

孙增圻

# 计算机 控制理论及应用

清华大学出版社

# 计算机控制理论及应用

孙增圻 编著

清华大学出版社

## 内 容 简 介

本书从工程应用的角度系统地介绍了计算机控制系统的分析、设计、建模、仿真及实现方面的问题。全书共分十章,分别介绍了计算机控制系统的常规设计方法、基于状态方程和传递函数模型的极点配置与最优控制的设计方法、系统辨识和自适应控制、计算机控制系统仿真和性能指标计算、采样周期选择和量化效应分析、数字控制器的实现及设计举例等内容。本书在介绍这些内容时,注意理论联系实际,不仅给出理论的结果,而且给出实用的算法和对一些实际问题的讨论,因而易于为计算机控制工程师们所接受和应用。

本书可作为与控制工程有关的各专业的研究生、大学本科生的教材或参考书,也可供有关教师、科研人员及工程技术人员学习参考。

## 计算机控制理论及应用

孙增圻 编著

☆

责任编辑 贾仲良

清华大学出版社出版

北京 清华园

北京昌平振南排版厂排版

河北省香河县印刷厂印装

新华书店总店科技发行所发行

☆

开本: 787×1092  $\frac{1}{16}$  印张: 23 字数: 542 千字

1989年10月第1版 1989年10月第1次印刷

印数: 0001~10000

ISBN 7-302-00456-0/TP·156

定价: 4.95 元

## 前 言

随着计算机技术的迅速发展,尤其是微型计算机的日益普及,越来越多的控制系统采用计算机进行控制。由于计算机控制具有控制灵活、实现的功能强、精度高等优点,它将逐渐取代模拟控制而成为系统控制的主要方式。

本书从工程应用的角度出发,比较系统地介绍了计算机控制系统的分析、设计、建模和仿真,同时,对于一些实际问题,如采样周期的选择、量化效应的分析以及数字控制器的实现等也进行了较深入的讨论。全书共分十章。其中第二章概括地介绍基于古典控制理论的常规设计方法,这里假设读者已具备了包括离散系统在内的古典控制理论的基本知识。本书比较注意理论联系实际,不仅给出理论的结果,而且给出实用的算法和对一些实际问题的考虑,因而所介绍的理论和方法易为计算机控制的工程师们所接受和应用。

本书的内容作为清华大学计算机控制方向的研究生的一门主要课程讲授过多遍,也曾在北京和沈阳举办的两个学习班上,以及在航天部二院和三院、海军航空工程学院等单位讲授过多次。在多次讲课的基础上,经加工、整理和充实而写成了本书。本书的许多内容主要参考了国外近年来较有代表性的文献资料,比较典型的如书后所列参考文献〔2〕和〔5〕。同时,书中也有相当一部分内容是笔者研究工作的总结。为了全书内容的系统性和完整性,书中个别章节引用了参考文献〔1〕的内容。

本书可作为与控制工程有关的各专业的研究生或有选择地作为大学本科生的教材或参考书,也可供有关教师、研究人员及工程技术人员学习参考。

由于笔者水平所限,书中肯定存在不少缺点和错误,欢迎读者批评指正。

孙增圻

1987 于清华园

# 目 录

|                                   |     |
|-----------------------------------|-----|
| <b>第一章 绪论</b> .....               | 1   |
| 第一节 什么是计算机控制系统.....               | 1   |
| 第二节 计算机控制的发展概况.....               | 2   |
| 第三节 计算机控制理论.....                  | 4   |
| 第四节 计算机控制系统的分类.....               | 6   |
| <b>第二章 常规设计方法</b> .....           | 9   |
| 第一节 连续与离散传递函数的转换.....             | 9   |
| 第二节 性能指标.....                     | 20  |
| 第三节 基于连续系统的设计方法.....              | 25  |
| 第四节 直接离散化的设计方法.....               | 35  |
| <b>第三章 利用状态空间模型的极点配置设计法</b> ..... | 54  |
| 第一节 连续控制对象模型的离散化.....             | 54  |
| 第二节 矩阵指数及其积分的计算.....              | 59  |
| 第三节 按极点配置设计控制规律.....              | 66  |
| 第四节 按极点配置设计观测器.....               | 72  |
| 第五节 控制器的设计.....                   | 82  |
| 第六节 跟踪系统设计.....                   | 88  |
| <b>第四章 利用传递函数模型的极点配置设计法</b> ..... | 104 |
| 第一节 设计问题.....                     | 104 |
| 第二节 Diophantine 方程.....           | 109 |
| 第三节 设计方法.....                     | 115 |
| 第四节 设计中的其它实际问题.....               | 123 |
| <b>第五章 利用状态空间模型的最优化设计法</b> .....  | 129 |
| 第一节 离散系统的最优控制.....                | 129 |
| 第二节 采样系统的最优控制.....                | 138 |
| 第三节 包含延时的采样系统的最优控制.....           | 147 |
| 第四节 Riccati方程的求解及加权阵的选择.....      | 155 |
| 第五节 状态最优估计.....                   | 160 |

