自动控制原理例题习题集

陈 小 琳　主编

国 防 工 业 出 版 社

自动控制原理例题习题集

陈 小 琳 主编

国防工业出版社

内 容 简 介

本书是与李友善同志主编的《自动控制原理》相配合的教学用书。内容包括：控制系统的基本概念、传递函数、过渡过程、误差分析、根轨迹法、频率特性法、系统的综合校正、非线性控制系统、离散控制系统、现代控制理论等十章的例题和习题；书末附有部分习题答案。

本书除与《自动控制原理》配套使用外，也可作为从事自动控制、仪器仪表、液压传动、工企自动化、无线电等专业的科技人员，以及大专院校师生自学参考用书。

自动控制原理例题习题集
陈 小 琳 主编
*
国防工业出版社 出版
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
国防工业出版社印刷厂印装
*
787×1092 1/16 印张 19 1/2 456 千字
1982年12月第一版 1982年12月第一次印刷 印数：00,001—72,000册
统一书号：15034·2475 定价：2.40元

前　言

本书是与李友善同志主编的《自动控制原理》相配合的教学用书。《自动控制原理》一书出版以来，不少兄弟单位来函希望我们及早编写一本配合教材的习题集，以满足教学工作的需要，我们在教学工作中亦有同感。因此，根据多年来教学工作的积累，并参阅了国内、外有关资料，在较短的时间内编写了本书。

本书整个体系和《自动控制原理》一书相一致，根据各单位的意见，本习题集重点放在古典控制理论部分，但对现代控制理论部分亦给出了一定量的习题。为了便于学生自学，书中每章均采用先概要讲述基本内容，再列举大量例子，然后给出习题。同时为培养学生独立思考能力，对书中习题只给出答案，而不给出解题过程。

本书由哈尔滨工业大学自动控制理论教研室陈小琳、强文义、鄢景华、姜献滨、王彤、柏桂珍以及于长官、傅历新等同志编写。由陈小琳同志任主编。李友善同志任主审。在编写过程中得到教研室全体同志及教材科同志的大力支持。

限于编者水平和时间仓促，内容和选题一定存在不少错误和不妥之处，恳切希望广大读者批评指正。

编　者

目　　录

第一章　自动控制的基本概念

本章的任务是使学生通过习题的练习搞清开环控制与闭环控制的区别，以及实现闭环控制的基本原理和组成环节；搞清什么是被控制对象，什么是被控制量，什么是控制量，什么是干扰量，以及如何区分反馈控制与干扰控制；随动系统与镇定系统；连续系统与断续系统等基本概念。

通过本章还将使学生学会区分有差系统与无差系统以及由系统原理图抽象成方块图的方法。

习　题

1-1　图1-1为热水电加热器。为了保持希望的温度，由温控开关接通或断开电加热器的电源。在使用热水时，水箱中流出热水并补充冷水。试画出这一闭环系统的原理方块图，若要改变所需温度时，定性地说明应怎样改变和操作。

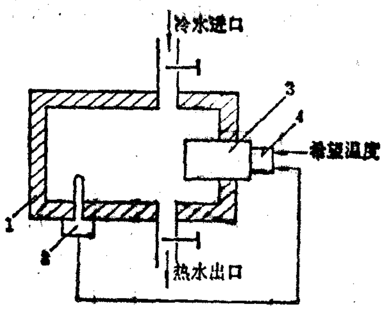

图　1-1

1—水箱；2—测温元件；3—电加热器；4—温控开关。

1-2　试说明习题1-1所述系统，当水箱向外放热水和向里补充冷水时，系统应如何工作并画出对应的系统方块图。

1-3　图1-2是手控调压系统。当发电机的负载改变或发电机的转速变化时，发电机的端电压就要随之波动。为了保持端电压的恒定，需不断调节电阻 R_f，以改变激磁电流 I_f，使端电压保持不变，这样做很不方便，现将其改成自动调压系统。试画出系统原理图并标出各点应具有的正、负号。

