计算机专业研究生试题选编

1984

北京科学技术出版社

计算机专业研究生试题选编

（1984）

北京科学技术出版社编

内　容　提　要

本书是国内出版的第一本计算机综合试题集。以1984年计算机专业研究生入学试题为素材，其内容按八类编排：高等数学、离散数学、计算机原理与系统结构、数据结构、程序设计和语言、操作系统和编译方法、综合考试、其它。题目范围广，较完整地反映了计算机科学领域的全貌。

为本书提供试题的有22所高等院校、研究所，因此试题具有一定的代表性。书内大部分试题配有参考答案。可供准备参加计算机专业研究生考试的学生、从事此项教学工作的教师和广大计算机工作者阅读。

计算机专业研究生试题选编

（1984）

北京科学技术出版社编

*

北京科学技术出版社出版

（北京西直门外南路19号）

国防科工委印刷厂印刷

北京市新华书店发行

各地新华书店经售

*

刷

4.80元

5274.015

出 版 说 明

《计算机专业研究生试题选编(1984)》经过八个月的努力，终于和读者见面了。《选编》中的试题，是我们从征集到的上百份试卷中精选出来的。在整个收集整理过程中，得到了许多单位的大力支持，他们是：

北京大学	清华大学
中国科技大学	国防科技大学
浙江大学	武汉大学
山东大学	重庆大学
吉林大学	华东师范大学
北京航空学院	南京航空学院
北京邮电学院	北京工业学院
南京工学院	哈尔滨工业大学
上海科技大学	上海工业大学
√华东计算所	中国科学院计算中心
中国科学院计算技术研究所	华东师范大学现代教育研究所

在此对上述单位表示感谢；对提供试题的各位老师表示感谢；对为本书出版出力的同志表示感谢。

由于时间仓促，编者水平有限，本书在内容上难免存在不妥之处，欢迎广大读者批评指正。

《选编》编辑组：崔　英　刘　欢

一九八四年七月十日

目　　录

一、高 等 数 学 试 题

高等数学试题

（北京大学）

1．求下列极限：

（1）$\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt[3]{x^6-4x^2+2x-1}-x^2e^{\frac{1}{x^2}})$；

（2）$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left(\sin\frac{\pi}{n}+\sin\frac{2\pi}{n}+\cdots+\sin\frac{n-1}{n}\pi\right)$；

（3）$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x}\int_x^{x+1}\frac{1}{\sqrt{t+\sin t+x}}dt$。

2．设$f(x)$在开区间（0，$+\infty$）内可微且极限$\lim\limits_{x\to0_+}f(x)$及$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$都存在且相等，证明存在$x_0\in(0,+\infty)$使

$$f'(x_0)=0$$

3．证明当$x>-1$时有

$$\frac{x}{1+x}\leqslant\ln(1+x)\leqslant x$$

4．设$u=f\left(\frac{x}{y},\frac{y}{z}\right)$，求$d^2u$。

5．求不定积分

$$\int|x-1|dx$$

6．求$f(x)=\frac{\ln(1+x)}{1+x}$在零点的幂级数展开式并求出此幂级数的收敛范围。

7．将$f(x)=x^2$在$[-1,1]$上展开成富里叶级数并由此求出下面级数的和数：

（1）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$；

（2）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n^2}$。

8．计算积分

$$I=\iiint\limits_V\frac{1}{(1+x+y+z)^3}dxdydz,$$

其中V是由平面$x=0$，$y=0$，$z=0$及$x+y+z=1$所界的区域。

9．计算曲线积分

$$I=\oint_l (x+y)^2 dx-(x^2+y^2)dy$$

其中l是以 $A(1,1)$，$B(3,2)$，$C(2,5)$ 为顶点的三角形ABC的围线。

高 等 代 数 试 题

（北京大学）

一、（1） 求矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 1 & -2 & 4 & 5\\ 1 & 10 & 1 & 2\end{pmatrix}$的秩；

（2） 求矩阵 $B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 2\\ 0 & 3 & 1\end{pmatrix}$的逆；

（3） 求矩阵X，设

$$\begin{pmatrix}2 & 3\\ 1 & 2\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