|                                    |            |
|------------------------------------|------------|
| 第六节 控制器的设计·····                    | 173        |
| 第七节 部分状态反馈的次最优控制·····              | 179        |
| <b>第六章 利用传递函数模型的最优化设计法·····</b>    | <b>197</b> |
| 第一节 设计问题·····                      | 197        |
| 第二节 最小方差控制·····                    | 201        |
| 第三节 广义最小方差控制·····                  | 211        |
| 第四节 跟踪系统设计·····                    | 217        |
| <b>第七章 系统辨识与自适应控制·····</b>         | <b>221</b> |
| 第一节 最小二乘估计辨识系统模型·····              | 221        |
| 第二节 极大似然估计辨识系统模型·····              | 235        |
| 第三节 自适应控制·····                     | 242        |
| <b>第八章 计算机控制系统仿真及性能计算·····</b>     | <b>250</b> |
| 第一节 离散系统的仿真·····                   | 250        |
| 第二节 采样控制系统仿真·····                  | 256        |
| 第三节 随机的采样控制系统仿真·····               | 262        |
| 第四节 数字控制系统仿真·····                  | 266        |
| 第五节 确定性系统中性能指标函数的计算·····           | 273        |
| 第六节 随机系统中性能指标函数的计算·····            | 277        |
| <b>第九章 采样周期选择及量化效应·····</b>        | <b>287</b> |
| 第一节 采样周期选择的一般考虑·····               | 287        |
| 第二节 考虑控制量幅度受限时采样周期和加权系数的选择·····    | 290        |
| 第三节 量化效应的线性分析·····                 | 302        |
| 第四节 量化效应的非线性分析·····                | 314        |
| 第五节 量化效应与控制规律的实现方式及采样周期的关系·····    | 319        |
| <b>第十章 数字控制器实现中的实际问题及设计举例·····</b> | <b>325</b> |
| 第一节 数字控制器的输入和输出·····               | 325        |
| 第二节 数字控制器的操作和编程·····               | 333        |
| 第三节 设计举例一——飞机纵向运动的最优控制·····        | 340        |
| 第四节 设计举例二——精馏塔的次最优控制·····          | 350        |
| <b>参考文献·····</b>                   | <b>359</b> |

# 第一章 绪 论

## 第一节 什么是计算机控制系统

随着计算机应用的日益普及,计算机在控制工程领域中也发挥着越来越重要的作用。它在控制系统中的应用主要可分为以下两个方面。

(1) 利用计算机帮助工程设计人员对控制系统进行分析、设计、仿真以及建模等工作,从而大大减轻了设计人员的繁杂劳动,缩短了设计周期,提高了设计质量。这方面的内容简称为计算机辅助设计控制系统或控制系统CAD<sup>(1)</sup>。这是计算机在控制系统方面的离线应用。

(2) 利用计算机代替常规的模拟控制器,而使它成为控制系统的一个组成部分。对于这种有计算机参加控制的系统简称为计算机控制系统。这是计算机在控制系统中的在线应用。

计算机控制系统是强调计算机作为控制系统的一个重要组成部分而得名。计算机控制系统有时也称为数字控制系统,这是强调在控制系统中包含有数字信号。控制系统按照它所包含的信号形式通常可以划分为以下几种类型。