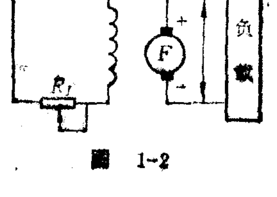

图　1-2

1-4 图1-3(*a*)与(*b*)均为调速系统。试分析：

(1)(*a*)与(*b*)那个系统是有差系统，那个是无差系统，并说明其道理。

(2)画出(*a*)图的方块图和标出负反馈时各点的正、负号及图中虚线连接部分的正确符号。

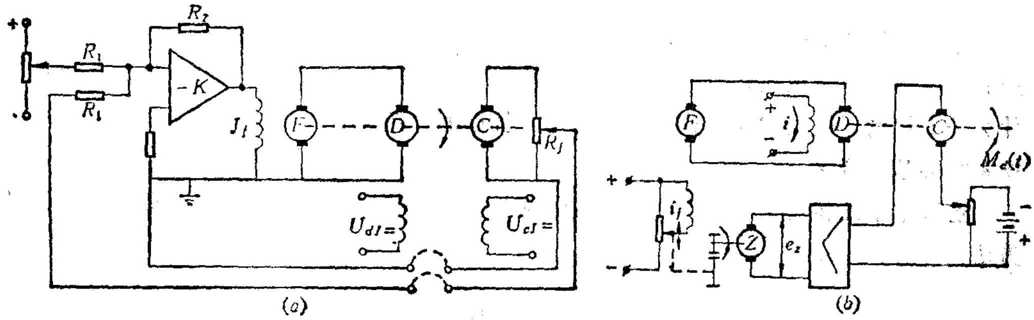

图 1-3

F—发电机；*D*—电动机；*C*—测速发电机；J_f—发电机激磁绕组；*Z*—执行电动机。

1-5 图1-4系统仍是一个调速系统，但它取的不是速度反馈，而是电压反馈。试与图1-3(*a*)所示系统比较，两者在原理上有何不同，如果两个系统的放大倍数相同，哪个系统的调节精度高？说明其理由。

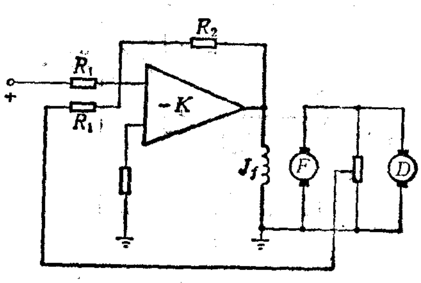

图 1-4

1-6 图1-5为一电动机速度控制系统原理图。在这个图中除速度反馈外又增加了一个电流反馈，以补偿负载变化的影响。试标出各点信号的正、负号并画出方块图。

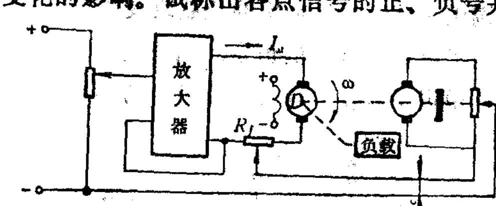

图 1-5

1-7 图1-6为一自动调压系统，当负载电流 I_F 变化时，则电枢绕组压降也随之改变，造成发电机端电压不能保持恒定。为了补偿这个影响，把 R_f 上的压降反馈到输入端与 U_{f1} 比较使 I_f 随之变化，以补偿电枢压降，使端电压维持不变。试画出系统的方块图并分析电流反馈应取正反馈，还是应取负反馈。

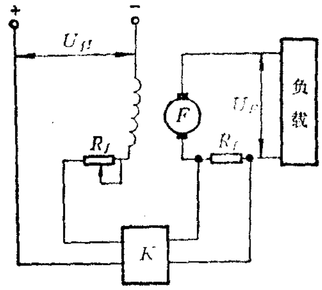

图 1-6

1-8 在图1-6所示的调压系统里，如果发电机的转速升高，试分析这个系统在调节过程中将会出现什么现象，其原因何在？

1-9 图1-7（a）与（b）均为自动调压系统。现在假设空载时（a）与（b）的发电机的端电压相同均为110伏。试问带上负载后（a）与（b）哪个能保持110伏电压不变，哪个电压要低于110伏，其道理何在？