二、求线性方程组

$$\begin{cases}x_1+x_3+x_5+\cdots+x_n+\cdots+x_{2n-1}=2\\ \quad x_2+x_4+\cdots+x_{n-1}\quad+x_{2n-2}=2^2\\ \quad\quad x_3+x_5+\cdots+x_n+\cdots+x_{2n-1}=2^3\\ \quad\quad\quad\quad x_{n-1}+\cdots+x_{2n-2}=2^{n-1}\\ \quad\quad\quad\quad\quad x_n+\cdots+x_{2n-1}=2^n\end{cases}$$

的导出组的一基础解系，并用导出组基础解系表示方程组的通解（一般解）。

三、$P^{3\times3}$ 表示数域P上全体3×3方阵对通常矩阵的加法、数乘矩阵的运算所成线性空间，W表示$P^{3\times3}$中所有与矩阵

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 3 & 1 & 2\end{pmatrix}$$

可交换的矩阵所成子空间，试求W的维数和它的一基。

四、设A是线性空间V到自身的线性变换，并满足$A^2=E$（E表示恒同变换）。证明：

（1）A的特征值只能是±1；

（2）$V=V_1\oplus V_{-1}$，其中V_1，V_{-1}分别表示对应于特征值1，-1的特征子空间，$\oplus$表示直和。

五、设A是正定对称矩阵，证明存在唯一的正定对称矩阵B，使得$A=B^2$。

高等数学试题

（中国科技大学）

1. （10分）设$y=f(z)$，$z=\psi(x)$，$f(z)$在$z=0$处可微，而

$$\psi(x)=\begin{cases} x^2\cos\frac{1}{x} & \text{当}x\neq0\text{时，}\\ 0 & \text{当}x=0\text{时。}\end{cases}$$

试求 $\left.\frac{d\psi}{dx}\right|_{x=0}$，$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0}$。

2. （5分）计算

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n}\left(e^{\frac{1}{n}}+e^{\frac{2}{n}}+\cdots+e^{\frac{n}{n}}\right)$$

3. （15分）试作出函数$y(x)=[\sin(2\arcsin x)]^2$的图形。

4. （7分）设$y(x)=x^3\sin x$，求$y^{(10)}(0)$的值。

5. （8分）设 $z=z(x, y)$，且有 $yz+zx+xy=1$，试求$\frac{\partial z}{\partial x}$，$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$及$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$。

6. （10分）计算积分$\int_0^1\frac{x^a-x^b}{\ln x}dx$，$(a>0, b>0)$。

7. （10分）求由曲线 $y=\sqrt{x}$，$\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$及x轴所围成的图形的面积。

8. （10分）计算

$$\oiint_S\left[\left(\frac{x^2y}{2}\right)\cos\alpha+\left(\frac{y^2z}{2}\right)\cos\beta+\left(\frac{z^2x}{2}\right)\cos\gamma\right]ds,$$

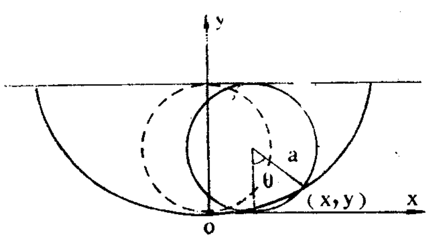
式中S是由$0\leqslant x$，$0\leqslant y$，$z=0$，$z=1$，$x^2+y^2=1$所围成的曲面；$\cos\alpha$，$\cos\beta$，$\cos\gamma$是此曲面外法线的方向余弦。

9. （10分）求级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x^2-1)^n}{n(n+1)}$的收敛域及和函数。

10. （15分）设摆线方程为

$$\begin{cases} x=a(\theta+\sin\theta),\\ y=a(1-\cos\theta)。\end{cases}\quad(-\pi\leqslant\theta\leqslant\pi)。$$

如图：



（1）试求摆线绕OX轴旋转所成立体的侧面积；

（2）设有一个质量为m的质点，在重力的作用下沿摆线运动，今以 S 表示坐标原点沿摆线到质点的弧长，试求质点的一般运动规律$S=S(t)$（不计摩擦力）。

高等数学试题

（浙江大学）

一、（10分）计算极限$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\int_0^x e^{-t^2}dt}{1-e^{-x^2}}$

