物理学教程

力学 1

〔法〕R.阿内甘 J.布迪尼 著
郭善儒 译 江之永 校

人民教育出版社

物理学教程

力 学　1

〔法〕R.阿内甘　J.布迪尼 著
郭善儒 译　江之永 校

人民教育出版社
1982

内 容 简 介

本书系根据〔法〕R. 阿内甘和 J. 布迪尼合著《物理学教程 力学 1》1975 年第三版译出. 这套教科书共八册: 力学 1、力学 2、电学 1、电学 2、电学 3、光学 1、光学2、热力学. 本册内容为运动学、参照系、动力学、功和能、动量矩、引力相互作用、质点的碰撞. 本书可供高等学校数学、力学和相近专业的大学生和教师参考.

R. Annequin et J. Boutigny

Cours de Sciences Physiques

Mécanique 1

Librairie Vuibert

1975

物 理 学 教 程

力 学 1

〔法〕R. 阿内甘 J. 布迪尼 著

郭善儒 译

江之永 校

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

咸宁地区印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 5 字数 120,000

1981 年 10 月第 1 版 1983 年 8 月第 1 次印刷

印数 00,001—12,500

书号 13012·0837 定价 0.69 元

前　　言

这本力学是一套丛书的第一本，全套书还有：电学、光学、热力学．上述各书都是按1972年9月规定的新大纲，为高等数学班的学生编写的．虽然本丛书的内容与高等教育第一阶段的D.E.U.G-A（Diplôme des études universitaires générales-A）各专业的物理学大纲不是完全适应，但是我们希望本丛书将能成为上述各专业学生在学习过程中的有效参考书．

新大纲中有关质点力学的内容，似应作为学习后继课题（电磁学、热力学、原子和原子结构）的基础．据此，在学年开头的几个星期，进行力学的讲授是合乎逻辑的．在明确了力学作为基础这个必要性后，我们力图使讲述过程中采用的数学工具是高中毕业生可以接受的，但并不因此就仅限于简单地重温中学已学过的力学内容．讲述的进度可能略嫌缓慢，但为了尝试用简要的数学工具来阐明力学的基本观点，还是应该付出一定代价的．（关于力学的基本观点，在供二年级学生用的课本中，还要作更综合性的介绍．）

在力所能及的情况下，我们向读者介绍了一些熟悉的数学概念（仿射空间、矢量空间、线性映射……）．为了达到论述清楚和介绍概念准确的目的，我们认为这样处理是有益的．

希望有机会审阅本教程的数学界的同事们，对于我们采用他们为学生铸造的数学工具方面作得是否恰当，作出评价；还希望他们向我们提出更多的建议，使我们双方面的教学，在不失去各自学科特点的情况下，彼此配合得更好．

我们也感到在我们的教程中，某些物理素材的叙述，往往过于

枯燥和浓缩. 当然这也是经过周密考虑之后的选择. 因为任何一本教程，不管怎样详尽，总是代替不了教师在课堂上的讲授，何况，由于读者的具体情况不同，不管内容如何繁简，问题总是存在的. 因此，与其采取折衷办法，我们宁可把内容处理的精缩一些，使学生通过课堂的努力学习，能够加深对内容的理解和掌握. 分散在教材中的例题为学生独立学习创造条件. 要求学生不必急于查阅例题解答，应该根据题意，独立地找出一种求解方案，这是检验自己学习成果的好办法。

作　者

目　录

第一章　运动学

第二章　参照系

第三章　动力学的基本规律

第四章 功和能

有三个自由度的粒子的能量

第五章 动量矩

第六章 引力相互作用

第一章 运 动 学

§1-1. 运动学的目的.

运动学的目的是研究物体的运动，它不涉及引起运动和改变运动的所有可能的原因. 运动学与动力学不同，动力学是力学的另一部分，它的目的是建立运动的原因和效果之间的关系.

运动的概念是一个直观的概念，然而它与参照系的概念是分不开的：运动总是相对于一定的参照系，因此，脱离参照系来描述运动是不可能的. 我们认为描述一个物体的运动，就是确定运动物体的位置(运动物体的轨迹和方向)随时间的变化函数.

在本章里，我们打算用数学来表示这些实际概念，使它们的意义更为确切，同时也建立一些今后必须用到的工具，如参照系、速度矢量，加速度矢量.

