

高等学校规划教材

矿山控制系统的 计算机仿真

高毓麟 孙庚山 编著

煤炭工业出版社

高等学校规划教材

矿山控制系统的计算机仿真

高毓麟 孙庚山 编著

煤炭工业出版社

(京)新登字042号

内 容 提 要

本书系统地介绍了控制系统仿真的基本概念和基本方法,以及仿真程序设计思想和常用的仿真源程序清单。

全书共五章,分三个部分论述:第一部分简要介绍了模拟机基本部件的工作原理及模拟机进行连续控制系统仿真的基本方法;第二部分主要介绍数字机对连续控制系统和采样控制系统进行仿真的主要方法和各种仿真程序,对每种仿真程序都提供了全部源程序清单和使用说明。第三部分为附录,其中提供了煤炭工业中控制系统仿真的应用实例。

本书为煤炭系统高等院校工业电气自动化、机械设计及机械制造、矿物加工工程以及流体传动及控制等专业硕士研究生相应课程的教学用书,也可作为相应专业本科大学生选修课的用书。还可供其他工科院校同类型专业及同行业工程技术人员参考。

高等学校规划教材

矿山控制系统的计算机仿真

高毓麟 孙庚山 编著

责任编辑:胡玉雁

煤炭工业出版社 出版

(北京安定门外大街甲11号)

煤炭工业出版社印刷厂 印刷

新华书店北京发行所 发行

开本 $787 \times 1092\text{mm}^1/16$ 印张 $28^{1/2}$

字数686千字 印数1—1,275

1992年10月第1版 1992年10月第1次印刷

ISBN 7-5020-0681-8/TD·626

书号 3450

定价 7.30元

前 言

控制系统的计算机仿真是一门实践性很强的学科。早在50年代,国外不少科学技术领域都已采用,收益匪浅。我国从60年代初开始发展,主要用于航空、宇航和其它军工等部门。1979年中国自动化学会系统仿真专业委员会在烟台正式成立,经过十年努力工作,对这门学科在我国的发展和普及起了很大的推动作用。为了适应系统仿真学科和仿真系统技术发展的需要,经国家科委批准,于1989年2月中国系统仿真学会正式宣告成立,不少单位和个人对我国系统仿真的研究和推广都有卓越的贡献。

作者根据我国煤炭工业中控制系统自动化的需要,煤炭工业系统所属高等院校工业电气自动化和机械设计、机械制造等专业对硕士研究生和大学高年级本科生的教学要求,经过多次教学实践、结合科研工作中的体会,编写了本书。其内容共分五章,可供上述专业范围50学时左右教学之用。硕士研究生可在教师辅导下以自学为主,对于高年级本科生,教师可结合需要讲授其中的几章或全部。由于本课程实践性较强,在教学过程中,必须有相应的上机操作实践。为了便于这门学科的普及和推广,书中所有的仿真程序以IBM-PC微型机上的软盘BASIC语言编写为主,也有相应的FORTRAN语言编的程序为后备。

本书由高毓麟和孙庚山同志编写。其中,孙庚山同志提供了第二章的绝大部分内容和第五章第五节内容,由高毓麟同志统一整理。在本书编写过程中作者所在单位的领导和同志们给予了大力的支持;特别是谢桂林教授对本书的编写给予很大帮助,并进行了初审;清华大学熊光楞教授也对全书作了详细的审阅,并提出了宝贵意见;在此一并致以深切的谢意。

由于作者水平有限,谬误之处在所难免,诚恳地请专家和读者给以批评指正。

作 者

一九九一、十一

4-28/5

目 录

第一章 概述	1
第一节 计算机仿真技术的发展简介及其应用	1
第二节 计算机仿真的基本概念	2
第三节 自动控制系统数学模型的形式	6
第二章 电子模拟计算机及其仿真	10
第一节 模拟机的线性部件	10
第二节 模拟机的非线性部件	15
第三节 模拟机求解线性定常微分方程的步骤	27
第四节 高阶线性微分方程的仿真	38
第五节 控制系统按结构图仿真	43
第三章 连续控制系统的数字机仿真	62
第一节 基于数值积分法的数字机仿真	62
第二节 基于矩阵指数运算的数字机仿真	105
第四章 连续系统的仿真程序包及仿真语言	170
第一节 连续系统仿真程序包——CSSPP	170
第二节 一种连续系统的仿真语言——SBASIC- I	225
第三节 IBM-PC及其兼容机上应用的一种连续系统仿真软件BGLS	237
第五章 基于离散形式数学模型的控制系统数字仿真	319
第一节 采样器和保持器	322
第二节 基于脉冲传递函数的数字机仿真	331
第三节 连续系统与离散系统传递函数之间的变换	339
第四节 现代数值积分法	358
第五节 采样控制系统的数字机仿真	374
附录一 自动控制系统计算机仿真在煤矿工业中应用的举例	388
附录二 第三章中的仿真程序的FORTRAN语言版本	419
参考文献	451

