



建筑师力学 与结构选型

熊 华 复

华中理工大学出版社

建筑师力学与结构选型

熊 华 复

华中理工大学出版社



图1—7 东京代代木体育馆



图1—9 山西应县木塔



图1—8 芝加哥西尔斯大厦

CA079/07



图1 —10 四川省体育馆



图1 —11 深圳国际贸易中心大厦

序

建筑学是一门综合性很强的学科。它既是一种艺术，同时也是一门技术，离开物质技术和工程构造，建筑是不可能单独存在的。建筑作为物质产品存在，可能有思想性、艺术性不高的建筑，而不可能有不依赖物质技术而存在的建筑，除非是纸上图形、或空中幻影。这就决定了建筑师在掌握建筑艺术规律的同时，必须熟练而严格地掌握科学技术规律，两者是同等重要、缺一不可的。建筑师的技巧正在于应用力学和结构学原理，同时运用艺术构思为人类创造出丰富多彩的生活环境和生产环境。此外，作为一种社会文化现象的存在，建筑学随着社会的发展与进步而扩大了内涵。继工程经济学、建筑史、艺术史之后，社会学、人口学、生态学、心理学、行为学、经济地理学、城市地理学等等逐渐被引进到建筑学里来；70年代以来，由于科学技术的进一步发展，又有电子学、管理学、系统工程学等闯入建筑学的堂奥。因此，建筑学就必须在更高的层次上进行综合，这是社会发展的必然结果。

作为建筑学的重要内容，力学和结构学等工程技术知识仍然是不可缺少的，在巍峨的建筑学大厦中，首先对力学和结构学进行综合，以较少的时间使建筑师获得足够用的力学和结构学知识，提高建筑师综合及使用建筑力学和结构学的能力，为人类创造出新的建筑、新的结构形式，这是非常有益的尝试。熊华复副教授可能正是在这种思想基础上进行这项工作的。

我国大学有建筑系已有60年的历史，但课程设置一般以早期欧美、日本和苏联为模式，现在国外建筑系的课程设置已有很大的调整和改进，我们应吸取有益的经验，同时更应该走自己创新的道路。我相信，我们只要经过不断探索、不断改进，一定会取得成功。

黄康宇

1987年1月3日

编者的话

本书是为高等学校建筑学专业的学生编写的。长期以来，建筑学专业没有自己的力学和结构学教材，只能沿用几门少学时的通用教材。既不能反映专业特点给学生构成坚实的专业基础知识，又分散了学生的学习精力，影响了学习的积极性；还不利于学生的全面发展。因此，建筑学专业的力学和结构学教学体系改革势在必行。

编者在华中理工大学建筑学系领导及有关部门同志的关怀和帮助下，进行了这方面改革的尝试。欲使学生明确建筑形式和结构体系、建筑设计和结构理论的相互关系，在进行建筑方案构思时，考虑结构方案及形式，对所选定的空间形式的结构构思，能作出直观的判断和选择，对各种体系承受与传递荷载的方式、途径具有明确而清晰的概念，为创作更新更美的建筑形式奠定坚实的理论基础。

为此，本书以结构形式作为研究对象，按照结构类型阐述力学基本理论和结构原理，而不像已有的建筑力学和建筑结构教材那样，按照理论力学、材料力学、结构力学和建筑结构那种体系进行阐述。在内容上进行了慎重的筛选和必要的补充，期望在更高层次上进行综合，溶建筑形式、力学和结构于一体，加强学科间的相互渗透。在论述方式上力求简明，着重基本概念，只对基本构件作出定量分析，对于计算公式避免高深的数学推演，不拘泥于结构设计细节。由于本书涉及的面比较宽，编者水平有限，难免有许多不妥和错误之处，竭诚希望使用本书学校的师生及其他同志提出宝贵意见，使其完善和充实。

本书在编写过程中，曾得到兄弟院校和设计单位的一些同志协助。出版前蒙武汉钢铁公司设计院卞维勤高级工程师、武汉工业大学龚乃光教授最后为本书进行校审，提出了许多宝贵意见。张甘同志为本书绘制了部分插图，在此一并向这些同志致以衷心的感谢。