用数学的观点研究运动学，应该看作是为动力学研究作准备.

§1-2. 时间.

1. 瞬时 τ.

我们假定观测者拥有一个参考的时钟. 这样，我们就能把时钟的每个状态(例如：指针的位置)和一个一维的，有指向的实仿射空间中的点子 τ 联系起来. 设$(\mathscr{T})$代表这个空间，$(\mathscr{T})$称为**瞬时空间**.

2. 持续时间的矢量空间.

另一方面，设矢量空间$(\mathscr{D})$为$(\mathscr{T})$的自由矢量的集合. $(\mathscr{D})$是建立在实物体上的. 这样，通过

$$\vec{D}=\overrightarrow{\tau_1\tau_2}$$

的映射，就能把($\mathscr{T}$)空间中任意一对$\tau_1\tau_2$，和($\mathscr{D}$)的元素$\vec{D}$联系起来. $\vec{D}$是一段持续时间，而($\mathscr{D}$)是持续时间的矢量空间.

3. 时间的参照坐标.

设O为仿射空间($\mathscr{T}$)的一个定点，$\vec{e}$为矢量空间($\mathscr{D}$)的基底：则(O, $\vec{e}$)构成时间参照坐标.

这样，和($\mathscr{T}$)上的任一点τ相对应的必有一实数t，

$$\overrightarrow{O\tau}=t\vec{e},$$

t 是时刻τ的时期(t表示原点O与点τ之间的时间间隔——译者注). 注意：为了运用一个正确的术语，应该说成《具有时期t的时刻τ》，但由于用语不当，人们满足于使用《时刻t》这种表达方式.

我们把($\mathscr{T}$)空间的两点τ_1和τ_2(两个瞬时)，用标量d并通过下式联系起来，即

$$\vec{D}=\overrightarrow{\tau_1\tau_2}=d\vec{e}.$$

如果t_1和t_2是时刻τ_1和τ_2的时期，则持续时间$\vec{D}$的量度d是

$$d=t_2-t_1.$$

4. 持续时间的基底的变换(即时间的基本单位的变换).

设($\mathscr{D}$)的基底原来是$\vec{e}$，现在改用新的基本单位$\vec{e}'$，而且

$$\boxed{\vec{e}=T\vec{e}',}$$

则同一时间间隔矢量$\vec{D}$，用上述两种基本单位量度，其量值d和d'将分别为：

$$\vec{D}=d\vec{e}=d'\vec{e}',$$

或

$$\vec{D}=dT\vec{e}'=d'\vec{e}',$$

由此得到

$$\boxed{d' = \mathrm{T}d.}$$

T 叫做时间的量纲系数．如果量度时间的新基本单位$\vec{e}'$比单位 $\vec{e}$ 小 T 倍，则测出同一时间间隔的数值将增大 T 倍．

§ 1-3. 空间．

1. 位置．

假定观测者拥有一观测工具．通过观测，任一质点将在三维实仿射空间($\mathscr{E}$)中占有一定的位置M；这是一个具体的几何仿射空间．所以，M的位置是($\mathscr{E}$)中的一个点．

2. 位移矢量的矢量空间．

应用$\vec{r} = \overrightarrow{\mathrm{M}_1\mathrm{M}_2}$，可以把建立在实物体上的三维矢量空间(E)的元素 $\vec{r}$ 与($\mathscr{E}$)的每一对元素 M_1，M_2联系在一起．我们称 $\vec{r}$ 为位移矢量，(E)是位移矢量的矢量空间．

3. 空间参照坐标．

设O为仿射空间($\mathscr{E}$)的一个定点，矢量空间(E)的基底为 $\vec{i}$、$\vec{j}$、$\vec{k}$；则

$(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$是空间参照坐标．

和($\mathscr{E}$)上的任一点M相对应，必有三个坐标(x、y、z)，而且

$$\overrightarrow{\mathrm{OM}} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k};$$

x、y、z 是点M的笛卡儿坐标，且都是实数．

在下面的论述中我们假设参照坐标($\mathscr{R}$)是直接正交的．如果 $\vec{i}$、$\vec{j}$、$\vec{k}$ 是单位矢量，那么 x、y、z 是长度的量度．