第一章 概 述

大家早已熟悉的控制系统，如采煤机、提升机、挖掘机、选矿厂的过程控制和供电电网等等，在一般情况下可以看做是确定性的连续系统。为了对这些系统进行分析和综合，往往要做很多实验。最初，这些实验只局限于在实际系统（原型）上或在其物理模型上进行，如对一台直流提升机的控制系统进行实验时，首先要在实验室中用一台小容量的直流机，配以相应的控制设备，组成被研究系统，然后才能在其上进行提升矿物、下放材料、升降设备和人员等各种情况下的起动、制动和调速诸实验。从仿真的角度来说，这叫物理仿真。这种实验的好处是直观、全面，不要求这类确定性系统的精确数学模型，所以到目前为止，这种实验仍然是对控制系统进行品质分析不可缺少的手段。但是，随着科学技术的发展，控制系统自动化程度的提高，复杂的控制系统，如复合控制、最佳控制和自适应控制等，使上述仿真方法的缺点愈来愈突出。投资大，周期长，占用人员和场地多，而且由于测量方式和场地条件的限制，所取得的结果有时满足不了对系统进行分析 and 综合的要求，这就迫切要求适应新情况的实验手段。另一方面，由于计算技术的普及，计算机价格的降低，最初只能用于军事、航空和宇航等领域中的各种计算技术，逐渐推广到各工业部门，使计算机的广泛应用成为现实，如有些控制系统本身就有计算机参与计算机仿真这一先进技术就愈来愈被人们所重视。

第一节 计算机仿真技术的发展简介及其应用

仿真技术与计算技术可以说是孪生兄弟，它随着计算技术的发展而发展。早在30年代，就有了机械式积分器来解算微分方程。后来又出现了机电式模拟计算装置，它除了解算数学方程外，还用于组成培训飞机驾驶员的仿真装置，这也是机电式半实物数学仿真的开始。40年代，电子管直流运算放大器研制成功，才出现了通用式电子模拟计算机，它主要用于控制系统（伺服系统）的仿真，大大提高了运算速度，因而应用范围也逐渐扩大。到50年代初，由于自稳零式运算放大器的研制成功，出现了大型通用电子模拟计算机，不但使运算精度提高，满足了飞行器仿真的需要，而且在一般工业中也得到广泛应用。这时，电子管数字计算机刚刚诞生，在仿真功能上远远不如模拟机。但是，由于数字机所采用的计算方式是数字脉冲，计算精度高，计算过程又都依照预先编制好的程序自动进行，所以它一问世，就被人们普遍重视。到60年代，随着晶体管式数字计算机的出现，数字机的可靠性提高，体积缩小，功耗和成本降低，除在飞行器仿真方面应用外，在工业控制系统的设计和控制在其它方面也得到推广，在仿真技术中数字机的声誉越来越高。在这段时间内，模拟机也大有改进，最初增加了一些逻辑迭代功能，形成迭代式模拟机，逐渐又出现了模拟——数字混合机。用这种混合机在导弹和宇航等仿真方面，取得了辉煌的成就，但它远没有数字机仿真在一般工业中应用那么普遍。70年代以来，由于数字机的硬件和软件的迅速发展，特别是微型机的出现，由于微型机的体积小，能耗小，价格低，功能逐渐加强，在仿真技术中得到普遍应用。近几年来，用微型机组成的阵列式仿真系统和纯数字

仿真机等的研制及应用诸方面又取得了很大的进展。

近十几年来,仿真技术的应用迅速发展,不仅在工程方面,在非工程领域中,如社会系统,经济系统,生态系统,生物医学和环境科学方面也都飞速发展,不仅用于科研,而且用于教育和管理。预料今后在仿真技术方面将会有更大的发展。

我国的仿真技术从50年代末开始,主要用模拟机对一些国防工程系统进行了仿真。70年代由于数字机的发展和应用,数字机组成的仿真系统逐渐出现,近几年来混合机仿真也在相应发展。特别是全国系统仿真专业委员会成立以来,做了大量的推广和普及工作,对我国的仿真技术有很大促进。在我国煤炭工业中,近几年来在控制系统和管理系统等方面的仿真技术也有所开展,但与其它行业相比,还有一定的差距。

从50年代开始,经过30年来的发展,仿真技术在各种学科内都很活跃,国际上已有20多个相应的学术组织成立,定期刊物有十几种,每年这方面的学术交流会议达十几个,对仿真技术做出了卓越的贡献。

仿真技术可最为有效而经济地用于科研,设计,教育、训练以及控制系统的鉴定等方面。如果不用仿真技术而全部采用实物进行试验,不但费用大,周期长,有些场合也太危险,甚至于物理上无法实现。以空间工业为例,飞行器实物单次飞行测试的成本费用为 $10^4 \sim 10^8$ 美元,而为设计和训练所需要建立的仿真系统,在其上可以进行上千次的仿真实验,但花费仅占单次飞行成本的 $\frac{1}{5} \sim \frac{1}{10}$;又如英法采用仿真技术设计“协和”号飞机,使研