(1) 连续控制系统。典型结构如图1.1(a)所示,系统中各处均为连续信号。

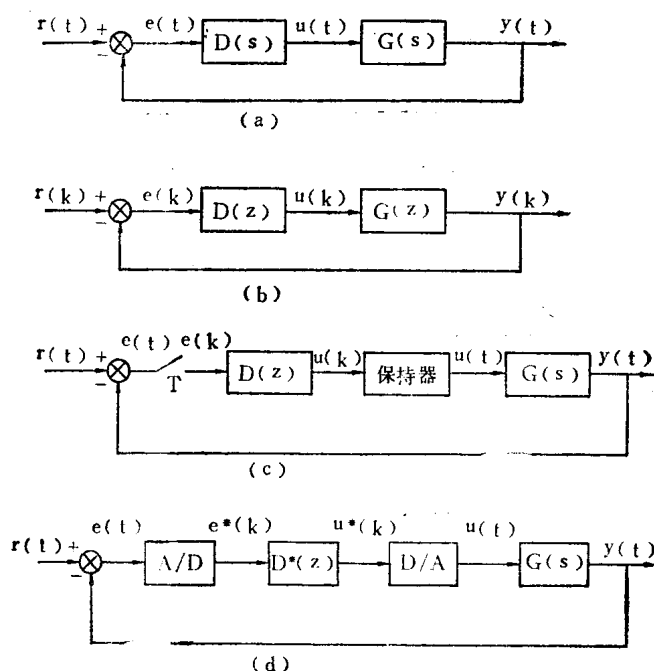


图 1.1 四种类型控制系统的典型结构

(a) 连续控制系统; (b) 离散控制系统; (c) 采样控制系统; (d) 数字控制系统;

(2) 离散控制系统。典型结构如图1.1(b)所示, 系统中各处均为时间离散信号。

(3) 采样控制系统。典型结构如图1.1(c)所示, 它是其中既包含有连续信号( $u(t)$ ,  $y(t)$ ,  $r(t)$ 和 $e(t)$ ), 也包含有离散信号( $e(k)$ 和 $u(k)$ )的混合系统。如图所示, 采样控制系统是由连续的控制对象、离散的控制器、采样器和保持器等几个环节组成。

(4) 数字控制系统。典型结构如图1.1(d)所示, 其中包含有数字信号如 $e^*(k)$ 和 $u^*(k)$ 。所谓数字信号是指在时间上离散、幅值上量化的信号。

显然, 计算机控制系统即为典型的数字控制系统。在计算机控制系统中, 除了包含有数字信号外, 由于控制对象是连续的, 因此其中也包含有连续的信号。如果忽略幅值上的量化效应, 数字信号即为离散信号。因此, 计算机控制系统若不考虑量化问题即为采样控制系统。如果将连续的控制对象连同保持器一起进行离散化, 那么采样控制系统即简化为离散控制系统。因此, 对于计算机控制系统的分析和设计常常首先从离散控制系统开始。

## 第二节 计算机控制的发展概况<sup>[2]</sup>

计算机控制技术是自动控制理论与计算机技术相结合的产物。1946年美国生产出了世界上第一台电子计算机, 50年代初便有人想将计算机用于航天或航空系统的控制。然而由于当时的计算机体积太大、消耗功率太多而且也不很可靠, 因此, 这样的想法在当时尚不可能变成现实。到了50年代中期, 人们开始研究将计算机用于过程控制。由于工业过程控制对计算机的要求相对较低, 计算机的体积和功率消耗不是妨碍它在工业过程控制中应用的主要障碍。经过几年的努力, 到了50年代末, 已经有计算机控制系统在工业生产中投入运行。例如, 美国德克萨斯的一个炼油厂, 从1956年开始与美国的航天工业公司TRW合作进行计算机控制的研究, 经过三年时间的努力, 到1959年, 一个用RW-300计算机控制聚合装置的系统问世了。该系统控制26个流量、72个温度、3个压力、3个成分; 控制的目的是使得反应器的压力最小, 确定五个反应器进料量的最优分配, 根据催化作用控制热水流量以及确定最优循环。

在计算机控制方面所进行的这些开创性工作引起了人们的广泛注意。工业部门看到了计算机将成为提高自动化程度的一个强大的工具, 制造计算机的厂商看到了一个潜在的市场, 高等学校和研究部门则看到了一个新兴的研究领域。从此计算机控制技术获得了迅速的发展。

早期的计算机使用电子管, 它不仅体积大, 而且价格昂贵、可靠性差。由于它价格贵, 因此一台计算机必须担负很多工作, 完成很多任务才合算, 同时由于它还不很可靠, 所以它只能从事一些操作指导和设定点的控制, 即对生产过程的测量数据加以采集处理, 显示生产过程的运行情况以指导操作人员的工作, 同时也可改变模拟调节器的设定值。

当时计算机控制主要应用在炼钢、化工及发电等工业部门, 其主要任务是寻找最优

的运行条件,进行生产的管理和调度。运行条件的寻优是一个静态寻优的问题,为了寻优计算必须建立过程的数学模型。建立过程的数学模型是一件十分困难的工作,研究工作的很大力量化在建模上,而且将过程控制只看成静态寻优也是远远不够的。直接的过程控制需要知道过程的动态模型。因此,寻找比较好的方法来帮助建立过程的数学模型是计算机过程控制发展的一个关键问题。由于这个需要,它也促进了以后系统辨识方法的研究。