4. 基底的变换．

设 $\vec{i}'$、$\vec{j}'$、$\vec{k}'$ 是(E)的新基底，即

$$\vec{i} = \mathrm{L}\vec{i}',\quad \vec{j} = \mathrm{L}\vec{j}',\quad \vec{k} = \mathrm{L}\vec{k}'.$$

那么在原来的基底中，矢量$\overrightarrow{OM}$写成

$$\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k},$$

而在新的基底中，就应写成

$$\overrightarrow{OM}=xL\vec{i}'+yL\vec{j}'+zL\vec{k}'.$$

因此，新的坐标是

$$\boxed{x'=Lx, y'=Ly, z'=Lz,}$$

其中，L 是长度的量纲系数.

例子：——例如新的基底是千米(km)，原来的基底是米(m)，已知 1 米$=10^{-3}$千米，新的量度 x' 是

$$x'=10^{-3}x;$$

通常说：x' 按《千米》计，x 按《米》计.

5. (E)和R^3 (三维空间——译者注)的等同性.

一旦选定一个正交基底和相应的长度单位，并且在(E)中是正的(直接参照系)，则(E)的空间矢量$\vec{r}=\overrightarrow{OM}$将由三个实数$x$、$y$、$z$来确定，亦即由$R^3$(建立在R上的三维自由矢量的矢量空间）的矢量来确定.

因此，空间矢量$\vec{r}$可以看作是R^3的矢量，这样就能采取惯用的方法来图示R^3以及和它相联系的仿射空间(图1-3-5).

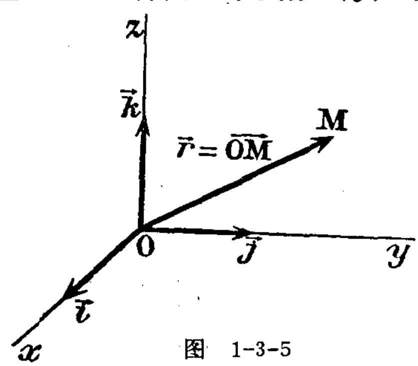

图 1-3-5

§ 1-4. 轨迹.

在($\mathscr{T}$)空间中的任一时刻 τ，总有在($\mathscr{E}$)空间中和它相对应的一点M，这个对应关系或映射可以记作M(τ).

当 τ 在一定的范围内变化时, M在($\mathscr{E}$)空间中各点的位置的总和就称为轨迹.

如果时间参照坐标(O, $\vec{e}$)已被确定, 那么每一时刻 τ 就有一个对应的时期 t. 轨迹可看成是R区间在($\mathscr{E}$)中的贴合, 记作M(t). 如果我们选择一个原点O, 这个轨迹就成为R区间在矢量空间(E)中的一个贴合 $\vec{r}(t)$. 此外, 如果在(E)中已选择了一个基底, 那么轨迹将相当于 R 在 R^3 中给定的贴合.

§ 1-5. 速度矢量.

1. 定义.

以上, 通过实变量为 t 的矢量函数 $\vec{r}(t)$, 阐述了轨迹的概念, 其中, $\vec{r}(t)$在(E)中取值. 在一可求导数的时间间隔内, 上述函数具有一定的导数, 即矢量函数 $\vec{r}'(t)$, 它也在(E)中取值. $\vec{r}'(t)$叫作速度矢量, 用$\vec{v}(t)$表示

$$\vec{v}(t)=\vec{r}'(t)$$

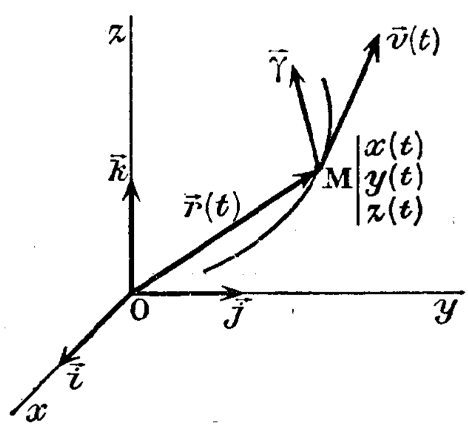

图 1-5-1

或记作

$$\vec{v}(t)=\frac{d\vec{r}(t)}{dt}.$$

$\vec{v}$ 是(E)的一个矢量，我们用通常的几何表达方式加以描述它. 因此矢量 $\vec{v}$ 永远与轨迹相切，并指向运动的方向(图1-5-1).