制周期缩短了 $\frac{1}{6} \sim \frac{1}{8}$,节省费用达15~25%。在民用工业方面,如我国过去自制一套热连轧机,一般需要10年左右的时间,而武钢引进的热连轧机,因采用仿真技术进行设计,由设计到安装仅用了三年时间,并且在试车前又进行了轧制节奏仿真,保证了安全试车,又大大缩短了试车阶段的时间,相应地节约了资金。这些事例都生动地说明仿真技术的经济效果。作者相信,把仿真技术应用于煤炭工业的控制系统中去,其经济效果也会是可观的。

第二节 计算机仿真的基本概念

所谓“仿真”(simulation)就是模仿真实的意思,也称模拟。简单地讲,对一个控制系统的仿真就是在该系统的模型上进行实验。但广泛地讲,一个控制系统的仿真包括:系统测量,模型的建立,在模型上进行实验,从而预测系统的性能并加以改进。系统的模型一般可分为物理模型和数学模型两类。物理模型就是按照实验的要求把原型按比例缩小或放大,其物理实质不变,这就是物理仿真采用的模型。如果控制系统的模型用数学方程(微分方程,传递函数,状态方程,差分方程等)描述,就称为数学模型。对这些方程求解,得到变量随时间变化的时域特性,这就是数学仿真;但这种仿真计算工作量很大,在计算机没有普及以前,是不可能采用的;就是用古典控制理论(如频率响应法和根轨迹法等)对系统进行频域分析,计算工作量也是相当大的。随着计算机的发展和普及,系统动态,过程的时域特性计算就成为现实可行的了,于是就产生了计算机仿真,也即数学仿真。可见计算机仿真就是用控制系统的数学模型在计算机上进行实验。

计算机仿真是建立在控制理论和计算技术基础上的一门综合性很强的新的科学技术。

仿真系统（仿真设备的总称）的核心是计算机的控制系统和信息处理系统，它所遵循的基本原则是相似定理。如有一个机械系统，其原理图如图1-1所示，系统中力的平衡方程式为

$$f = M \frac{d^2 y}{dt^2} + D \frac{dy}{dt} + K y \quad (1-1)$$

式中 f ——系统所受的作用力，
 M ——系统的变位质量，
 D ——摩擦系数，
 K ——弹簧的弹性系数，
 y ——系统的位移。

而另有一个电学系统，如图1-2所示。

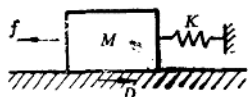


图 1-1

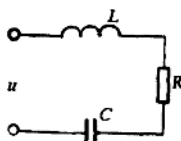


图 1-2

其动态平衡方程式为

$$u = L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q \quad (1-2)$$

式中 u ——电源电压，
 L ——回路电感，
 R ——回路电阻，
 C ——回路电容，
 q ——流经回路的电荷。

上述两个系统，其物理实质完全不同，但其动态特性的规律完全相似，如果用一个无量纲的数学公式表示，就可以写成

$$z = A \frac{d^2 x}{dt^2} + B \frac{dx}{dt} + C x \quad (1-3)$$

只要式 (1-3) 中各参数和个变量与式 (1-1) 或式 (1-2) 一一对应，就可以完全表示式 (1-1) 或式 (1-2) 所描述的规律。因此，只要式 (1-2) 与式 (1-1) 的各参数和各变量一一对应，两个系统的运动规律就相似。根据这一原理，可以在电子模拟计算机上用电压的变化来描述机械系统中各变量的动态规律。同理，在模拟机上也可用电压来描述热工系统、液压系统等各相应变量的动态规律。而在数字机上就更为简单，只要预先赋予式 (1-3) 中各参数和变量不同的物理概念和单位，就可求解出不同系统的动态过程。

由上述可知，数学仿真比物理仿真有着某些显著的优点：它可以用同一仿真系统对各种不同的物理系统进行仿真，而且从某种模型向另一种模型转换也非常容易。就是在同一模型中，如果要研究某一结构或参数变化对系统性能的影响，只要改变相应的排题接线或

相应程序的结构和数据就能做到。而在物理仿真中,对性质不同的系统都要建立各自的物理模型,它们之间是不易或不能互相转换的;就是同一系统中的局部结构或参数改变,也要求改变相应的零部件,特别是牵涉到一些繁杂加工时,不但费工,费料,而且周期也很长。至于对系统进行故障实验,数学仿真更具有突出的优点。如提升机的过卷实验,在物理系统或物理模型上进行远不如用数学仿真安全。至于实验的重复性,记录需求信息的难易程度,数学仿真的优越性也更突出。所以当数学仿真成为现实可行时,就迅速地发展起来了。

当然,这并不意味着把物理仿真(实验)与数学仿真对立起来。数学仿真要求精确的数学模型,而精确数学模型的建立仍然是以物理系统为根据的;仿真的最终目的,也还要落实到物理系统的实现上。因而,两者是相辅相成的。