早期的计算机控制属于管理控制、操作指导控制或设定控制,因此仍需要常规的模拟控制装置。1962年,美国帝国化学工业公司利用计算机完全代替了原来的模拟控制。该计算机控制系统测量224个变量,直接控制129个阀门。由于计算机直接控制过程变量,它完全代替了原来的模拟控制,因而称这样的控制为直接数字控制(*Direct Digital Control*),简称DDC。

采用DDC控制一次投资较大,而附加一个控制回路并不需要增加很多费用。采用模拟控制器时,其成本则随着控制回路数目的增加而线性增加。采用DDC控制可使中央控制室大为简化,原来很多的模拟仪表,现在变成了数字显示和几个操作按钮,从而大大方便了操作控制人员。DDC的另外一个优点是它的灵活性。改变模拟控制系统需要改接线路,而改变计算机控制系统只需要改变程序,同时控制器的参数也容易设为运行条件的参数。由于引入了DDC语言,编程工作也很简单,操作人员只需要简单地输入调节器的类型、参数等,因而操作很简单。采用DDC语言的缺点是不易引入非常规的控制方法。

DDC控制的出现是计算机技术发展过程中的一个重要阶段,由于这时计算机已成为闭环控制回路的一个组成部分,它使得人们更加注意计算机在基本控制方面的作用,从而也进一步促进了计算机控制理论的研究和发展。从1963到1965年,DDC技术有了很大的发展,计算机厂家与用户一起制订出了DDC系统的技术指标,同时对各种控制算法及采样周期选择等问题也进行了广泛的研究。虽然当时DDC系统的成本还比较高,但是人们已经看到了DDC技术发展的广阔前景。

整个六十年代,计算机技术有了很大的发展。主要的特点是它的体积更小、速度更快、工作更可靠以及价格更便宜。到了六十年代后半期,计算机厂家生产出了各种类型的适合工业过程控制的小型计算机(*minicomputer*),对于较小的工程问题也能利用计算机来控制。过程控制计算机的数目从1970年的约5000台上升到1975年的约50000台,五年中增加了约10倍。

自从1972年出现了微型计算机(*microcomputer*),计算机控制技术进入了崭新的发展阶段。微型机的最突出优点是价格便宜、体积小。这就使得不管多么小的控制任务均可采用微型机进行控制。同时微型机的出现也使计算机控制系统的结构形式发生根本的变化。过去,由于计算机比较昂贵,一台计算机需完成很多控制任务,因而多采用集中式的控制结构。现在由于微型机比较便宜,因而主要采用多微处理机的分散控制。随着超大规模集成电路技术的迅速发展,微型机的价格性能比将进一步下降,同时显示和通信技术也将有显著的改进。可以预料,计算机控制技术将会有更加迅速的普及和发展。

与计算机控制的硬件发展相比较,计算机控制软件的发展则要慢得多,在整个50到70年代,软件生产的改进很有限。到70年代末,许多计算机控制系统仍然采用汇编语言编程。在工业过程的计算机控制系统中,人们习惯于采用表格形式的软件,例如使用DDC软件包,只需要简单地填写一些表格数据,便可以很容易地产生一个新的系统。然而使用这样的软件包不便于试验新的控制算法。现在有迹象表明,发展并运用高级的实时控制语言,如Forth, BASIC, FORTRAN, C, Pascal, Ada, Modula等,是今后计算机控制软件发展的方向。

### 第三节 计算机控制理论

计算机控制系统的典型结构如图1.2所示。

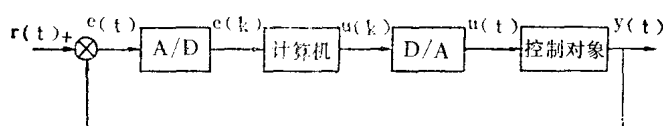


图 1.2 计算机控制系统的典型结构

计算机控制系统与通常的连续控制系统的差别在于,控制规律是由计算机来实现的。由于计算机具有很强的计算、比较及存储信息的能力,因此它可实现过去的连续控制难以实现的更为复杂的控制规律,如非线性控制、逻辑控制、自适应和自学习控制等。

计算机控制系统中除了包含连续信号外,还包含有数字信号。由于数字信号所固有的时间上离散、幅值上量化的效应,从而使得计算机控制系统与连续控制系统在本质上有许多不相同的性质。当采样周期比较小(时间上的离散效应可忽略)以及计算机转换及运算字长比较长(幅值上的量化效应可忽略)时,可以采用连续系统的分析和设计方法来研究计算机控制系统的问题。然而当采样周期较大(选取较大的采样周期可降低对计算机的要求)以及量化效应不可忽略时,必须有专门的理论来分析和设计计算机控制系统。早期人们习惯于利用连续系统理论来设计计算机控制系统。当采样周期较大时,实际系统的性能往往比设计时所预期的要差。然而,当采用直接离散化的设计方法时,计算机控制系统甚至可以比相应的连续系统达到更好的性能。例如对于一个具有双重积分的控制对象,如图1.3(a)所示,若采用连续的控制方法,其典型的阶跃动态响应如图1.3(b)所示。而采用计算机控制,并用直接离散化的设计方法,可以获得如图1.3(c)所示的动态响应。