2. 量纲系数.

a) 如果已在(E)中选定一个基底，那么，给定 $\vec{v}(t)$ 就等于给定三个标量函数

$$\frac{dx(t)}{dt}, \frac{dy(t)}{dt}, \frac{dz(t)}{dt}$$

以上三个标量函数是M点的坐标 x、y、z 的导数，也是速度矢量在基底 $\vec{i}$、$\vec{j}$、$\vec{k}$ 上的分量.

如果换一个新的基底 $\vec{i}'$、$\vec{j}'$、$\vec{k}'$，而且

$$\vec{i}=\mathrm{L}\vec{i}', \quad \vec{j}=\mathrm{L}\vec{j}', \quad \vec{k}=\mathrm{L}\vec{k}',$$

则速度矢量可以写成

$$\begin{aligned}\vec{v}&=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}+\frac{dz}{dt}\vec{k}\\&=\mathrm{L}\frac{dx}{dt}\vec{i}'+\mathrm{L}\frac{dy}{dt}\vec{j}'+\mathrm{L}\frac{dz}{dt}\vec{k}'.\end{aligned}$$

因此，新的速度分量是

$$\frac{dx'}{dt}=\mathrm{L}\frac{dx}{dt}, \quad \frac{dy'}{dt}=\mathrm{L}\frac{dy}{dt}, \quad \frac{dz'}{dt}=\mathrm{L}\frac{dz}{dt},$$

此处，L 是长度的量纲系数.

b) 对于 $\vec{v}$ 是恒矢量这一特殊情况，则可写出

$$\vec{r}-\vec{r}_0=\vec{v}(t-t_0).$$

如果，选择一个新的时间基底，即 $\vec{e}=\mathrm{T}\vec{e}'$，那么持续时间 $t-t_0$ 变成

$$t'-t'_0=\mathrm{T}(t-t_0),$$

并且速度矢量成为 $\vec{v}'$，即

$$\vec{r}-\vec{r}_0=\vec{v}(t-t_0)=\vec{v}'(t'-t'_0)=\vec{v}'\mathrm{T}(t-t_0),$$

或 $$\vec{v}'=\mathrm{T}^{-1}\vec{v}.$$

因此，用 $\vec{v}(t)=\dfrac{d\vec{r}}{dt}$定义的速度矢量的量纲系数为 T^{-1}.

至于必须在(E)中选择基底的速度矢量的分量，其量纲系数是 LT^{-1}.

§ 1-6. 加速度矢量.

当矢量函数 $\vec{r}(t)$是两次可微时，则矢量函数

$$\vec{\gamma}(t)=\frac{d\vec{v}(t)}{dt}=\frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2}$$

称做加速度矢量.

加速度矢量也是在(E)中取值.

当这个矢量是常量时，则有

$$\vec{v}-\vec{v}_0=\vec{\gamma}(t-t_0)$$

如果时间基底改用 $\vec{e}'$，即 $\vec{e}=T\vec{e}'$，则持续时间可写作

$$t'-t'_0=T(t-t_0),$$

而 $\vec{v}-\vec{v}_0$ 化为

$$\vec{v}'-\vec{v}'_0=T^{-1}(\vec{v}-\vec{v}_0),$$

由此可知，加速度矢量 $\vec{\gamma}'$ 满足

$$\vec{v}'-\vec{v}'_0=\vec{\gamma}'(t'-t'_0),$$

或 $$T^{-1}(\vec{v}-\vec{v}_0)=\vec{\gamma}'T(t-t_0),$$

即 $$\vec{\gamma}'=T^{-2}\vec{\gamma}$$

可见加速度矢量的量纲系数是 T^{-2}.

此外，$\vec{\gamma}$与 $\vec{v}$ 和 $\vec{r}$ 一样，也是(E)的矢量．基底 $\vec{i}$、$\vec{j}$、$\vec{k}$ 向基底 $\vec{i}'$、$\vec{j}'$、$\vec{k}'$ 的转换，即

$$\vec{i}=L\vec{i}',\quad \vec{j}=L\vec{j}',\quad \vec{k}=L\vec{k}'.$$

也改变了$\vec{\gamma}$的分量．例如

$$\frac{d^2x'}{dt^2}=L\frac{d^2x}{dt^2}.$$

因此，加速度矢量的分量的量纲系数是 LT^{-2}.