数学仿真的过程,如图1-3所示。主要是在数学模型建立之后,在计算机上构成仿真模型,并用各种可能的信号和扰动对模型进行实验(仿真),以便对模型进行充分的分析。如能满足要求,就对模型给以肯定的评价;否则就需要检查仿真模型或数学模型的正确性,直到满意为止。最后才能进行系统仿真,对物理系统进行预测。这样做的目的,或是进行新系统的设计;或是对原系统进行评价和改进。

总之,数学仿真是在控制理论的指导之下,大大减少了物理实验的盲目性,并不是完全代替物理实验。但数学仿真可以缩短物理系统的研制周期,并降低成本。

数学仿真的三个基本要素为:系统,模型和计算机。联系它们的三个基本活动是:数学模型的建立,仿真模型的建立和仿真实验,如图1-4所示。数学模型的建立反映了物理系统和模型之间的关系。它的主要方法是通过观测和测量来辨识或识别一个被实验系统,由于对次要因素和某些不可观测变量的忽略,因而实验模型常常是一个被简化的模型,即为

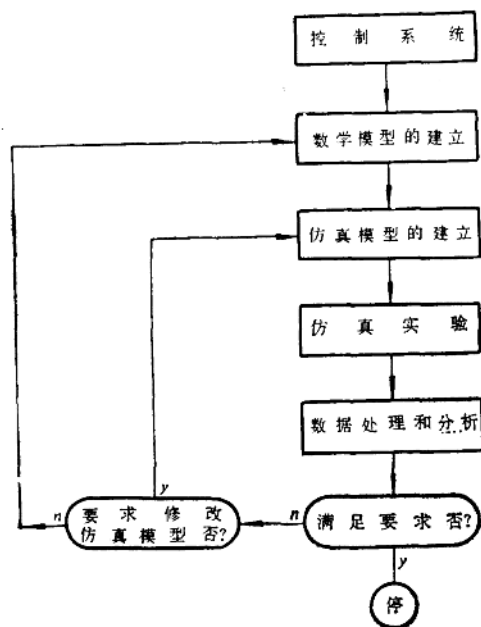


图 1-3

一个一次近似模型。仿真模型的建立,反映了系统模型(一次模型)和计算机之间的关系,它的主要任务是要设计一种算法,以便使系统模型成为计算机能够接受并可在其上运行的模型。显然,由于计算方法上存在着误差,仿真模型对于实际系统将是一个二次近似的模型。仿真实验就是仿真模型在计算机上运行,并服务于对物理系统的研究。一般常采用优化技术,根据目标函数改进被仿真系统的结构和参数,

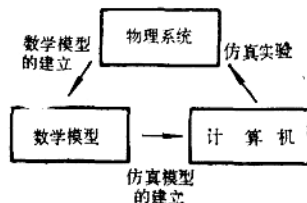


图 1-4

最后进行物理实现，这就称为控制系统的计算机辅助设计。从图 1-4 上可以很清楚地看到，数学仿真技术实质上就是仿真模型的建立和仿真实验的进行，这也是本书的主要内容。至于其它环节，还需有关专著介绍。

控制系统的计算机仿真，按所采用的仿真系统可分为：模拟机仿真，数字机仿真和模拟——数字混合机仿真。模拟机是以直流运算放大器为主要部件的，按被仿真系统的传递函数结构图，用电压代替实际系统中的各个物理变量。它实际上是一个电子线路，各部件“并行”运行，它的运算速度只决定于运算部件的频率响应，而与题目的大小无关。因此运算速度快，易于实现实时或超实时仿真，而且，各个环节的响应（比例器和积分器的输出）是一条连续的曲线，对连续控制系统的描述非常方便和直观，人机交互性也好。但也正因为它是一个电子线路，在模机上进行排题接线，有限的电压设置值与实际控制系统中各变量之间的单位换算等都都比较麻烦，不易实现自动化。特别是被仿真系统具有某些非线性（如纯延迟非线性 e^{-Ts} ）特性时，不仅线路复杂，而且使本来计算精度就低的装置计算精度更难保证。同时，对于离散系统用模拟机仿真更为困难。数字机仿真以数字计算机为主要设备的，一般最小精度也在 6~7 位有效数字（十进制），同时，只要把被仿真系统的数学模型根据计算方法编写成相应的计算程序（如果用仿真语言编写程序或用通用仿真程序包就更加简单），并且按规定的格式把参数送入计算机，经过计算，就可得到相应变量的时域特性。尤其突出的是，只要充分利用数字机的逻辑比较功能，就能较容易地对非线性系统进行仿真。所以数字机仿真的自动化程度高，逻辑判断能力强，精度也高，这也就是这类仿真能迅速发展的原因之一。但是，由于每台数字机只有一个运算器，其运算方式大都是“串行”的，尽管它的加法运算速度每秒钟可达几十万次，甚至上千万次，比起模拟机来，其运算速度还是比较慢的（慢速模拟机的运算速度也相当于千万次的数字机），这也是模拟机仍然能够被重视的主要原因。模拟——数字混合机简称混合机。它是把模拟机和数字机之间用适当的介面（A/D，D/A 以及其它控制逻辑等）连接起来的装置，因此，具有模拟机和数字机两者的特点。对被仿真系统来说，当被仿真系统的模型在精度上和响应速度上难以单独在模拟机或数字机上实现时，要求精度高而运算速度不甚苛求的环节就可用数字机部分仿真；要求运算速度快而精度不甚苛求的环节，就用模拟机部分仿真。两者之间的信息转换由介面实现，模拟机中的系数设置、迭代运算等都由数字机实现自动控制。对于被仿真系统本身是混合系统，既包含着连续系统，又包含着离散系统时，则采用混合机仿真就更为方便。如被仿真系统中存在分布参数，或含有众多的函数，或要求大容量的存贮能力，使用混合机也很有利。目前，一些大型的仿真计算站大都采用这种混合仿真系统。

