批年轻人在新兴的主流方面做出有影响的工作。现今的苏联数学，在世界上是数一数二的。

德国的情况是一个悲剧。本世纪初，德国的哥廷根大学是世界数学的中心，大数学家克莱因、希尔伯特、闵可夫斯基主持工作，一批年青的数学家成果累累，代表着数学发展的主流。其中有几乎通晓整个纯粹数学的外尔，抽象代数的奠基人、女数学家诺特，应用数学的权威柯朗，一代数学天才、计算机之父冯·诺依曼等等。哥廷根曾极一时之盛，被称为“数学的麦加”。但是1933年那个黑色的春

天，法西斯希特勒把一切都断送了。上述的四位名数学家以及大多数哥廷根学派成员都流亡美国，成为美国数学的中坚。第二次大战以后，德国数学一蹶不振，至今无一人成为菲尔兹奖得主，令人可叹。当然，德国的优秀数学传统不会湮没无闻，新的一代人将会产生，一些杰出德国数学家正在筹划新的复兴。

日本的现代数学起步较晚。1868年明治维新前后，还向中国学习算学，许多名词如微分积分都是借用中国的。到了20世纪初，日本向欧洲学习很有成绩，是中国向日本派留学生了（日本数学会成立于1878，中国数学会成立于1935，相距57年）。不过，日本数学还是仰赖欧美各国的引导，日本的两名菲尔兹奖获得者，都是在日本受教育，而在美国作出重大贡献。时至今日，日本已拥有一批世界第一流的数学家，可他们最富有成果的工作多是在美国作出的。

中国有一位菲尔兹奖获得者：丘成桐。他生于广东汕头，受教育于香港，成长于美国，他的导师是中国血统的数学家陈省身。丘成桐22岁取得博士学位，1977年升为正教授，年仅28岁，1982年获奖时也只有33岁。

设立菲尔兹奖有一条不成文的规定：获奖者不能超过40岁。27个获奖者在获奖时的平均年龄为34岁。这证明，数学是年轻人的事业。为了发展中国

的数学事业，必须着眼于培养青年。在老前辈的指导下，在中年人的带领下，靠青年人去开创新局面，这是一条普遍的规律，在数学界尤为明显，而对中国数学来说，这就更为重要了。

研究现代数学是越来越难了。浩如烟海的文献，数学文摘杂志每年摘引的论文在一万篇以上。参加国际数学家会议的人数有3000名之多。要在强手如林的竞技场上，使相对落后的中国数学实现“起飞”，赶上国际先进水平，真是谈何容易。但是，一个时代总有它自己的代表人物。在中国实行四个现代化的征程中，一定会涌现出一批数学新星，这是不以人的意志为转移的。青年人，努力啊！

二、20世纪数学概貌

数学与公众之间存在着隔膜，这是久已存在的事实。现代数学越来越抽象难懂，要介绍它实在太难了。当代美国著名数学家哈尔莫斯曾感叹地说：“甚至受过教育的人们都不知道我的学科的存在，这使我感到伤心。”确实，中学毕业生，还不完全知道三百年前牛顿创立的微积分。受过高等教育的人们，也基本上只了解18世纪的微积分和微分方程。即便大学数学系毕业生，大体上也只能达到19世纪的水平。20世纪的数学只在很少的人中才能引进兴趣和共鸣。这种情况，在其它学科却并非如此。物理学前沿的基本粒子、有机化学的最新产品、生物工程中的RNA、DNA，经常是人们谈论的话题，并且已进入中学教科书。可是数学做不到。用“ $1 + 2$ ”和“ $1 + 1$ ”描述陈景润研究的哥德巴赫猜想，尽管不确切，总算是数学研究成果的一次普及，然而这样的例子少得可怜，简直绝无

仅有。丘成桐作为第一个获得菲尔兹奖的华裔学者，理应介绍他的研究工作，但是实在令人难以看懂，本书只得割爱。说到此处，阅读本书的读者一定会想到：要完成本书的任务该何等困难！

我们在这里采取的解决困难的办法有两条：一是“描述”，二是“举例”。在这一节中，我们试图描述现代数学的一般特点，用一些日常语言描摹现代数学的某些侧面，以求得一个粗浅大概的猜度。这类猜度，很可能是“瞎子摸象式”的，但只好如此，聊胜于无而已。至于本书以后各节，则尽量运用中学数学范围以内的知识以及生活中的常识，举些最粗浅的例子，以求得使读者有一个约略的理解。