由图看出,在最大控制量相同的情况下,采用数字控制可以获得更如满意的动态响应,输出量经过两拍的时间即完全达得稳态,并无起调。

再如,对于简单的一阶惯性控制对象,若只采用比例控制,采用连续的控制方法,无论多大的比例增益系统总是稳定的。但是采用计算机控制,则可能在某个比例增益下,系统会产生幅度不大的自持振荡,这是应用连续系统的理论甚至离散系统的理论所

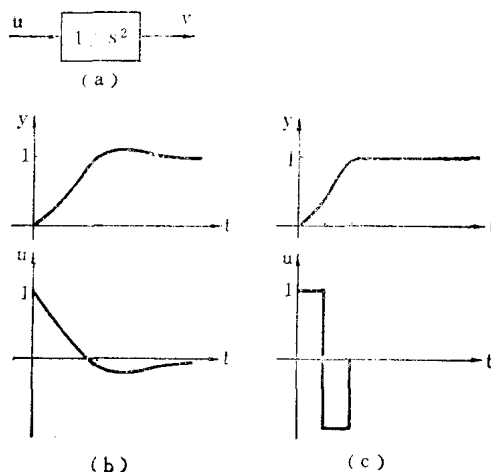


图 1.3 双积分控制对象的阶跃响应  
(a) 双积分控制对象; (b) 连续控制; (c) 数字控制。

不能解释的, 它是由于数字信号幅值上量化效应所引起的特殊问题。

可见, 对于计算机控制系统的分析和设计, 不只是简单地推广原来连续系统的控制理论, 同时也需要一些专门理论来对它进行研究。本书即是讨论计算机控制理论及计算机控制系统在实践和应用中的一些问题。下面简单介绍计算机控制理论包含的主要内容。

计算机控制系统中包含有数字环节, 如果同时考虑数字信号在时间上的离散和幅度上的量化效应, 严格地说, 数字环节是时变非线性环节, 因此要对它进行严格的分析是十分困难的。

若忽略数字信号的量化效应, 则计算机控制系统可看成为采样控制系统。在采样控制系统中, 如果将其中的连续环节离散化, 从而整个系统便成为纯粹的离散系统。因此计算机控制系统理论主要包括离散系统理论、采样系统理论及数字系统理论。

离散系统理论主要指对离散系统进行分析 and 设计的各种方法的研究。它主要包括:

(1) 差分方程及 $z$ 变换理论。利用差分方程、 $z$ 变换及 $z$ 传递函数等数学工具来分析离散系统的性能及稳定性。

(2) 常规设计方法。以 $z$ 传递函数作为数学模型对离散系统进行常规设计的各种方法的研究, 如有限拍控制、根轨道法设计、离散 $PID$ 控制、参数寻优设计及直接解析设计法等。

(3) 按极点配置的设计法, 其中包括基于传递函数模型及基于状态空间模型两种极点配置设计方法。在利用状态空间模型时, 它包括按极点配置设计控制规律及设计观测器两方面的内容。

(4) 最优设计方法。其中也包括基于传递函数模型及基于状态空间模型两种设计方法。基于传递函数模型的最优设计, 主要包括最小方差控制和广义最小方差控制等

内容。基于状态空间模型的最优设计法, 主要包括线性二次型最优控制及状态的最优估计两个方面, 通常简称LQG(Linear Quadratic Gaussian) 问题。

(5) 系统辨识及自适应控制。

采样系统理论除了包括离散系统的理论外, 还包括以下一些内容:

(1) 采样理论。它主要包括香农(shannon) 采样定理、采样频谱及混迭、采样信号的恢复以及采样系统的结构图分析等。

(2) 连续模型及性能指标的离散化。为了使采样系统能变成纯粹的离散系统来进行分析和设计, 需将采样系统中的连续部分进行离散化, 这里首先需要将连续环节的模型表示方式离散化, 由于模型表示主要采用传递函数和状态方程两种形式, 因此连续模型的离散化也主要包括这两个方面。由于实际的控制对象是连续的, 因此性能指标函数也常常以连续的形式给出, 这样将更能反映实际系统的性能要求, 因此也需要将连续的性能指标进行离散化, 由于主要采用最优和按极点配置的设计方法, 因此性能指标的离散化也主要包括这两个方面。连续系统的极点转换为相应的离散系统的极点分布是一件十分简单的工作, 连续的二次型性能指标函数的离散化则需要较为复杂的计算。