最后我愿对本书出版作过帮助的其他同志表示诚挚的感谢。

编者

1987年3月

目 录

第一章 绪论	(1)
§1-1 建筑结构与建筑	(1)
§1-2 建筑结构形式的发展	(5)
第二章 结构荷载与结构反应	(6)
§2-1 力的基本概念	(6)
§2-2 力的合成与分解	(7)
§2-3 力矩和力偶	(9)
§2-4 结构荷载的分类及荷载值的确定	(11)
§2-5 结构的支座形式	(12)
§2-6 结构计算简图	(14)
§2-7 受力图	(16)
§2-8 力的平衡条件和反力计算	(17)
§2-9 变形和内力	(20)
思考、练习题	(22)
第三章 建筑结构分类	(27)
§3-1 建筑结构按材料分类	(27)
§3-2 建筑结构按几何特征分类	(29)
§3-3 建筑结构按计算方法特征分类	(30)
第四章 建筑结构的的基本要求	(32)
§4-1 强度	(32)
§4-2 刚度	(33)
§4-3 稳定	(35)
§4-4 经济	(37)
§4-5 结构几何组成分析	(39)
§4-6 结构优化设计的概念	(45)
思考、练习题	(45)
第五章 静定梁板结构 (一)	(47)
§5-1 概述	(47)
§5-2 梁的内力	(49)
§5-3 梁的应力	(58)
§5-4 梁的强度条件	(65)
§5-5 梁截面合理形式的讨论	(68)
§5-6 悬挑结构体系	(70)
§5-7 多跨静定梁*	(76)
思考、练习题	(78)
第六章 静定梁板结构 (二)	(84)

§6-1 确定变形的重要意义	(84)
§6-2 虚功原理	(84)
§6-3 用单位荷载法求梁的位移	(87)
§6-4 图乘法求梁的位移	(89)
§6-5 迭加法求梁的位移	(92)
§6-6 梁的刚度条件	(95)
§6-7 静定结构的特性	(97)
思考、练习题	(99)
第七章 超静定梁和刚架	(102)
§7-1 超静定结构的概念	(102)
§7-2 力法原理和力法方程	(104)
§7-3 力法计算简单超静定梁	(106)
§7-4 力法计算简单超静定刚架	(110)
§7-5 位移法*	(116)
§7-6 力矩分配法	(122)
§7-7 连续板及双向板的计算	(126)
§7-8 超静定结构的特性	(129)
思考、练习题	(131)
附录一 几种常用平面图形的几何性质	(134)
附录二 几种简单荷载作用下梁的挠度和转角	(134)
附录三 等截面等跨连续梁在常用荷载作用下的内力系数表	(136)
附录四 型钢表	(143)
主要符号表	(154)
参考文献	(155)

第一章 绪 论

§ 1-1 建筑结构与建筑

人类建筑活动的历史相当悠久,当自然洞穴不敷需要时,仿造洞窟或鸟巢的原始建筑就出现了,一直发展到今天的城市综合体,经历了巨大的变化。建筑的内涵也随着社会的发展得到了极大的丰富,政治经济、宗教信仰、科学技术以及文学艺术等因素不断地赋予建筑以新的内容,但不外乎是应用必要的物质技术和艺术构思来满足人类的具体要求,这些要求可能是人们物质生活的需要,或者是人们对情与美的需求。因此,建筑一般具有物质产品与艺术创作的双重性。

结构的含义非常广泛,椅子、贮罐、桥梁、飞机、火箭以及自然界中的树木,甚至连精细蜘蛛网、庞大而又复杂的白蚁社会群体结构都属于结构范围。本书所指结构仅指建筑结构,它是由建筑材料按照合理方式组成,并能承受作用的平面或空间体系。

结构与建筑有着密切的关系。首先结构用来承受与传递荷载、抵抗变形,使建筑具有一定的空间形状,保证建筑物坚固和耐久。如果不能保证结构安全,建筑也就不复存在了。这类事例是很多的,历史上著名的罗马圣彼得教堂,它于公元1506年开始设计,几经工程委任更迭,到1626年最后落成,教堂中央大厅上面为直径41.9m的大圆顶,圆顶的结构、用料和尺寸当时只能按照感性经验确定。建成后不久出现径向裂缝,到18世纪,裂缝日益扩大,最后只得增加新的铁箍来加强。如果说这是由于当时没有完整的结构设计理论和方法而造成的,能够予以理解,那末,在现代建筑中由于忽视结构设计理论而造成重大事故,则是不可原谅的。1957年建成的西柏林会议厅的马鞍形壳顶(跨度约30m),其南部悬挑部分于1980年5月突然倒塌。造成这个事故的原因固然很多,但与建筑师片面追求形式,忽视结构的合理性有一定关系。建于1975年的美国康涅狄格州哈特福市中心体育馆,跨度为92m的钢网架屋盖,在1978年被一场大雪压塌。其原因是荷载取值偏小,网架支撑设置不足,引起上弦杆件失稳破坏。