控制系统的计算机仿真，按其仿真运算速度与被仿真物理系统响应的速度之比，可分为实时仿真和非实时仿真。实时仿真常常用于对被仿真系统的实时控制，对某些仪表或器件的性能考核以及用于控制仿真器，来训练被仿真系统的操作人员等。在国防、航空和宇航等领域中，很多仿真系统都希望做到实时仿真，甚至超实时仿真，目前多用混合仿真来实现。对于一般工业部门，计算机仿真主要用于对控制系统的辅助设计，在这种情况下，对实时要求不高，多采用数字仿真实现。但也有不少被仿真系统本身就是计算机控制，也要求实时仿真。

综上所述，计算机仿真作为一门新的科学技术，其内容是非常广泛的。主要内容为：

在数学模型的基础上建立仿真模型，仿真理论和方法的研究，仿真系统的构成，仿真计算机（模拟机，数字机和混合机）和软件（除一般软件外，还有仿真语言等）的开发，以及仿真技术在各个领域中的应用。可见这是一门很有前途的科学技术。

第三节 自动控制系统数学模型的形式

控制系统的计算机仿真以数学模型为依据的，数学模型就是控制系统动态特性的数学表达式，它的系统研究属于控制理论问题。在这里，仅对计算机仿真中应用的一些形式做一大概的回顾。

在工业控制系统中，最普通的是单输入单输出定常线性系统，其本身都是一些连续系统，但随着自动化程度的提高，控制系统愈来愈复杂，建立更复杂的数学模型在客观上已提出要求。特别是数字控制器和电子数字计算机控制系统的应用，产生了采样控制系统（实际上它是由两部分组成，被控对象一般仍然是一个连续系统，而控制器是一个离散的系统）。不论连续系统还是离散系统，数学模型都可以有不同的形式，在使用中可以根据具体的情况决定那一种更合适。现在分别介绍如下。

一、连续控制系统的几种数学模型

1. 微分方程

一个连续的单输入单输出定常线性系统，可以用高阶微分方程表示，它是一个时域的动态表达式，其一般形式为

$$\begin{aligned} \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_{n-1} \frac{dy(t)}{dt} + a_n y(t) \\ = b_0 \frac{d^{n-1} u(t)}{dt^{n-1}} + b_1 \frac{d^{n-2} u(t)}{dt^{n-2}} + \cdots + b_{n-2} \frac{du(t)}{dt} + b_{n-1} u(t) \end{aligned} \quad (1-4)$$

其中 $y(t)$ 为系统的输出量， $u(t)$ 为系统的输入量，而且输入量的导数阶次通常低于输出量的导数阶次。

若引进微分算子 $p \triangleq \frac{d}{dt}$ ，则式 (1-4) 可以写成

$$\begin{aligned} p^n y(t) + a_1 p^{n-1} y(t) + \cdots + a_{n-1} p y(t) + a_n y(t) \\ = b_0 p^{n-1} u(t) + b_1 p^{n-2} u(t) + \cdots + b_{n-2} p u(t) + b_{n-1} u(t) \end{aligned} \quad (1-5)$$

或

$$\sum_{j=0}^n a_{n-j} p^j y(t) = \sum_{j=0}^{n-1} b_{n-j-1} p^j u(t), \text{ 其中 } a_0 = 1 \quad (1-6)$$

2. 传递函数

当式 (1-4) 的初始条件为零时，而两边取拉氏变换，则得

$$\begin{aligned} s^n Y(s) + a_1 s^{n-1} Y(s) + \cdots + a_{n-1} s Y(s) + a_n Y(s) \\ = b_0 s^{n-1} U(s) + b_1 s^{n-2} U(s) + \cdots + b_{n-2} s U(s) + b_{n-1} U(s) \end{aligned} \quad (1-7)$$

其中 $Y(s)$ 为输出量的拉氏变换, $U(s)$ 为输入量的拉氏变换。式(1-7)整理后就得系统的传递函数 $G(s)$, 它是一个频域表达式, 其形式为

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^{n-1} + b_1 s^{n-2} + \dots + b_{n-2} s + b_{n-1}}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \quad (1-8)$$