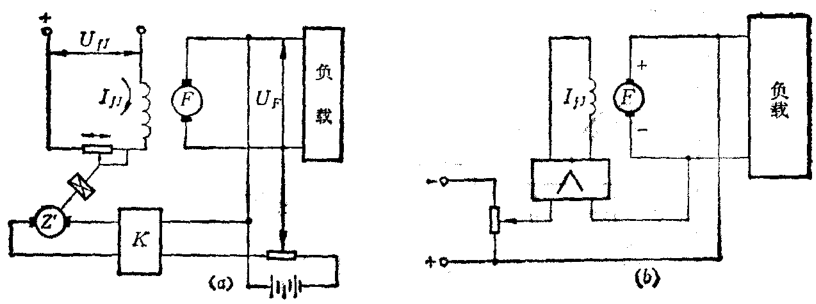

图 1-7

1-10 把图1-7（a）与（b）所示系统画成方块图，并说明在这两个系统里的测量元件、放大元件、执行元件是什么，以及控制量，被控制量和被控制对象是什么？

1-11 图1-8为一随动系统。当控制电位器的滑臂转角φ_1与反馈电位器的滑臂转角φ_2不同时，则有U_θ送入放大器，其输出电压U_D加到执行电动机的电枢两端，电机带动负载和滑臂一起转动直到反馈电位器滑臂位置与控制电位器滑臂位置一致时，即$\varphi_2=\varphi_1$时才停止。试将这个系统绘成方块图，并说明该系统的控制量，被控制量和被控制对象是什么？

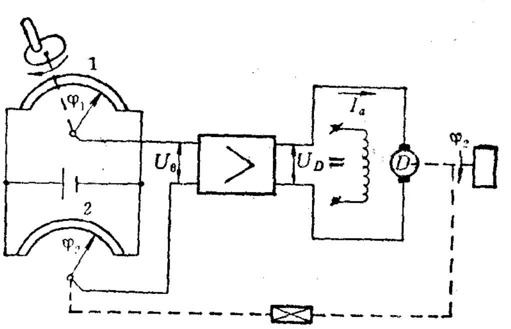

图 1-8

1—控制电位器；2—反馈电位器；φ_1—控制电位器滑臂转角；φ_2—反馈电位器滑臂转角。

1-12 图1-9为一工作台位置的液压控制系统。该控制系统可使工作台按照控制电位器给定的规律变化，其工作过程与习题1-11相仿。试绘出系统方块图并说明系统的控制量，被控制量及被控制对象是什么？

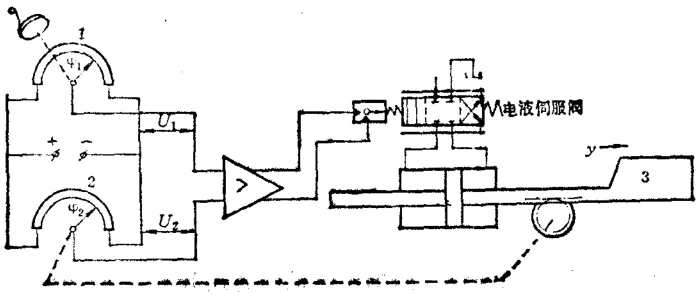

图 1-9

1—控制电位器；2—反馈电位器；3—工作台；
φ_1—控制电位器滑臂转角；φ_2—反馈电位器滑臂转角；Y—工作台位移。

1-13 图1-10是一个带有测速反馈的随动系统。试画出它的方块图并指出该系统的测量元件，执行元件和被控制对象。

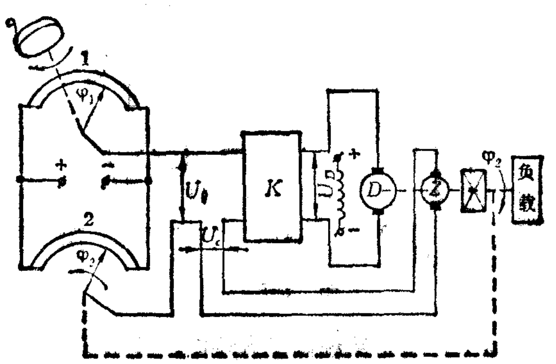

图 1-10

1—控制电位器；2—反馈电位器；C—测速发电机；U_c—测速发电机电压。

1-14 图1-11是自动记录仪的小功率随动系统。电位器1和2组成测量电桥，当电位器1和2的两个滑臂不在同一位置时，电桥平衡破坏，线圈中流过电流，由于该线圈是在两个磁极中间，故有力矩产生，线圈转动时，记录笔和电位器2的滑臂跟着一起转动，直到电位器2的滑臂与电位器1的滑臂位置一致为止，在这个过程中记录笔4就把两个滑臂间的位置偏差记录下来了。试说明这个系统的输入量，输出量，被控制量和被控制对象是什么？