我国现代建筑工程中发生的结构破坏事故也不乏其例。山西某厂的砖拱屋盖,由于承受拱水平推力的两边侧墙厚度不够,造成拱顶塌落。以上事实说明了力学、结构为建筑的正常使用提供了必要条件。保证建筑物的安全,是结构设计的重要任务。

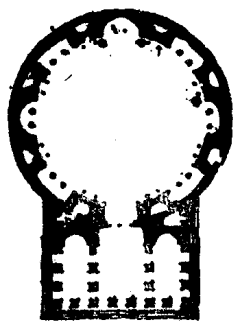
结构对使用功能有一定制约作用。使用功能作为人们建造建筑的首要目的,理所当然的是建筑设计工作中第一要素。每个建筑都有其客观空间环境的要求,而结构的构思往往直接影响建筑的体型和空间。例如某乳品厂,根据生产的特点,宜采用多层建筑,以便在垂直运行过程中完成各道加工工序,再根据各车间的使用性质,确定房屋主要参数(柱网、层数、层高、开间及楼板荷载)以及相应的结构形式。

结构是否合理还影响经济效果以及建造速度。在这方面的一个生动的例子是澳大利亚的悉尼歌剧院,是由丹麦建筑家伍重(Jorn Utzon)设计的,采用8只巨大的悬臂壳片组成屋顶,坐落在三面环水的半岛上,遥望宛如白帆临海,富有诗意。但是由于原结构方案根

本无法实现，几经周折，最后才由预制带肋厚拱代替薄壳，结果耗资1.2亿美元，超出预算14倍多，前后施工长达17年（1957~1973年）之久。这就是违背结构原理，不考虑客观技术条件所致。

此外，不同的结构形式对建筑的风格和建筑艺术也有相当的影响。不同的结构具有各自的表现力，充分利用它的表现力使之为建筑创作服务，这是建筑师长期追求的目标。

古希腊的建筑受当时材料（石料）及当时人们掌握的简单力学原理的限制，而形成简练、坚实的艺术风格。后来罗马人发明了推力结构，从而由简支石结构发展到运用砖石、混凝土建造的拱和穹窿结构，不仅扩大了空间，而且产生了雄伟壮观的建筑效果。罗马万神庙（图1-1）就是这个时期的代表作，它是建筑史上最早的大跨结构，大厅平面直径、穹窿顶离地面高度以及穹窿的直径均为43.43m，穹窿采用不同的厚度，穹窿内部做成藻井式，既增加刚度又减轻了自重。采用圆形平面的连续承重墙以支承穹顶，形成了单一的封闭空间。穹窿顶部开着一个直径8.23m的大圆孔，阳光从这个唯一的采光口倾泻进来，光线十分强烈，显得格外圣洁。



(a) 万神庙平面

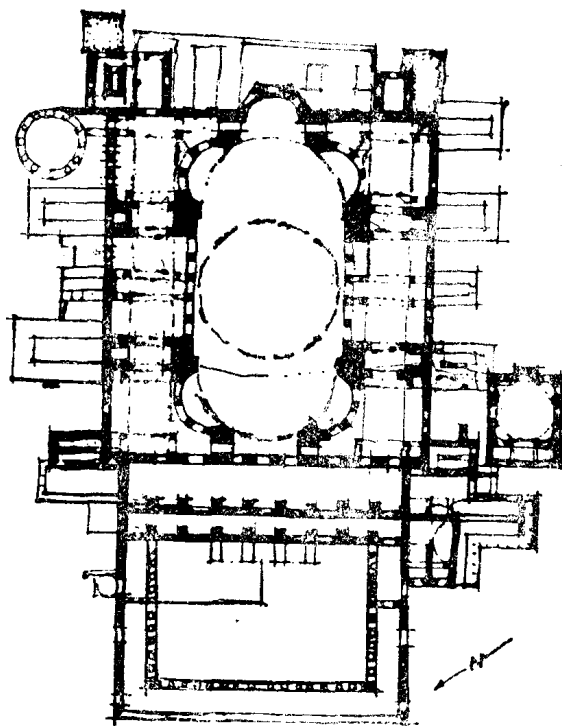


(b) 万神庙内部

图1-1 罗马万神庙

在古罗马艺术风格基础上形成的拜占庭风格，则成功地解决了在方形平面上盖圆顶问题。改变了古罗马那样庞大、单一、封闭的支承体系，其光辉的代表作是圣索菲亚大教堂（图1-2），建于公元532~537年，教堂平面为长方形，中央大厅四个角上各有一个巨大的石墩，支承着帆拱，帆拱上承托着32.6m直径的圆穹顶，离地面54.8m，东西边各是半个半球形穹顶，和中央部分合成一个长为68.6m、宽32.6m的椭圆形空间，并且承担中央穹顶东西向传来的推力。南北向的推力则由四道长长的厚墙支承，建成多个穹顶上下通透交流融合的复合空间。