二、（10分）设对于所有的实数x，函数$f(x)$满足方程

$$\int_0^x f(t)dt=\int_x^1 t^2f(t)dt+\frac{x^2}{2}+C$$

试求函数$f(x)$及常数C。

三、（10分）设$f(x, y)$具有二阶连续偏导数，且对于任意 x，y，t 均有 $f(tx, ty)=t^n\times f(x, y)$，又已知$f(x_0, y_0)=a$，试求

$$\left[x^2\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2}+2xy\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x\partial y}+y^2\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2}\right]_{\substack{x=x_0\\y=y_0}}$$

四、（12分）解初值问题 $\dfrac{dx}{dt}-2tx+2e^{-t^2}x^2=0$，$x(0)=x_0$，并求 $\lim\limits_{t\to+\infty}x(t)$。

五、（12分）计算曲面积分$\iint\limits_S x^2z\cos\gamma ds$，其中曲面$S$是球面$x^2+y^2+z^2=a^2$的下半部，法线朝上，$\gamma$是曲面$S$的法线正向与$OZ$轴正向的夹角。

六、（12分）求证：

（1）$\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{\sin x}{x}dx=\sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n\int_0^\pi\frac{\sin x}{x+n\pi}dx$；

（2）$\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{\sin x}{x}dx<\int_0^\pi\frac{\sin x}{x}dx$。

下面的七、八题任选一题（12分）。

七、（1）设 $f(z)=u(x, y)+iv(x, y)$ 为解析函数，试求：(i) $(\text{grad}u)$，$(\text{grad}v)$ (ii)$\text{div}(u\text{grad}v)$

（2）计算$\displaystyle\oint_C\frac{e^z}{z^2\,\text{ch}z}dz$，其中$C$：$|z-i|=2$，沿正向。

八、（1）一袋中装有m个正品硬币，n个次品硬币（次品硬币的两面均印有国徽），在袋中任取一只，已知将它投掷r次，每次都得到国徽，问这只硬币是正品的概率是多少？

（2）设随机变量X具有概率密度函数：

$$f_X(x)=\begin{cases}2x & 0<x<1\\0 & \text{其它}\end{cases}$$

变量Y具有概率密度函数：

$$f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y}, & y>0\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

又设X、Y相互独立，问u的二次方程$u^2-2Xu+Y=0$具有实根的概率是多少？

九、(14分)

(1)已知R^4中向量组$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\-1\\-1\\1\end{pmatrix}$，$\alpha_2=\begin{pmatrix}-1\\1\\-1\\1\end{pmatrix}$，$\alpha_3=\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\\1\end{pmatrix}$，$\alpha_4=\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}$

(a)求矩阵$A=(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$的特征值。

(b)求证矩阵$B=\frac{1}{2}A$是正交矩阵，且B与B^{-1}具有相同的特征值。

(2)设$f_1(x)$，$f_2(x)$，…，$f_n(x)$是n个在$[a, b]$上连读的函数，试证：$f_1(x)$，$f_2(x)$，…，$f_n(x)$是线性相关的充要条件是$\begin{vmatrix}a_{11}\cdots a_{1n}\\ \vdots \quad \vdots\\ a_{n1}\cdots a_{nn}\end{vmatrix}=0$，

其中 $a_{ik}=\int_a^b fi(x)f_k(x)dx \quad (i, k=1,2,\cdots,n)$

十、(8分)设$f(x)$与$g(x)$在$[a, b]$上可导，又设对于$[a,b]$上的一切x均有$f(x)g'(x)\neq f'(x)g(x)$。试证：介于$f(x)$的两个零点之间至少有一个$g(x)$的零点。

高等数学试题

(中国科学院计算中心)

一、1. 判定级数

$\frac{1}{3}+\frac{1}{3.3^3}+\frac{1}{5.3^5}+\frac{1}{7.3^7}+\cdots+\frac{1}{(2n+1)\cdot 3^{2n+1}}+\cdots$的敛散性。 (6分)

2. 展开$f(x)=\ln(1+x)$为x的幂级数。 (6分)

二、求下列极限

1. $\lim\limits_{x\to a}\frac{\sin x-\sin a}{x-a}$； (5分)