1-15 图1-12为一温度控制系统。试分析这个系统的自动调温过程并说明这个系统的输出量和干扰量是什么？

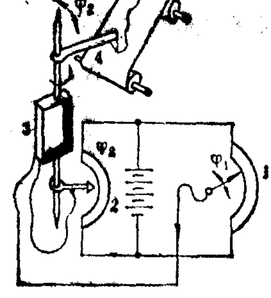

图 1-11

1、2—组成测量电桥的两个电位器；
3—线圈；4—记录笔。

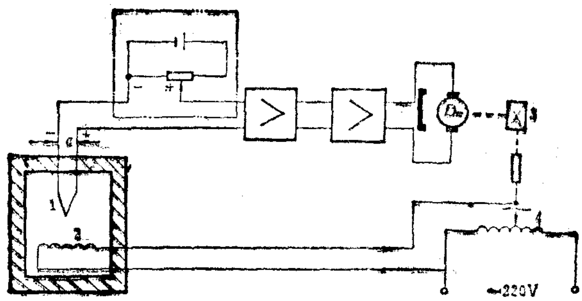

图 1-12

1—测温用的热电偶；2—加热电阻丝；3—减速器；4—调压器。

1-16 试将图1-12所示温度控制系统改为有差控制系统。

1-17 图1-13是一晶体管稳压电源。试将其画成方块图并说明在该电源里那些元件起着测量、放大、执行的作用以及系统里的干扰量和给定量是什么。

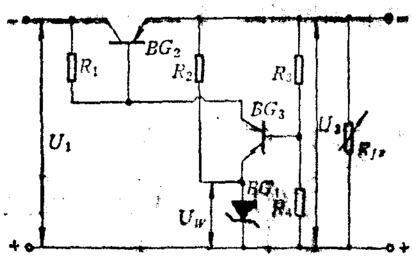

图 1-13

1-18 图1-13所示稳压电源是有差系统还是无差系统？能否把它改成无差系统。

1-19 图1-14是电阻加热炉温自动控制系统。电阻丝电源的通断由接触式水银温度计控制。水银温度计的两个触点 a 和 b 接在常闭继电器的线圈电路中，它将随着水银柱的升降而接通或断开，从而控制继电器的触点K，把电阻丝的电源接通或断开，以达到自动调温的目的。试画出这个系统的方块图并与图1-12所示温控系统比较，说明两者有何区别。

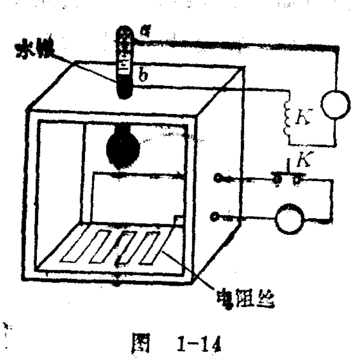

图 1-14

1-20 若在图1-14所示系统中将继电器改用延时继电器，即不管温度高于或低于期望温度，均要经过一分钟才能断开电源或接通电源。试问这样的系统是开环控制系统还是闭环控制系统？它与图1-12所示温度控制系统有何区别。

1-21 图1-15（a）及（b）是两种类型的水位自动控制系统。试画出（a）与（b）的方块图并说明这两个系统的控制信号、被控制信号，被控制对象和干扰量是什么？

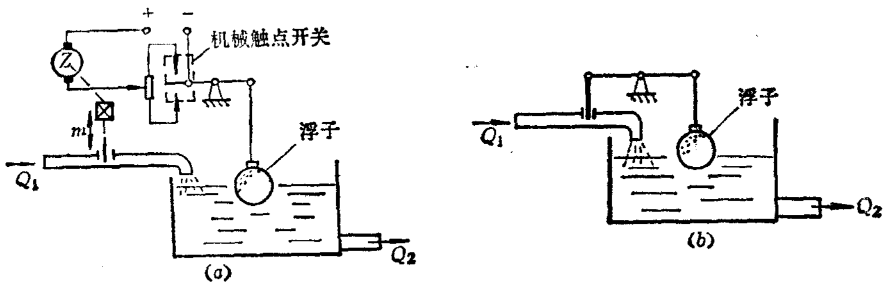

图 1-15

1-22 分析图1-15（a）及（b）两个水位自动控制系统原理上的差别并比较两个系统控制精度的高低。

1-23 现有一电动机由发电机供电并带动负载，见图1-16。为了保持电动机速度的稳定。试设计一个按电动机速度偏差控制的一个有差速度调节系统，画出它的原理图并说明它的工作过程。