尖拱、飞券等结构技术，形成了哥特式建筑，尖拱不仅减少了侧推力，而且改变了半圆拱矢高与跨度的唯一关系（ $f = l/2$ ），具有很大的灵活性。独立的飞券来平衡尖拱的推力，传给环廊的外墙扶壁。



(a) 圣索非亚大教堂平面



(b) 圣索非亚大教堂内部

图1-2 圣索非亚大教堂

西方国家进入资本主义时期以后,生产的发展和生活的急剧变化,提出了多样的建筑需求,结构技术的发展为现代建筑设计提供了更大的灵活性和自由度,优秀的建筑作品不断涌现。

1967年由小沙里宁(Eero Saarinen)设计的华盛顿杜勒斯航站(图1-3),用高低二排倾斜的扁柱支撑悬索,形成向上的空间动势,巧妙地运用了结构体系所形成的空间,使结构形式与建筑空间艺术形象自然地结合起来。



图1-3 华盛顿杜勒斯航站

罗马小体育宫(图1-4)以其结构、功能和造型浑然一体而享誉世界。这个直径为60m的圆顶,由19种规格的钢筋混凝土预制块组成网壳结构,如同一张巨大的透明网,由36根Y形支柱支撑,沿着最直接的路线将推力传至地下圈梁基础上。波浪形的屋檐不仅增加了屋盖的刚度,还获得了良好的视觉效果。

美国北卡罗利纳州洛利竞技馆(图1-5)是建筑师诺维斯基(M. Novicki)设计的。它是悬索结构的典范,索网张拉于两个高27.4m的抛物线形钢筋混凝土拱之间。两个拱对称

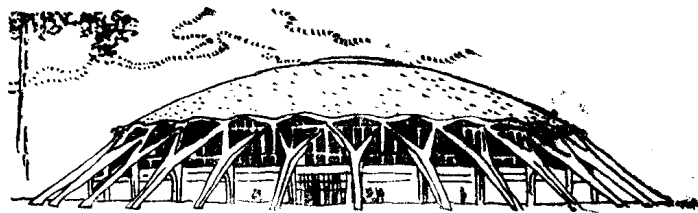


图1-4 罗马小体育宫

斜置延伸落地，悬索与拱平面几乎相切，充分发挥钢筋混凝土受压拱的受力性能；而且，结构所形成的坡面，正好满足观看性建筑剖面形式的顶界面。整个建筑简洁、合理而又富有表现力。

著名结构大师坎迪拉（Candela）设计的霍奇米洛柯餐厅（图1-6），是由四个抛物面薄壳交叉组成，在交叉部位加厚，形成刚性的沟，起着加劲作用，相对的一对沟好似一三铰拱，加上平面的对称性以及壳体的双向作用，从而使壳体边缘脱空，一起一伏而不需任何周边构件，整个建筑物宛如一朵盛开的睡莲，在水面倒影和绿荫衬托之下，更显得秀丽，成为当地的标志。

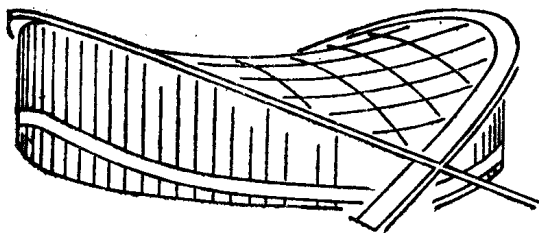


图1-5 美国洛利竞技场

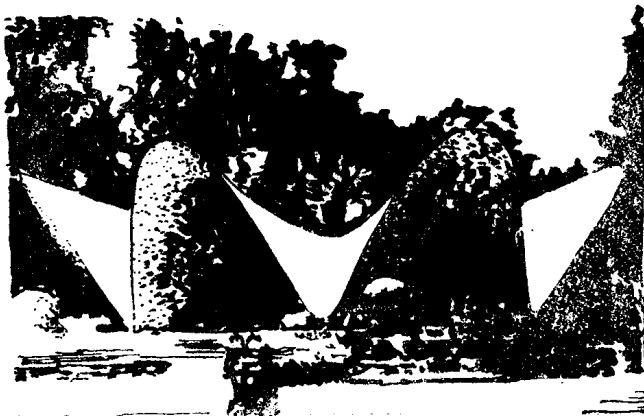


图1-6 墨西哥霍奇米洛柯餐厅

东京代代木体育馆（图1-7，见彩图）是由日本建筑大师丹下健三（Kenzo Tange）设计。主馆和附馆的屋顶象是两个形状各异、大小不同的贝壳。主馆是在相距130m的两座钢筋混凝土塔柱上张拉两根直径330mm的主索，两主索在跨中间距扩展成16.8m，以主索为脊，在主索与弯曲边梁之间拉了许多基本上相互平行的钢索，由于主索位置高，边梁位置低，所以这些钢索都是一组曲线，形成两片巨大的由两侧向中间上升的曲面屋顶，造成一种奋发向上的动感。