2. 从条件$\lim\limits_{x\to\infty}\left[\frac{x^2+1}{x+1}-(ax+b)\right]=0$中求常数$a$和$b$的值。 (10分)

三、试证曲线 $x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{2}}$上任一点的切线所截二坐标轴的截距之和等于$a$。 (12分)

四、求笛卡尔叶线$x^3-y^3-3axy=0$叶瓣中所包围的面积。 (12分)

五、试证：$\int_0^\infty\frac{dx}{(1+x^2)(1+x^a)}$之值与$a$无关 (12分)

六、已知$f'(\sin^2x)=\cos 2x+\mathrm{tg}^2x$，当$0<x<1$时，求$f(x)$。 (10分)

七、1. 试求

$$A=\begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{vmatrix}$$的逆矩阵 （6分）

2. 试证$(b-Pb)^T\cdot Pc=0$，其中$P=A(A^TA)^{-1}A^T$，A为$m\times n$实矩阵，A^T为A的转置，b和c均为m维向量。 （6分）

八、1. A是$n\times n$矩阵，其中$a_{ij}=ij$（即i和j的乘积，如$a_{2,3}=2\times3=6$）；

2. $f(x)=\det(Ax+I)$，其中det表示行列式，I为单位矩阵，x为一变量。试计算$f'(0)$的值。 （15分）

高等数学试题

（武汉大学）

一、（12分）设函数$f(x)$在区间（-1，1）上有连续的二阶导函数$f''(x)$，而曲线$y=f(x)$在原点与x轴相切，试证这曲线在原点的曲率k，可以如下计算：

$$k=\lim_{x\to0}\frac{2|f(x)|}{x^2}$$

二、（14分）判明函数项级数

$$\frac{x}{1+x}+\frac{x}{(1+x)^2}+\cdots\cdots+\frac{x}{(1+x)^n}+\cdots\cdots$$

在区间[0，1]上是否收敛和是否一致收敛。

三、（14分）求函数$f(x,y)=\sin x+\sin y+\sin(x+y)$ $\begin{pmatrix}0<x<4\\0<y<4\end{pmatrix}$的极值。

四、（20分）计算下列积分：

（1）$\int_0^{\pi}\frac{\sin 8x}{\sin x}dx$

（2）$\iint\limits_D(x^2-y^2)dxdy$，$D=\left\{(x,y)\middle|\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}\leqslant1\right\}$

五、（10分）若$\frac{\pi}{2n}<a<\frac{\pi}{2}$，试证实二次齐式（$n\geqslant2$）

$$f(x_1,x_2,\cdots x_n)=x_1^2\cos a+2\cos a\sum_{i=2}^{n}x_i^2+2\sum_{i=1}^{n-1}x_ix_{i+1}$$

不是正定的，也不是负定的。（10分）

六、（10分）若f是n维线性空间V的线性变换，$f(V)$表示f的象子空间，$N(f)$表示f的核子空间。试证：

（1）存在正整数m_1，使得

$$f^{m_1}(v)=f^{m_1+1}(v)=f^{m_1+2}(v)=\cdots,$$

（2）存在正整数m_2，使得

$$N(f^{m_2})=N(f^{m_2+1})=N(f^{m_2+2})=\cdots,$$

（3）存在正整数m，使得

$$f^m(v)\cap N(f^m)=\{\theta\},$$

这里θ是V的零元。

七、（20分）求下列微分方程的解：

（1）$2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2-2x\frac{dy}{dx}-2y+x^2=0$

（2）$\begin{cases}\frac{dx}{dt}=x+y+z+t,\\ \frac{dy}{dt}=3x-y+z+t,\\ \frac{dz}{dt}=2x+2y-z,\end{cases}$

高 等 数 学 试 题

（山东大学）

一、计算下列各题

1. 证明当$x\to0$时，$\int_0^x e^{x^2}dx\sim\frac{1}{2x}e^{x^2}$。

2. 在什么条件下函数

$$f(x)=x^n\sin\frac{1}{x}\ (x\neq0)\ 及f(0)=0$$

（1）在$x=0$处是连续的；（2）在$x=0$处可微分；（3）在$x=0$处其导函数是连续的？

3. 已知$u=f(x,\ xy,\ xyz)$，求$\frac{\partial^2u}{\partial x^2}$

4. 解矩阵方程

$$\begin{pmatrix}1&4\\-1&2\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}2&0\\-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&1\\0&-1\end{pmatrix}$$