(3) 性能指标函数的计算。采样控制系统中控制对象是连续的, 控制器是离散的, 性能指标函数也常常以连续的形式给出。为了分析系统的性能, 需要计算采样系统中连续的性能指标函数, 其中包括确定性系统和随机性系统两种情况。

(4) 采样控制系统的仿真。

(5) 采样周期的选择。

数字系统理论除了包括离散系统和采样系统的理论外, 还包括数字信号整量化效应的研究, 如量化误差、非线性特性的影响等。同时还包括数字控制器实现中的一些问题。如计算延时、控制算法编程等。

## 第四节 计算机控制系统的分类

计算机控制系统按照它所实现的功能可以分为以下几种类型:

(1) 数据采集系统。它将生产过程的数据加以采集、处理、记录并显示。该系统主要用于生产过程的监督、运行情况的显示。同时利用采集到的生产过程的输入和输出数据, 用来建立并改善生产过程的数学模型。

(2) 操作指导控制系统。该系统测量生产过程的数据, 并将这些数据送入计算机进行运算, 最后计算出各控制回路合适的或最优的设定值, 同时将其显示并打印出来。操作人员根据计算机显示或打印的结果来调节各控制回路。从而该计算机系统为生产过程的控制起到了操作指导作用。

(3) 监督控制系统。该系统对所测量的数据进行运算而求得合适或最优的设定值, 然后由计算机本身直接修改各控制回路的设定值。因此, 监督控制比之操作指导控制有更高的自动化程度。

(4) 直接数字控制系统(DDC)。在以上几种计算机系统中, 计算机均不参与直接的闭环回路控制, 直接的闭环控制仍采用常规的模拟控制。在DDC系统中, 计算机直

接作为闭环控制回路的一个部件而直接控制生产过程，从而完全取代了原来的常规模拟控制。

(5) 多功能计算机控制系统或称多级计算机控制系统。它具有生产管理、任务协调、优化计算、直接数字控制等多种功能，其典型结构如图1.4所示。

计算机控制系统按照它的结构形式可分成如下两种类型：

(1) 集中型计算机控制系统。它将所有的控制功能均集中于一台计算机来完成，它可能包括很多个回路的DDC控制以及监督管理控制。早期的计算机控制通常都采用这种方式。因为当时计算机的价格比较高，因而总是希望一台计算机能完成尽量多的控制任务。

然而早期的集中型计算机控制系统存在不少问题。首先是它的可靠性比较差。一旦计算机发生故障，将造成整个工厂或整个装置全面停工，后果不堪设想。为了提高可靠性，对于集中型计算机控制系统通常还有另外一台计算机备用。一旦发生故障，便切换到备用的一台计算机上运行。这样虽然提高了可靠性，却大大提高了采用计算机控制的费用。同时，由于一台计算机控制生产过程的很多物理量，从而使得整个生产过程的操作、起动及停机都很困难。

(2) 分散型计算机控制系统或分布式计算机控制系统<sup>[3]</sup>。70年代开始，电子工业的发展进入了划时代的新时期，大规模集成电路的问世、微处理机的出现、CRT显示及数字通信技术的进一步发展，为新型的计算机控制系统的研制和发展开拓了新的领域。从1975年开始出现了分散型计算机控制系统，它一出现便显示了强大的生命力。图1.5显示了分散型计算机控制系统的典型功能框图。

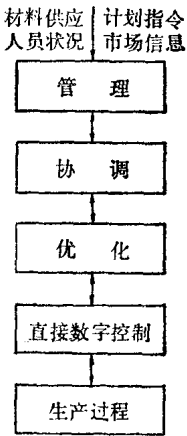


图 1.4 多级计算机控制系统的典型结构

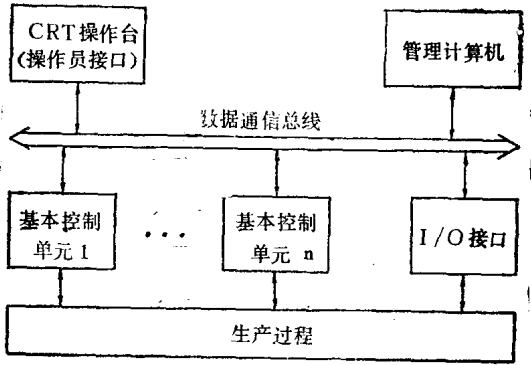


图 1.5 分散型计算机控制系统的典型功能框图

各部分的功能和组成如下：

(1) 基本控制单元。一个分散型计算机控制系统可以由很多个基本控制单元组成，其数目根据生产过程所要求的控制任务来决定。基本控制单元由分散的微处理机系统组成。它们主要用于生产过程的直接数字控制。