当今世界高层之冠芝加哥市的西尔斯大厦（图1-8，见彩图）有110层，高443m，平面呈正方形（69m×69m），由9个23m²钢筒体构成，具有很大的刚度，根据整个建筑的受力状况，沿高度分段截止竖筒，91层以上只剩下两个竖筒，建筑体型向上逐渐收缩，忠实而朴素地表达了结构的内涵，又丰富了建筑造型。

我国在建筑上也作出了杰出的贡献，我们的祖先建造了很多有名的甚至至今仍保存下来的建筑。如建于明代的南京灵谷寺的无梁殿和苏州开元寺的无梁殿，均为砖穹窿结构，显示

出我国古代在砖石结构方面的突出成就。更使人惊异的是1056年建造的山西应县木塔(图1-9,见彩图),是世界上现存最高木结构建筑。塔高67.31m,平面为八角形,八根内柱围成多层木框架筒体系,不但扩大了空间,而且增大了塔的刚度。外观五层六檐,实际是九层,每两层间设了一道暗层,由带斜撑的桁架组成,如同一道箍,增加侧向刚度,也作为上一层的基座。此塔经过900余年的风雨侵袭和剧烈地震的考验,至今仍巍然屹立。

解放后建成的浙江省人民体育馆、上海体育馆、同济大学礼堂等建筑,都具有一定的特色。为1991年第七届全国运动会而正在紧张施工的四川省体育馆(图1-10,见彩图),采用了钢筋混凝土拱与索网组合的轻型屋盖,建筑造型刚劲挺拔、结构新颖合理。

已经建成的深圳国际贸易中心大厦(图1-11,见彩图),是目前我国国内的最高建筑物(高160m),采用外周边较密排柱组成的外框筒和由剪力墙组成的内部核心筒共同构成的钢筋混凝土筒体结构体系。

§ 1-2 建筑结构形式的发展

随着生产的迅猛发展、科学技术水平的不断提高,加上计算机的普及和推广,给新结构的发展和应用开辟了广阔的道路,建筑结构形式的发展具有以下一些特点:

一、高层建筑的发展

从19世纪开始以来,就出现了一些铁框架结构的高层建筑,但高层建筑独立形成体系,却是在本世纪50年代以后。现在,不少国家的高层建筑占了整个城市建筑面积的30~40%,美国建筑高度在160~200m的就有100余幢,发展中国家如委内瑞拉的加拉加斯市建造了1000余幢高层建筑。高层建筑的发展不仅表现在数量急剧增加,而且建筑高度也向更高方向发展。

二、大跨度建筑的发展

现代建筑特点之一是谋求没有障碍的灵活的大空间,例如大型的博览馆、万人级的体育馆、大型的飞机库等。

美国底特律一座体育馆,建筑平面为圆形,直径为266m,可容观众50 000余人,采用网壳结构。我国建筑结构的跨度也由解放初期的40~50m,发展到目前的100m以上。在国外还有人设想覆盖一个地区或城镇。甚至在缺氧的月球上建立一个适合人类生存的生活基地。

跨度日益加大,用古老的穹窿结构是难以达到的,而出现了壳体、悬索、网架等结构形式,它们不仅可以覆盖巨大空间,而且矢高小、适合多种平面形式,自重又轻,如果以罗马万神庙的穹窿圆顶(直径43.43m)的自重为100%,圣彼得教堂砖砌圆顶(直径41.9m)的自重为83.5%,德国罗克劳百年纪念堂,钢筋混凝土肋形圆顶(直径65m)自重为26.6%,而1965年美国休斯敦市建造的哈里斯体育馆圆形网架(直径200m)自重仅为1.1%。

除了上述几种结构形式外,还有充气结构,目前大多用于临时性或半永久性房屋,1975年美国用这种结构建成的阿克体育馆,可容观众80 000人,覆盖面积达35 000m²。