二、计算曲面积分$\iint\limits_{\Sigma}\frac{z^2}{a^2}ds$，其中曲面$\Sigma$为上半球面$x^2+y^2+z^2=a^2$，$z\geqslant0$。

三、一长方体的三个面在坐标平面上，与原点相对的顶点在平面$x+y+z=9$上，求这个长方体的最大体积。

四、将函数$f(x)=-2x+3$（$-\pi\leqslant x\leqslant0$）展成正弦级数。

五、解微分方程

$$y''-2y'+y=e^x+e^{-x}。$$

六、计算积分

$$\int_0^{0.5}\frac{1}{1+x^4}dx$$

要求精确到0.001。

七、已知矩阵 $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

1．求A的特征值和特征向量；

2．求满秩矩阵M，使$M^{-1}AM$成为对角形；

3．求A^k（k为自然数）。

八、设矢量场$\vec{A}=(1+x^2)\psi(x)\vec{i}+2xy\psi(x)\vec{j}-3z\vec{k}$，其中$\psi(x)$是可微函数，且$\psi(0)=0$。试确定函数$\psi(x)$，使得通量$\Phi=\iint_s \vec{A}\cdot\vec{ds}$仅依赖于闭曲线$C$，其中$S$是张布在闭曲线$C$上的任意光滑曲面。

高等数学及线性代数试题

（华东师范大学）

一、计算：

1．求$\lim\limits_{x\to\infty} x\cdot\sin\dfrac{1}{x}$

2．求$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^3+1}+\dfrac{2}{n^3+2}+\cdots+\dfrac{n}{n^3+n}\right)$

3．求$\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n^2}\right)^n$

4．求$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n(n+1)}$的收敛区间。

5．求$\int_0^\pi \dfrac{x\cdot\sin x}{1+\cos^2 x}dx$

6．将二重积分$\iint_D f(x,\ y)dxdy$化为二次积分，其中D为由下列直线L_1，L_2，L_3，L_4所围成的区域：

L_1：$y=x$；L_2：$y=2x$；L_3：$y=-x+2$；L_4：$y=\dfrac{1}{3}x+2$

7．求$\int_L (x-y)(dx-dy)$，其中L为抛物线$y=x^2$，正向，$0\leqslant x\leqslant 1$。

8．问a、b、c为何值时，函数 $f(x)=\begin{cases} x^2+a & x>0 \\ 0 & x=0 \\ bx+c & x<0 \end{cases}$

（1）在（$-\infty$，$+\infty$）连续；（2）在（$-\infty$，$+\infty$）可导。（须有计算过程）

二、试指出下列各个例子是否存在，如果存在，试举一例；如果不存在，请叙述理由。

1．数列$\{a_n\}$有界，但$\lim\limits_{n\to\infty} a_n$不存在。

2．函数$y=f(x)$在闭区间$[a,\ b]$不存在最大值或最小值，但$f(x)$在$[a,\ b]$连续。

3. 无穷级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$收敛，但不绝对收敛。

4. 连续数列$\{f_n(x)\}$的极限函数是不连续函数。

三、试求内接于椭球$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$的长方体中体积最大者。

四、若函数$f(x)$在（$-\infty$，$+\infty$）连续，且$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=A$，$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=B$，试证$f(x)$在（$-\infty$，$+\infty$）上一致连续。

五、$P[x]_n$中($n>1$)，求微分变换$Df(x)=f'_{(x)}$的特征多项式，并证明，D在任何一组基下的矩阵都不可能是对角矩阵。($P[x]_n$表示数域P上次数$<n$的x的多项式全体及零构成的线性空间)。

六、证明实系数线性方程组

$$\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j=b_i,\quad i=1,\ 2,\ \cdots,\ m \tag{1}$$