比较式(1-5)和式(1-7)可以看出, 两者在形式上完全相似, 只是其含义不尽相同而已。

3. 状态空间表达式

由有限个具有集中参数的元件所组成的控制系统, 可以用一组一阶微分方程来描述。各方程中的变量组成一个状态向量的各个元素, 写成矩阵的形式称状态方程, 而系统的输出方程则为状态变量组成的代数方程。这就是状态空间法的数学模型, 它也是一种时域表达式。如式(1-4)所描述的系统用状态空间法可写成式(1-9)的形式。

$$\left. \begin{array}{l} \text{状态方程} \quad \dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ \text{输出方程} \quad y(t) = \mathbf{C}\mathbf{X}(t) \end{array} \right\} \quad (1-9)$$

其中 $u(t)$ 为系统的输入, $y(t)$ 为系统的输出, 它们都是标量, $\mathbf{X}(t)$ 为系统几个状态变量组成的状态向量, 是一个 $n \times 1$ 的矩阵, $\mathbf{A}$ 为 $n \times n$ 的状态系数矩阵, $\mathbf{B}$ 为 $n \times 1$ 的输入(控制)系数矩阵, $\mathbf{C}$ 为 $1 \times n$ 的输出系数矩阵。一个系统的状态空间表达式不是唯一的, 常用的如能控规范形、对角(或约当)规范形等。

4. 权函数

又称脉冲过渡函数。其定义就是当系统受到一个狄拉克(Dirac)函数 $\delta(t)$ 作用时, 得到的系统响应, 用 $g(t)$ 表示。已知狄拉克函数 $\delta(t)$ 为

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases} \quad \text{且} \quad \int_0^\infty \delta(t) dt = 1 \quad (1-10)$$

则

$$g(t) \triangleq y(t) \quad (1-11)$$

实际上, 由于 $\mathcal{L}[\delta(t)] = 1$, 所以

$$G(s) = \frac{Y(s)}{\mathcal{L}[\delta(t)]} = Y(s) \quad (1-12)$$

因此

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(s)] = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)] \quad (1-13)$$

已知系统的权函数, 当系统输入为任意函数 $u(t)$ 时, 根据卷积定理就可以得到系统的响应

$$y(t) = \int_0^t g(t-\tau)u(\tau)d\tau \quad (1-14)$$

在以上各种数学模型中, 微分方程、传递函数和状态空间表达式称为参数模型, 而权函数称为非参数模型。同时, 状态空间表达式不但表达出输入与输出之间的关系, 而且系统内部的各个状态也一目了然, 因而称为内部模型, 其它三种形式, 只表示输入与输出之间的关系, 故称外部模型。

二、离散系统的数学模型

与连续系统的数学模型相对应，一个离散系统也可以用四种数学模型来表示。

1. 差分方程

一个线性定常离散系统，由于它的变量是离散的整型变量，所以用常系数线性差分方程来表示其输入输出序列之间的关系

$$\begin{aligned} y(k+n) + a_1 y(k+n-1) + \cdots + a_{n-1} y(k+1) + a_n y(k) \\ = b_0 u(k+n) + b_1 u(k+n-1) + \cdots + b_{n-1} u(k+1) + b_n u(k) \end{aligned} \quad (1-15)$$

式中， $u(i)$ 和 $y(i)$ ($i=k, k+1, \dots, k+n$) 为输入和输出序列， a_i 和 b_i ($i=0, 1, \dots, n$)， $a_0=1$ 都为常数。当引入位移算子 q^{-1} 时，可得

$$\begin{aligned} y(k+n) + a_1 q^{-1} y(k+n) + \cdots + a_{n-1} q^{-(n-1)} y(k+n) + a_n q^{-n} y(k+n) \\ = b_0 u(k+n) + b_1 q^{-1} u(k+n) + \cdots + b_{n-1} q^{-(n-1)} u(k+n) + b_n q^{-n} u(k+n) \end{aligned} \quad (1-16)$$

或

$$\sum_{j=0}^n a_j q^{-j} y(k+n) = \sum_{j=0}^n b_j q^{-j} u(k+n) \quad (a_0=1) \quad (1-17)$$

2. 脉冲传递函数

当式 (1-15) 的初始条件为零时 (即当 $k < 0$ 时， $y(k) = 0$ ， $u(k) = 0$)，对 (1-15) 两边取 z 变换，可得

$$\begin{aligned} (1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_{n-1} z^{-(n-1)} + a_n z^{-n}) y(z) \\ = (b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_{n-1} z^{-(n-1)} + b_n z^{-n}) u(z) \end{aligned} \quad (1-18)$$

式 (1-18) 整理后，可得系统的脉冲传递函数 $H(z)$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_{n-1} z^{-(n-1)} + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_{n-1} z^{-(n-1)} + a_n z^{-n}} \quad (1-19)$$

比较式 (1-16) 和式 (1-18) 可以看出，当式 (1-16) 中 $k=0$ 时，即初始条件为零时，式 (1-16) 和式 (1-18) 有相似的形式。

3. 离散状态空间表达式

与连续系统类似，当引进相应的状态变量，离散系统也可以用状态空间法来表示，其一般形式为

$$\left. \begin{aligned} X(k+1) &= \Phi X(k) + H u(k) \\ y(k) &= C X(k) + D u(k) \end{aligned} \right\} \quad (1-20)$$