速度和加速度的单位决定于长度的单位. 在 SI 单位制中，它们各自的单位是每秒米（米/秒）和每秒每秒米（米/秒²）.

§ 1-7. 速度矢量和加速度矢量的分量.

当一个粒子在它的轨迹上的位置用空间矢量 $\vec{r}=\overrightarrow{OM}$确定之后，在不同的坐标系中，我们来进行速度和加速度矢量的分量计算.

1. 笛卡儿坐标（图 1-5-1）.

由表达式

$$\vec{r}=\overrightarrow{OM}=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k}$$

出发，通过求一阶导数，得

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}+\frac{dz}{dt}\vec{k}$$

通过求二阶导数，得

$$\vec{\gamma}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}=\frac{d^2x}{dt^2}\vec{i}+\frac{d^2y}{dt^2}\vec{j}+\frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$$

速度矢量的分量是 $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$,

加速度矢量的分量是 $\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{d^2y}{dt^2}$, $\frac{d^2z}{dt^2}$.

2. 柱坐标（图 1-7）.

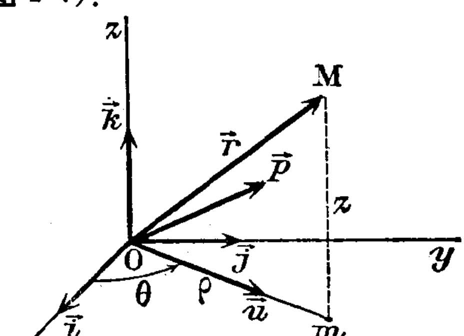

图 1-7

作单位矢量$\vec{u}$垂直于$\vec{k}$，且$(\vec{i},\vec{u})=\theta$. 则M点的柱坐标是$\rho=$ Om, θ和z；因此，

$$\vec{r}=\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\rho\vec{u}+z\vec{k}$$

再作单位矢量$\vec{p}$垂直于$\vec{k}$而且直接垂直于$\vec{u}$. 我们得知

$$\frac{d\vec{u}}{d\theta}=\vec{p} \quad 以及 \quad \frac{d\vec{p}}{d\theta}=-\vec{u},$$

由此，通过对$\vec{r}$求导数，可以得到$\vec{v}$和$\vec{\gamma}$的表达式：

$$\boxed{\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\frac{d\rho}{dt}\vec{u}+\rho\frac{d\theta}{dt}\vec{p}+\frac{dz}{dt}\vec{k},}$$

$$\vec{\gamma}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d^2\rho}{dt^2}\vec{u}+2\frac{d\rho}{dt}\frac{d\theta}{dt}\vec{p}+\rho\frac{d^2\theta}{dt^2}\vec{p}-\rho\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\vec{u}+\frac{d^2z}{dt^2}\vec{k},$$

$$\boxed{\vec{\gamma}=\left[\frac{d^2\rho}{dt^2}-\rho\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]\vec{u}+\left(2\frac{d\rho}{dt}\cdot\frac{d\theta}{dt}+\rho\frac{d^2\theta}{dt^2}\right)\vec{p}+\frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}.}$$

上面的表达式，显示出速度和加速度在$\vec{u}$、$\vec{p}$和$\vec{k}$轴上的分量.

如果运动局限在平面(Ox、Oy)中，那么只要令$z=0$，就能得到$\vec{v}$和$\vec{\gamma}$的极坐标表达式：

	$\vec{v}$	$\vec{\gamma}$
径向分量(在$\vec{u}$上)	$\frac{d\rho}{dt}$	$\frac{d^2\rho}{dt^2}-\rho\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$
垂直于径向的分量(在$\vec{p}$上)	$\rho\frac{d\theta}{dt}$	$2\frac{d\rho}{dt}\cdot\frac{d\theta}{dt}+\rho\frac{d^2\theta}{dt^2}$

例题 M-1.

求在球坐标中，一个粒子的速度矢量的分量.

〔**解**〕：我们研究在正交三面体(O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$)中的运动. M是粒子的位置，m是M在平面xOy上的投影.

设$\vec{u}$为$\overrightarrow{\mathrm{O}m}$的单位矢，