有解的充分必要条件是向量$\beta=(b_1,\ b_2,\ \cdots,\ b_m)\in R^m$与齐次线性方程组：

$$\sum_{j=1}^{m}a_{ji}x_j=0,\quad i=1,2,\cdots,n \tag{2}$$

的解空间正交。

七、设A是实对称矩阵，证明：存在实数k，使得当$u\geqslant k$时，$uE+A$总是正定的。(E为单位矩阵)

高 等 数 学 试 题

（北京邮电学院）

一、(20分)求下列极限：

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\left[x-x^2\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\right]$；

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{6}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{\frac{(n+1)(n+2)}{2}}\right)$；

3. 数列$\{x_n\}$由下式确定：

$$x_1=\sqrt{2},\quad x_n=\sqrt{2x_{n-1}}\quad (n=2,\ 3,\cdots),$$

证明$\{x_n\}$的极限存在，并求出其值。

二、(26分) 求下列积分

1. $\int_0^{100\pi}\sqrt{1-\cos 2x}\,dx$；

2. $\int_0^{+\infty}\frac{\operatorname{arc\,tg}x}{(1+x^2)^{3/2}}dx$；

3. $\int\frac{x^{3n-1}}{(x^{2n}+1)^2}dx$，（$n$为自然数）；

4. $\int_0^1 \frac{x^b - x^a}{\ln x} dx$ ($a>0$, $b>0$)。

三、(10分)验证函数

$$f(x)=\begin{cases} e^x, & x<0 \\ 1+x, & x\geqslant 0 \end{cases}$$

在$\left[-1, \frac{1}{e}\right]$上能应用有限增量公式，并求出式中的中值。

四、(12分)

1. 判断级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{2n+1}{n(n+1)}$的敛散性；

2. 证明：如果

$$\lim_{n\to\infty}\frac{U_n}{V_n}=l \quad (0<l<+\infty),$$

则两正项级数$\sum_{n=1}^{\infty}U_n$和$\sum_{n=1}^{\infty}V_n$同为收敛或同为发散。

五、(10分) 已知$y=x$是方程

$$(1-x^2)y''-2xy'+2y=0$$

的一个解，求这方程的通解。

六、(12分) 已知$f(0)=2$，试确定$f(x)$使

$$\int_{(0,0)}^{(1,1)}[2(e^{-x}-e^x]+f(x)]ydx-f(x)dy$$

与路径无关，并求积分的值。

七、(10分)计算$\iint_S |xyz|ds$，式中S为曲面$z=x^2+y^2$被平面$z=1$所割下的部分。

高等数学与工程数学试题

(上海科技大学　华东计算所)

一、(6分) 求$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\pi}{2}-\operatorname{arc\,tg}x\right)^{\frac{1}{\ln x}}$

二、1. (6分)设$y=f(x)$，$y=g(z)$，其中f、g为二阶可导的函数，且$g'\neq 0$，求$\frac{d^2z}{dx^2}$。

2. (6分)设$z=Z(x, y)$由方程$F\left(x+\frac{z}{y}, y+\frac{z}{x}\right)=0$所确定，证明$x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=z-xy$。

三、1. (6分) 求$\int\frac{x+\sin x}{1+\cos x}dx$

2. (6分) $U(x,y)=\int_{x-y}^{x+y}f(x)dx$ $\left(\begin{matrix}-\infty<x<+\infty\\ y\geqslant 0\end{matrix}\right)$

其中$f(x)=\begin{cases}\sin x & 0\leqslant x\leqslant\pi\\ 0 & x<0 \text{ 或 } x>\pi\end{cases}$

试求$U(x,y)$的解析表达式。

四、1. （8分）求$y'''+y''=1+2xe^{-x}$的通解。

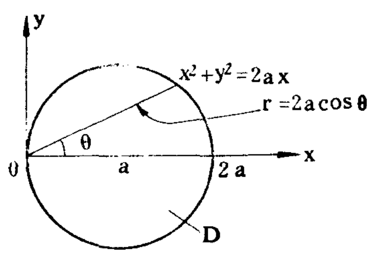
2. （6分)求 $\cos y\dfrac{dy}{dx}+\sin y=x+1$ 满足 $y(0)=\dfrac{\pi}{2}$的特解。

五、(8分)证明$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(2n+1)}{n!}x^{2n}$对一切$x$都收敛，并求其和函数。