现在，先让我们来介绍现代数学的特点。

第一，集合论成为各个学科的共同基础，数学结构成为主要的研究对象。

19世纪末叶，德国数学家康托最先创立了一般集合论。经过20世纪的发展，集合论已成为数学家最基本的语言。除了自然数、有理数和无理数等数集以外，直线可以看成某些点的集合，平面可以看成一些点的集合，也可以看作一些直线的集合。所有的旋转变换构成集合。一些函数（例如多项式全体）也构成集合。不管所研究的数学对象如何复杂、抽象，它总是由一些元素构成的集合。这样一来，数学语言更多地从直观描述转到集合论语言轨

道上来。现在的中学教科书里已有集合论的初步知识。与之相联系的数理逻辑也开始渗入各门数学学科。量词“任意一个”($\forall$)和“存在一个”($\exists$)，蕴涵记号“ $\Rightarrow$ ”已经在许多教科书中出现，更流行于数学家的日常交往之中。

现代数学当然不是孤立地研究集合，而是研究集合里的“结构”，即某个集合中元素所满足的一些数学关系。例如，整数集中允许实行加法、减法和乘法，但不能作除法，在有理数集和实数集中就允许四则运算（0不能作除数），这表明它们的“代数结构”不一样。实数集中任何两数可比较大小，而在复数集中却做不到这一点，这说明实数集与复数集中的“序结构”不一样。一个球面上的闭曲线将球面分成两半，然而象自行车内胎那样的环面，其上的闭曲线不一定能将它分为两半（剪一刀可以成为圆柱面），因此这两种曲面的“拓扑结构”不一样。

两个集合如果元素能够彼此一一对应，且它们相应的结构相同，则称为“同构”。数学上把两个同构的集合视为同一，而不加以区别。比方说，我们只看“一条闭曲线能否将曲面分成两半”这一拓扑性质，那么球面和正方体表面都具有相同的特性，因而可不加区别。20世纪的数学，往往是把各种各样的结构搞清楚，弄清彼此间的关系，并设法将“同构”的集合归并在一起，用不同的结构来区

分研究的对象。这一套想法，主要是在20世纪形成的，因而成为现代数学最重要的特点之一。

第二，纯粹数学在20世纪有了根本性的变化，抽象化的势头越来越大，分科越来越细，内在联系揭露得越来越深。

20世纪以前的数学，其基础是三大块：一是以微积分和复变函数为主体的分析学，二是以解析几何和射影几何为核心的几何学，三是以方程式论为基础的代数学。

到了20世纪，现代分析兴起了，它是无限维空间上的微积分学，也称为泛函分析。如果说经典分析只研究可微函数与光滑曲线，那么现代分析则研究病态函数和测度理论。经典分析的研究对象是数与数之间的函数关系，泛函分析的研究对象则是函数与函数之间的对应关系（算子）。大家知道，自变量可以是一个数 a 或多个变量组成的 (x, y, z) 等，它们分别在一维空间和三维空间，至多 n 维空间（如果研究 n 个自变量的函数）。而算子的定义域是函数集，要描述一个函数需要一系列数 $(x_1, x_2, \dots, x_n, \dots)$ ，也就是无限维空间上的一个点。（这不难理解，假如函数 $f(x)$ 可展为幂级数 $x_0 + a_1x + \dots + a_nx^n + \dots$ ，那 $(a_0, a_1, \dots, a_n, \dots)$ 就标志了函数 $f(x)$ 。）这样，在函数空间上发展起来的算子理论，便成为20世纪分析学的主要角色。

20世纪的几何学，完全换了新装束，它以拓扑

学的形式将几何学推进到新阶段。法国数学家丢东涅说,“代数拓扑学和微分拓扑学是20世纪数学的女王”。事实正是如此,经典几何学其舞台是直线、平面、空间,以及其中曲线曲面的局部性质,现代几何学的研究对象,则是 n 维空间中的流形(相当于曲面),及其大范围的整体性质。上面说过的“一条闭曲线能否将流形分离为两半”,就是一种空间的整体性质,并不是某条曲线在某点附近的局部性质。这一重大的改变,使得人们对空间性质的认识进一步加深了。

20世纪的代数学,更有迅猛的发展。现代的代数学通常称为抽象代数。它早先从解代数方程或线性方程组之类问题提炼出新课题,形成群、环、域、理想、模等概念,以后又用范畴、同调、表示等新工具锐意创新,构造出许多新的代数结构,出现了精采纷呈的局面。

以上这三方面的发展,使得大学课程开始发生变化。在50年代,以微积分为中心的高等数学,以多项式理论和线性方程组论为基础的高等代数,以射影几何为主体的高等几何,称为基础“三高”。现在大学的基础课程除了上述三高(经过精简)之外,加入了泛函分析、抽象代数和拓扑学的“新三高”。这恐怕是20世纪数学的又一重要特点。

第三,电子计算机进入数学领域,改变了整个数学的进程。首先,一些以前不受重视的数学理论