为了充分发挥不同结构的受力性能,结构形式由单一向复合过渡,几种结构体系混合使用,形成新的结构体系,如悬挂网架、悬挂薄壳等。

第二章 结构荷载与结构反应

任何结构都要承受一定的荷载，如结构的自重，使用功能要求构件支承的重量以及自然环境的影响等。荷载的确定，是一件十分复杂和困难的事情，可借助建筑规范、研究和实验而得到。

一个结构在规定荷载或各种作用下的结构反应通常是以确定整个结构的内力和变形来衡量的。对于给定的荷载或其它作用，这两种反应的特性一经确定，结构的性能也就完全被确定。

§ 2-1 力的基本概念

力是物体之间的相互作用，这种作用使物体的运动状态发生改变，或使物体变形。

受力物体发生运动状态的改变，谓之力的运动效应，或外效应。研究物体的平衡问题，只考虑力的外效应，忽略其受力后产生的微小变形。受力物体的变形，称为力的变形效应或内效应。研究物体的内力和变形时，变形转化为主要因素。

力对物体作用的效应取决于力的大小、方向和作用点，所以力是矢量。绘图时可用一个带箭头的线段来表示，线段长按一定比例表示力的大小。亦可在线段边标注力的数量，而把线段画成任意长度。力的单位用牛顿，简写牛（N）；或千牛顿，简写千牛（kN）。

由力的概念知道，力不能脱离物体而单独存在。它是物体间的相互作用，即有施力物体和受力物体，这两个物体上都受到了力。也就是说力是成对出现的，有作用力，必定有反作用力，两者同时存在，又同时消失。图2-1(a)所示屋架搁置在柱上，屋架上的荷载对两个柱子的作用力分别为 F_1 、 F_2 ，两个柱子对屋架的反作用力分别为 F'_1 、 F'_2 ，如图2-1(b)所示， $F'_1 = F_1$ ， $F'_2 = F_2$ ，且方向相反，作用在同一直线上。

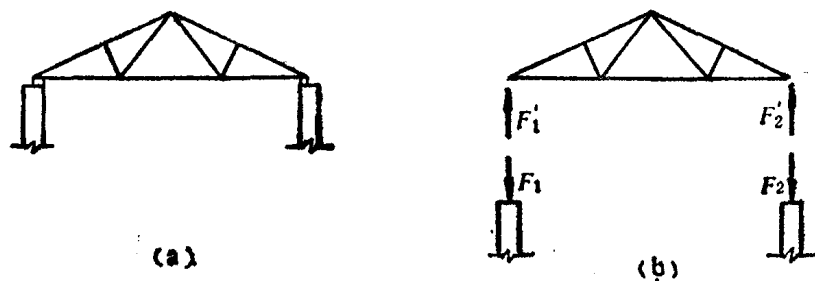


图2-1

力沿其作用线移动，而不改变该力对物体的运动效果，这一性质称为力的可移性。由图2-2看到，如果不改变力 F 的大小和方向，而只将它的作用点A沿其作用线移到B点，即把推车改为沿施力方向的拉车，将产生相同的运动效果。

需要注意的是力的可移性将会改变物体的变形和内力分布状态，所以这一性质不能用于研究力的内效应，也不适用于变形体。

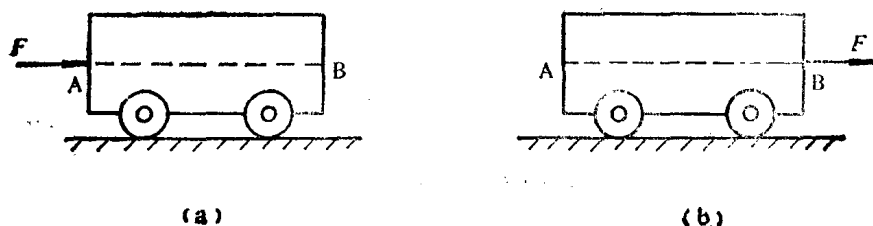


图2-2

§ 2-2 力的合成与分解

作用在物体上的一组力叫力系，如果一个力与一个力系等效，则该力称为此力系的合力，而力系中的各力称为此合力的分力。将几个力合成为一个力，叫做力的合成；反之，如果将一个力分解成两个或几个力，叫做力的分解。

最简单的一种情况是：作用于物体上同一点的两个力，或其作用线相交于一点的两个力的合成，用相交两力为邻边作一平行四边形，从两力交点作该平行四边形的对角线，即为其合力。这就是力的平行四边形法则。