六、1. （6分）求$\displaystyle\int_l\frac{(x-c)dx+ydy}{[(x-c)^2+y^2]^{3/2}}$ $(c<0)$

其中 l 为第一象限内由$A(a,0)$ 到$B(0, b)$ 的椭圆弧段：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$。

2. （8分）设曲面S为锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$被圆柱面 $x^2+y^2=2ax$ 所截的部份其面密度 $\mu=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$，求曲面的质量。



七、证明：设$f(x)$在$[a, b]$上具有n阶导数，如果对常数C：$f(a)<C<f(b)$，则在(a,b)内至少存在一点ζ，使得 $f(\zeta)=C$

八*、(12分) 证明：在线单通域内，矢量场$\vec{A}=P\vec{i}+Q\vec{j}+R\vec{k}$为无旋场的充要条件是$\vec{A}$为有势场。

九*、1. （8分）求$\oint_C\dfrac{z^3}{1+z}e^{\frac{1}{z}}dz$，其中$C$为单位圆外部的任一光滑闭曲线。

2. （8分）设解析函数$f(z)=P(x,y)+CQ(x,y)$，其中$P(x,y)=P(x^2+Ay^2)$，试求常数A与$f(z)$的表达式（$A\neq0$)。

八、1. （6分）

$$\text{设}X\begin{pmatrix}1&2&3\\2&2&1\\3&4&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&10&8\\5&6&3\end{pmatrix}\text{ 求}X=?$$

2. （8分）设$\alpha=(\lambda-2,\ 2\lambda,\ -\lambda^2)$；

$$\beta_1=(\lambda,1,1),\ \beta_2=(1,-\lambda,1),\ \beta_3=(-1,1,-\lambda)$$

试问：(1)λ为何值时，α是β_1，β_2，β_3的线性组合？

(2)λ为何值时，α不是β_1，β_2，β_3的线性组合？

九、1. （6分）设A、B两个元件在仪器中独立工作，如果在一天 内，A、B 元…的概率分别为0.1，0.2；且当其中一个元件烧坏时，仪器发生故障的概率为0.2…，当…

件烧坏时，仪器发生故障的概率为0.6，试求一天内仪器发生故障的概率。

2．（8分）一大批产品由一等品与二等品组成，其中二等品占$\frac{1}{6}$，今任取5000个产品，试问：在这些产品中二等品所占的比例与$\frac{1}{6}$之差小于1%的概率是多少？$\left(\text{设函数}\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{x^2}{2}}dx(x>0)\text{ 的函数值为已知}\right)$

注：磁记录专业作加*号的八、九题，其它计算机专业作不加*号的。

高等数学试题

（包括线性代数、概率论）

（上海工业大学）

（适用：计算机、电机、自动化、工业管理、力学）

一、计算下列极限（每小题4分，共12分）

（1）$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(\sin x-\operatorname{tg}x)\sin\frac{1}{x}}{1-\cos^2x}$

（2）$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}}{\sqrt[4]{x^4+x^2}-x}$

（3）$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\ln(1+e^x)}{x}$

二、计算下列积分（每小题5分，共15分）

（1）$\int\dfrac{2\sin x\cos x\sqrt{1+\cos^2x}}{2+\sin^2x}dx$

（2）$\int_{-1}^{1}\dfrac{2x^3+5x+2}{\sqrt{1-x^2}}dx$

（3）$I_m=\int_0^{\pi}x\sin^m x\,dx$　　　（m为自然数）

三、（每小题5分，共10分）

（1）求$\dfrac{d}{dx}\int_0^2\ln(x+y)dy$

（2）验证由参数方程$\begin{cases}x=e^t\sin t\\ y=e^t\cos t\end{cases}$所确定的函数$y$满足关系式$\dfrac{d^2y}{dx^2}(x+y)^2=2\left(x\dfrac{dy}{dx}-y\right)$。

四、设连续函数$f(x)$在$[a,b]$上单调增加，证明$F(x)=\dfrac{1}{x-a}\int_a^x f(t)dt$在$[a,b]$上单调增加。

（6分）

五、设可微函数$f(x)$恒满足$\int_0^x[2f(x)-1]dx=f(x)-1$，（1）求$f(0)$之值；（2）求出函