其中 $u(k)$ 表示第 k 采样瞬间的输入， $y(k)$ 表示第 k 采样瞬间系统的输出， $X(k)$ 表示第 k 采样瞬间系统的状态。如果系统为 n 阶，则其中系数矩阵 Φ 、 H 、 C 和 D 分别为 $n \times n$ ， $n \times 1$ ， $1 \times n$ 和 1×1 的矩阵，可用下式表示

$$\left. \begin{aligned} x_1(k) &= y(k) - h_0 u(k) \\ x_2(k) &= x_1(k+1) - h_1 u(k) \\ &\vdots \\ x_n(k) &= x_{n-1}(k+1) - h_{n-1} u(k) \end{aligned} \right\} \quad (1-21)$$

$$\begin{aligned}
 h_0 &= b_0 \\
 h_1 &= b_1 - a_1 h_0 \\
 &\vdots \\
 h_n &= b_0 - a_1 h_{n-1} - a_2 h_{n-2} - \dots - a_n h_0
 \end{aligned}$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \dots & -a_2 & -a_1 & 0 \end{pmatrix} \quad H = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_{n-1} \end{pmatrix}$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0 \dots 0] \quad D = h_0$$

与连续状态空间表达式相类似, Φ, H, C, D 不是唯一的, 但都可唯一地确定其传递关系。

4. 权序列

一个初始状态为零的线性离散系统, 当受到一个克罗内克 (kronecker) 函数 $\delta(n)$ 作用时, 其响应称为权序列, 用 $\{h(n)\}$ 表示, 其中 $n = 0, 1, 2, \dots$, 克罗内克函数的定义为

$$\delta_j(n) = \begin{cases} 1 & n = j \\ 0 & n \neq j \end{cases} \quad (1-22)$$

对任意输入序列 $u(n)$, 其 n 时刻的响应则为

$$y(n) = \sum_{j=0}^n u(j)h(n-j) \quad (1-23)$$

式 (1-19) 与式 (1-23) 之间的关系为 $Z[h(n)] = H(z)$ 。

以上为连续系统和离散系统的数学模型的几种形式。对仿真技术而言, 所采用的仿真系统不同, 要求被仿真系统的数学模型的形式也有所不同, 如两者不相匹配, 还存在数学模型之间的转换问题, 这些具体内容, 将在以后讨论各种仿真方法时分别介绍。

第二章 电子模拟计算机及其仿真

自从40年代末出现通用电子模拟计算机以来,模拟机曾一度是仿真系统中的主要设备。我国较早流行的“DMJ-3”中型模拟计算机有一定特点。模拟机就使用的电压来说,可分为100V制(电子管式的)和10V制(晶体管式的)两类,其基本原理都相同,只是由于所配备的部件不同,其功能有所差别。本章以100V制的DMJ-3为例介绍模拟机的主要部件及其仿真方法。

第一节 模拟机的线性部件

一、运算放大器

运算放大器如图2-1所示,它是模拟机的核心,其原理在电子技术中已有详细介绍,它具有放大系数极大,栅流很小,工作点稳定性好,频带宽而又线性度好的特点。在模拟机上所使用的运算放大器为奇数级的直流放大器,输入电压与输出电压符号相反,有几个输入端和一个输出端,一个反馈回路,而各输入端和反馈回路有一个公共联接点,常用“ Σ ”表示,此点的电位近于零,故称为虚地点。理想的运算放大器有以下几个特征:

- (1) 运算放大器的开环放大系数无限大 ($\mu = \infty$);
- (2) 虚地 Σ 点的电位等于零 ($e_{\Sigma} = 0$);
- (3) 栅极电流等于零 ($i_g = 0$);
- (4) 输出电流 i_o 的变化不影响放大系数 μ ;
- (5) 频宽范围从零到无限大;
- (6) 当输入信号为零时无输出,即 $e_i = 0$ 时 $e_o = 0$,也即无零点漂移。

这些特征与实际的运算放大器是有出入的,以DMJ-3模拟机为例,其中运算放大器所具有的指标为: $i_g < 10^{-10} \text{A}$, $\mu = 10^7 \sim 10^8$, 频带宽度为 $0 \sim \infty$, 零点漂移在8小时中小于 $100 \mu\text{V}$ 。由此可见,在模拟机上所建立的仿真模型为被仿真系统的一次近似。但用这种放大器所构成的加法器和积分器在输出最大电压为100V时,其相对误差可以做到0.1%以下。所以这种近似还是允许的。