(2) 操作员接口。它是人和机器进行联系、操作生产过程、监视运行状态及调整

回路参数的关键设备。它通常包括数据通讯接口、CRT显示器、操纵键盘、打印机及磁盘驱动器等设备。

(3) I/O 接口单元。该单元是带有微处理机的智能装置,主要用于数据的采集和变换处理。

(4) 管理计算机。它用来执行高一级的控制功能,如监督控制、优化及管理。同时它也可用于后台计算及程序开发。在分散型计算机控制系统中,有时也可以不用管理计算机。

(5) 数据总线。通常采用同轴电缆或光导纤维。依靠它在各个单元之间进行数据通讯。

在分散型计算机控制系统中,由于采用了多微处理机的分散化控制结构,每台微处理机只控制一个局部过程,一台微处理机发生故障不会影响整个生产过程,从而使危险性分散,提高了整个系统的可靠性。同时,由于系统硬件采用了标准的模件结构,因此可以很容易地根据需要扩大和缩小系统的规模。上位管理计算机也可以根据实际需要来决定是否需要加入。因此该系统扩展容易、使用方便灵活。目前,分散型计算机控制系统也逐渐产品化和系列化,该结构形式将是计算机过程控制系统的主要发展方向。

## 第二章 常规设计方法

本章简要地介绍设计计算机控制系统的几种常规方法。这些设计方法以 $z$ 变换理论为基础,以传递函数为工具。设计方法主要分为两大类:一类是基于连续系统的设计方法,一类是直接离散化的设计方法。在这些设计方法中,经常需要进行连续和离散传递函数之间的相互转换,因此下面首先讨论这个问题。

### 第一节 连续与离散传递函数的转换<sup>①</sup>

根据应用场合的不同,通常存在以下几种不同的转换方法。

#### 一、双线性变换法

设有连续传递函数

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \cdots + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_n} \quad (2.1)$$

它的输入为 $u(t)$ ,输出为 $y(t)$ ,如图2.1所示。

如图2.1所示,将 $u(t)$ 的离散值输入到离散传递函数 $W(z)$ ,若其输出 $y(k)$ 等于 $y(t)$ 在离散点的数值 $y(k)$ ,则称 $W(z)$ 为 $W(s)$ 在该意义下的离散等效传递函数<sup>①</sup>。在计算机控制系统的设计中经常需要计算这种等效的离散传递函数。例如,在基于连续系统的设计方法中,首先将计算机控制系统

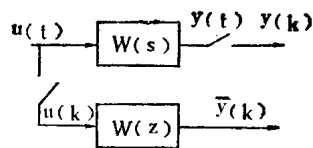


图 2.1 连续传递函数的离散等效

作为连续系统进行设计,然后再将设计得到的连续控制器传递函数转变为等效的离散传递函数,最后由计算机加以实现。

连续传递函数 $W(s)$ 本质上反映了输入和输出之间满足某种微分方程的关系。由 $W(s)$ 转换成相应的微分方程是十分容易的。因此若能找到与该微分方程近似等效的差分方程,那末也就等于求得了等效的离散传递函数,因为根据差分方程求相应的 $z$ 传递函数同样也是十分容易的。由于直接根据 $W(s)$ 求得的是高阶微分方程,它不便于进行差分近似,因此可首先将 $W(s)$ 化成一阶微分方程组也即状态方程。化传递函数为状态方程的方法很多<sup>①</sup>。这里若考虑将 $W(s)$ 化为能控制标准形的状态方程,可将(2.1)的分子除以分母,得

$$W(s) = b_0 + \frac{b_1 s^{n-1} + \cdots + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_n} \quad (2.2)$$

① 这里 $W(z)$ 与 $W(s)$ 采用了相同的函数符号,并不表示 $W(z)$ 只是简单地将 $W(s)$ 中的 $s$ 换成 $z$ 。这里只是为了表示上的方便,它仅说明 $W(z)$ 是与 $W(s)$ 相对应的离散传递函数。以后同。

则能控标准形的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ y = \mathbf{C}\mathbf{x} + Du \end{cases} \quad (2.3)$$

其中

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & & \\ \vdots & & \\ 0 & \mathbf{I}_{n-1} & \\ -a_n & \dots & -a_1 \end{bmatrix}, & \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} = [b_n' \dots b_1'], & D = b_0 \end{cases} \quad (2.4)$$