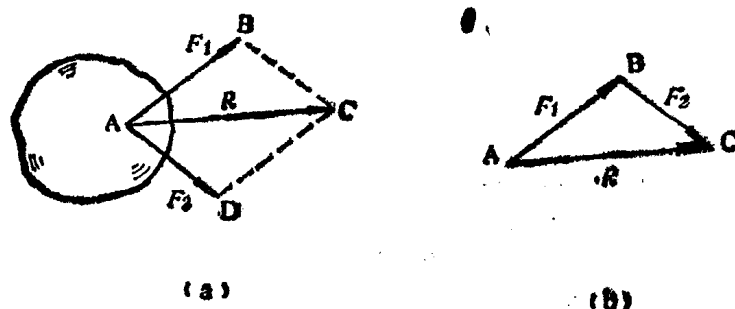


图2-3

如图2-3(a)所示， F_1 、 F_2 为作用于物体上同一点A的两个力，以这两力为邻边作平行四边形ABCD，则从A点作出的对角线AC，就是 F_1 与 F_2 的合力R。显然，在求合力R时，不一定要作出整个平行四边形ABCD，而只要平行四边形的一半就行了，从力矢 F_1 的终点B，作力矢 F_2 ，它们首尾相接成一折线ABC，连接AC两点，即得到合力R，如图2-3(b)所示。这就是力的三角形法则。对此可推广到一个力系，作力矢多边形。

从上面可以看到，合力R等于力 F_1 和 F_2 的矢量和，而不是代数和。

反之，一个力也可分解成若干个分力，不过力的分解不象合成那样有唯一答案，如果没有给出必要的附加条件，答案将是不定的。因为我们可以选定任何一些力，只要符合合力矢多边形，都可看作是它的分力。

在分析计算时，常将一个力分解成两个分力，这时仍要给予附加条件，否则答案仍是不定的。通常将一力沿直角坐标轴方向分解，谓正交分解，即相当于给出两分力的方位（互相垂直），此时解答将是唯一的。

力系的合成不仅可采用图解法，而更多采用解析法。为了用解析法研究力系的合成，这

里引入力在坐标轴上投影的概念。

设力 F 在任取的直角坐标系 oxy 平面上(图2-4), 自力矢的始端和末端分别向坐标轴作垂线, 两垂足间的线段长度, 称为力 F 在坐标轴上的投影。图中 ab 线段即为力 F 在 x 轴上的投影, 记作 X , 并且规定: 当从力的始端的投影 a 到末端的投影 b 的方向与投影轴 x 的正向一致时, 投影取正值; 反之取负值。同样图中 $a'b'$ 线段为力 F 在 y 轴上的投影, 用 Y 表示。该图中 X 、 Y 都是正的。

图中分力 F_x 和 F_y 的大小与力 F 在对应坐标轴上的投影的绝对值是相等的, 但是应该注意的是: 分力是矢量, 而力在轴上的投影是代数量, 所以不能将分力与投影混为一谈。

设力 F 与 x 轴和 y 轴正向间的夹角分别为 α 和 β , 则由图2-4可得

$$\begin{cases} X = F \cos \alpha; \\ Y = F \cos \beta. \end{cases} \quad (2-1)$$

式中, $\cos \alpha$ 与 $\cos \beta$ 一般不必考虑其正负, 而用力 F 与坐标轴所夹锐角计算; X 和 Y 的正负由上述规定直观判断得出。

显然, 若已知力在两坐标轴上的投影, 则可确定力矢量, 其大小和方向为

$$\begin{cases} F = \sqrt{X^2 + Y^2}; \\ \cos \alpha = \frac{X}{F}; \\ \cos \beta = \frac{Y}{F}, \end{cases} \quad (2-2)$$

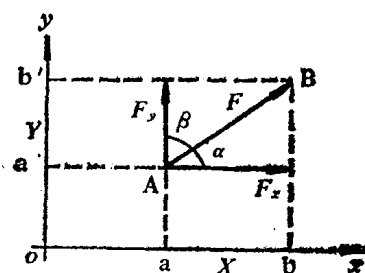
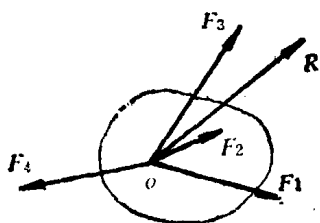