二、比例器

在模拟机中,用理想的运算放大器所组成的比例器就是输入回路和反馈回路所连接的元件都为电阻元件,其原理图如图2-2所示。

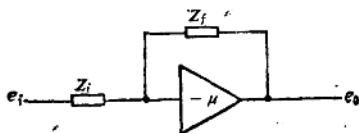


图 2-1

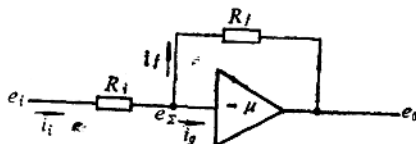


图 2-2

所仿真的数学模型为式 (2-1)，其中 K 为常数。

$$y = Kx \quad (2-1)$$

当放大器有一输入电压，其输出就有一个响应值 e_0 ，按基尔霍夫第一定律 $i_i = i_f + i_o$ ，认为 $i_o = 0$ ，故 $i_i = i_f$ 。而

$$i_i = \frac{e_i - e_x}{R_i},$$

$$i_f = \frac{e_x - e_0}{R_f}$$

认为

$$e_x = 0$$

故

$$\frac{e_i}{R_i} = -\frac{e_0}{R_f},$$

$$e_0 = -\frac{R_f}{R_i} e_i \quad (2-2)$$

比较式 (2-1) 和式 (2-2)，如用 e_0 表示 y ， $-e_i$ 表示 x ， $\frac{R_f}{R_i}$ 表示 K ，就可以用式 (2-2)

去仿真式 (2-1)，也就是说，可以用式 (2-2) 去进行式 (2-1) 的运算。这就是比例器的原理。

如果输入端不是一个而是几个，如图2-3所示，可以得到式 (2-3)

$$e_0 = -\frac{R_f}{R_1} e_1 - \frac{R_f}{R_2} e_2 - \dots - \frac{R_f}{R_n} e_n \quad (2-3)$$

这样，就可以进行加法比例运算，称加法比例器。

当式 (2-2) 中， $R_i = R_f$ 时，可得式 (2-4)

$$e_0 = -e_i \quad (2-4)$$

这就是反号器。

如果按模拟机中的运算放大器的实际情况，从图2-2中可看到，由于栅流 $\pm i_g$ ，零点漂移 $\pm \Delta e$ 和放大系数 μ 不为无限大等，这时

$$i_i + i_f + i_g = 0,$$

$$i_i = \frac{e_i - (e_x \pm \Delta e_x)}{R_i},$$

$$-i_f = \frac{(e_x \pm \Delta e_x) - e_0}{R_f},$$

则

$$\begin{aligned} \frac{e_i - (e_x \pm \Delta e_x)}{R_i} &= \frac{(e_x \pm \Delta e_x) - e_0}{R_f} \pm i_g \\ e_0 &= -\frac{R_f}{R_i} e_i - \left(\frac{R_f e_x}{R_i} + e_x \right) + \left(\frac{\pm R_f \cdot \Delta e_x}{R_i} \pm \Delta e_x \right) \pm R_f i_g \end{aligned} \quad (2-5)$$

式中，右端第一项是我们需要的；第三项是由于零点漂移引起的误差；第四项是由于栅极

电流引起的误差,因为在放大器工作时, e_x 并不为零,它与输出 e_o 的关系应为

$$e_x = -\frac{e_o}{\mu} \quad (2-6)$$

从式 (2-6) 中看出,只有当 $\mu = \infty$ 时才有 $e_x = 0$ 。若 μ 不为无限大,必然由于 e_x 在输出端引起一个附加输出电压,而给运算带来误差。

由上所述,引起比例器运算误差的主要来源为开环放大倍数 μ 不为无限大,栅流存在,相加点有零点漂移等三个因素。对100V制的模拟机,比例器的误差为0.1%以下。关于元件参数不准,回路噪声的存在等也会引起误差,这里不再作详细分析。

三、积分器

在图2-1所示的原理图中,如输入电路中 Z_i 仍为电阻 R_i ,而反馈回路中 Z_f 为一个电容 C_f ,就可构成一个积分器,如图2-4所示。它可以仿真的数学模型如式 (2-7) 所示,其中 K 为常数。

$$y = K \int_0^t x dt \quad (2-7)$$

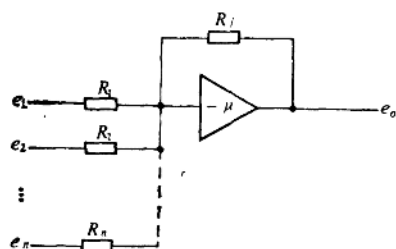


图 2-3

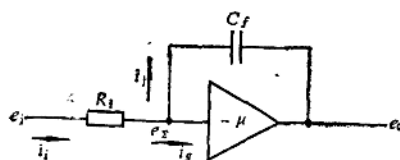


图 2-4

在图2-4所示的线路中,当输入端送入一个电压 e_i 时,输出端就有一个响应 e_o ,按基尔霍夫第一定律,在相加点 Σ 则有

$$i_1 = i_f + i_g$$

认为 $i_g = 0$, 故

$$i_1 = i_f$$

但

$$i_1 = \frac{e_i - e_x}{R_i}$$

而电容 C_f 上的压降则为

$$e_o = e_x - e_o$$

或

$$e_o = \frac{1}{C_f} \int_0^t i_f dt$$

因此

$$e_x - e_o = \frac{1}{C_f} \int_0^t \left(\frac{e_i - e_x}{R_i} \right) dt$$