显然, 它应满足

$$W(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + D \quad (2.5)$$

设  $T$  为离散化步距, 则据式 (2.3) 有

$$\mathbf{x}[(k+1)T] = \mathbf{x}(kT) + \int_{kT}^{(k+1)T} [\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t)] dt \quad (2.6)$$

利用近似积分的梯形规则, 并采用  $\mathbf{x}(k)$  和  $u(k)$  表示  $\mathbf{x}(kT)$  和  $u(kT)$  的简写法, 上式变为

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k) + \frac{T}{2} [\mathbf{A}\mathbf{x}(k+1) + \mathbf{B}u(k+1) + \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}u(k)] \quad (2.7)$$

两边取  $z$  变换并经整理得到

$$\left[ (z-1)\mathbf{I} - \frac{T}{2}\mathbf{A}(z+1) \right] \mathbf{X}(z) = \frac{T}{2}\mathbf{B}(z+1)\mathbf{U}(z) \quad (2.8)$$

两边同除以  $\frac{T}{2}(z+1)$  得

$$\left[ \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \mathbf{I} - \mathbf{A} \right] \mathbf{X}(z) = \mathbf{B}\mathbf{U}(z) \quad (2.9)$$

即

$$\mathbf{X}(z) = \left[ \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \mathbf{I} - \mathbf{A} \right]^{-1} \mathbf{B}\mathbf{U}(z) \quad (2.10)$$

根据式 (2.3), 显然有

$$y(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + Du(k) \quad (2.11)$$

对上式取  $z$  变换并代入式 (2.10), 得到

$$\begin{aligned} Y(z) &= \mathbf{C}\mathbf{X}(z) + D\mathbf{U}(z) \\ &= \mathbf{C} \left[ \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \mathbf{I} - \mathbf{A} \right]^{-1} \mathbf{B}\mathbf{U}(z) + D\mathbf{U}(z) \end{aligned} \quad (2.12)$$

即

$$W(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \mathbf{C} \left[ \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \mathbf{I} - \mathbf{A} \right]^{-1} \mathbf{B} + D = [C(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + D] \Big|_{s=\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}}$$

$$=W(s) \Big|_{s=\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}} \quad (2.13)$$

式 (2.13) 给出了化  $W(s)$  为  $W(z)$  的变换关系, 通常称该变换为双线性变换。

根据从  $W(s)$  到  $W(z)$  的双线性变换关系

$$s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \quad (2.14)$$

可以很容易求得从  $W(z)$  到  $W(s)$  的变换关系为

$$z = \frac{1 + \frac{T}{2}s}{1 - \frac{T}{2}s} \quad (2.15)$$

根据以上推证过程可以总结出进行双线性变换的计算步骤如下:

- (1) 输入  $W(s)$  的分母的系数  $a_i (i=1, \dots, n)$  及分子系数  $b_i (i=0, 1, \dots, n)$ ;
- (2) 将  $W(s)$  的分子除以分母, 如式 (2.2) 所示;
- (3) 按式 (2.4) 组成状态方程的系数矩阵  $A, B, C, D$ ;
- (4) 根据式 (2.13) 计算  $W(z)$ 。式 (2.13) 的  $W(z)$  可以重写为

$$W(z) = \frac{T}{2} (z+1) C \left[ (z-1)I - \frac{T}{2} A(z+1) \right]^{-1} B + D \quad (2.16)$$

计算式 (2.16) 的关键在于方括号内多项式矩阵的求逆。文献[1]中讨论了多项式矩阵的求逆运算, 并给出了相应的计算方法, 因此根据式 (2.16) 计算  $W(z)$  并不是一件很困难的事情。

下面讨论利用双线性变换化  $W(z)$  为  $W(s)$  的计算方法。设有离散传递函数为

$$W(z) = \frac{b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \dots + b_n}{z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n} \quad (2.17)$$

首先将  $W(z)$  化为如下的离散状态方程

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = A\mathbf{x}(k) + B u(k) \\ y(k) = C\mathbf{x}(k) + D u(k) \end{cases} \quad (2.18)$$

离散传递函数化为状态方程的方法与连续传递函数完全相同, 因此也可采用如式 (2.4) 所示的能控标准形的实现。经双线性变换所得等效的连续传递函数为

$$\begin{aligned} W(s) &= W(z) \Big|_{s = \frac{1 + \frac{T}{2}s}{1 - \frac{T}{2}s}} \\ &= [C(zI - A)^{-1}B + D] \Big|_{s = \frac{1 + \frac{T}{2}s}{1 - \frac{T}{2}s}} \end{aligned}$$