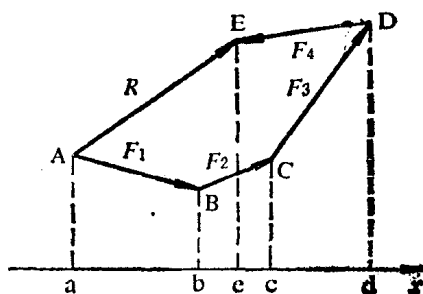
图2-4

其中 $\cos \alpha$ 和 $\cos \beta$ 称为力 F 的方向余弦。

明确了力在坐标轴上投影的概念后, 我们再来考察平面力系(作用在物体上各力的作用线都在同一平面内)合力在平面任意轴上的投影与它的分力在同一轴上投影的关系。设汇交于 o 点的平面力系 F_1, F_2, F_3 和 F_4 , 如图2-5(a)所示。可从任意点 A 作力矢多边形 $ABCDE$, 如图2-5(b)所示, 则矢量 AE 表示该力系合力 R 的大小与方向。取投影轴 x , 将各



(a)



(b)

图2-5

力向 x 轴投影, 可以看出:

$$\begin{aligned} X_1 &= ab; \quad X_2 = bc; \quad X_3 = cd; \quad X_4 = -de; \\ R_x &= ae = ab + bc + cd - de; \end{aligned}$$

$$R_x = X_1 + X_2 + X_3 + X_4.$$

此结果不难推广到 n 个力的平面汇交力系, 即

$$R_x = \sum X_i.$$

合力在任一轴上的投影, 等于其分力在同轴上投影的代数和, 称作合力投影定理。

同理, 也可得到

$$R_y = \sum Y_i.$$

由式(2-2)可求得合力 R 的大小与方向:

$$\begin{cases} R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(\sum X_i)^2 + (\sum Y_i)^2}; \\ \cos \alpha = \frac{R_x}{R}; \\ \cos \beta = \frac{R_y}{R}. \end{cases} \quad (2-3)$$

合力 R 的作用线通过力系的汇交点 o 。

例题2-1 用解析法求下图中平面汇交力系的合力。已知 $F_1=1.5\text{kN}$, $F_2=0.5\text{kN}$, $F_3=0.25\text{kN}$, $F_4=1\text{kN}$, 各力方向如图。

解: 取直角坐标系 oxy 如图所示。各力在 x 轴及 y 轴的投影分别为

$$X_1=0; X_2=-0.5\text{kN}; X_3=0.25\cos 60^\circ=0.125\text{kN}; X_4=\cos 45^\circ=0.707\text{kN},$$

$$Y_1=-1.5\text{kN}; Y_2=0; Y_3=0.25\cos 30^\circ=0.217\text{kN}; Y_4=-\cos 45^\circ=-0.707\text{kN}.$$

$$\text{所以 } R_x = \sum X_i = 0 - 0.5 + 0.125 + 0.707 = 0.332\text{kN};$$

$$R_y = \sum Y_i = -1.5 + 0 + 0.217 - 0.707 = -1.99\text{kN},$$

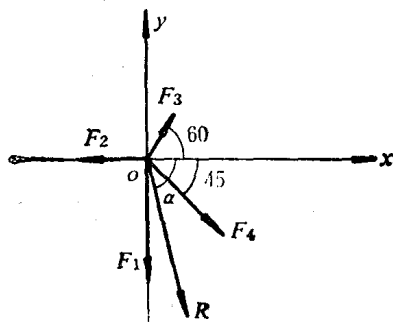
由此求出合力 R 的大小

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(0.332)^2 + (-1.99)^2} \\ = \sqrt{4.070} = 2.017\text{kN},$$

合力 R 的方向余弦为

$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R} = \frac{0.332}{2.017} = 0.165, \alpha = 80^\circ 30'.$$

合力 R 指向右下方, 与 x 轴的夹角 α 为 $80^\circ 30'$, 作用线通过汇交点 o 。



例2-1图

§ 2-3 力矩和力偶

一、力矩

物体受力后, 运动状态将发生改变, 其运动形式简单地说不外是移动或转动。

我们用力的大小与 o 点到它的作用线的垂直距离 z 的乘积来表示力 F 使物体绕 o 点转动的效应, 称作力 F 对 o 点之矩, 简称力矩。 z 称作力臂; o 点称作矩心。力 F 对 o 点之矩的数学表达式为

$$M_o(F) = \pm Fz. \quad (2-4)$$

力矩和力一样, 也是一个既有大小, 又有方向的量。它的大小是以力的大小和力臂的大小共同衡量的, 所以力矩的单位是牛顿米($\text{N} \cdot \text{m}$)或千牛顿米($\text{kN} \cdot \text{m}$)。对于平面力系来说, 力矩使物体转动只有两种不同的转向, 我们按习惯规定: 若力使物体绕矩心作逆时针向转动, 力矩为正; 反之则为负。

需要注意的是力矩必须与矩心相对应, 同一个力对于不同的矩心, 其力矩也就不同。