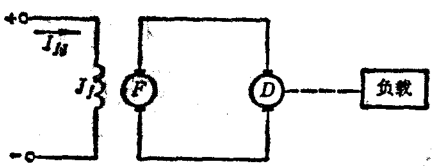

图 1-16

1-24 将图1-16组成一无差速度调节系统并说明其能达到无差控制的道理。

1-25 将图1-16设计成一个以负载变化为干扰量的，按干扰控制的速度调节系统，画出它的原理图并说明它的调节过程。

1-26 试设计一个以电压为指令的内燃机车速度控制系统，并说明系统的工作过程。

1-27 试设计一个淋浴水温自动调节系统，绘出其原理图和方块图。

1-28 现有一气缸如图1-17所示。试设计一个压力自动调节系统。画出其原理图和说明它的调节过程。

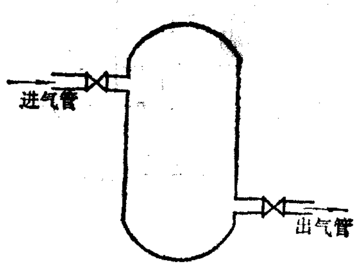

图 1-17

1-29 试按照闭环控制原理设计一台自动秤。画出它的原理图和方块图。

第二章　自动控制系统的数学模型

自动控制系统的组成可以是电气的、机械的、液压的和气动的等等，然而描述这些系统的数学模型却可以是相同。因此通过数学模型来研究自动控制系统，就摆脱了各种不同类型系统的外部关系而抓住这些系统的共同运动规律。控制系统的数学模型是通过物理学和化学等定律来描述，如机械系统的牛顿定律，电气系统的克希霍夫定律等都是用来描述系统模型的基本定律。

如果描述系统的数学模型是线性的微分方程，则称该系统为线性系统，若方程中的系数是常数，则称其为线性定常系统。数学模型可以是标量方程和向量的状态方程。

本章主要讨论的是线性定常系统。我们可以对描述系统的线性定常微分方程进行积分变换，从而得出传递函数，方块图，信号流通图，频率特性等新的数学描述。

线性系统实际上是忽略了系统中某些次要因素，对数学模型进行一次近似而得到的。以后各章所讨论的线性系统均属线性化系统。

本章内容包括拉氏正变换与反变换，典型元件与系统微分方程的列写和传递函数的求取以及结构图的变换与信号流通图的绘制。

一、拉氏正变换与反变换

（1）拉氏变换定义：

设　$f(t)$　是时间函数，当 $t<0$ 时 $f(t)=0$

s　是复变数

$\mathscr{L}$　拉氏正变换运算符号

$\mathscr{L}^{-1}$　拉氏反变换运算符号

$F(s)$　是 $f(t)$ 的拉氏变换

函数 $f(t)$ 的拉氏变换定义为

$$\mathscr{L}[f(t)]=F(s)=\int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt$$

函数 $F(s)$ 的拉氏反变换定义为

$$\mathscr{L}^{-1}[F(s)]=f(t)=\frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s)e^{st}ds$$

或者通过部分分式求出拉氏反变换 $f(t)$，这时 $F(s)$ 用下式表示为

$$F(s)=\frac{F_1(s)}{F_2(s)}=\frac{k(s+Z_1)(s+Z_2)\cdots(s+Z_m)}{(s+P_1)(s+P_2)\cdots\cdots(s+P_n)}$$

其中　$n\geqslant m$

当 $n>m$ 时 $F(s)$ 可用部分分式展开为

$$F(s)=\frac{\beta_1}{s+P_1}+\frac{\beta_2}{s+P_2}+\cdots\cdots\frac{\beta_n}{s+P_n}$$

其中
$$\beta_i=\left.\frac{F_1(s)}{\dot{F}_2(s)}\right|_{s=-P_i}$$

得拉氏反变为

$$f(t)=\beta_1 e^{-P_1 t}+\beta_2 e^{-P_2 t}+\cdots\cdots+\beta_n e^{-P_n t}$$

$$f(t)=\sum_{i=1}^{n}\left.\frac{F_1(s)}{\dot{F}_2(s)}\right|_{s=-P_i}\cdot e^{-P_i t} \tag{2-1}$$

表2-1　常用函数的拉氏变换表

原　函　数　$x(t)$	象　函　数　$X(s)$
$\delta(t)$	1
$1(t)$	$\frac{1}{s}$
$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{s+\alpha}$
t	$\frac{1}{s^2}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$t^n e^{-\alpha t}$　$(n=1,\ 2,\ 3\cdots)$	$\frac{n!}{(s+\alpha)^{n+1}}$
$\sin\omega t$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
$\cos\omega t$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$
$\frac{1}{r-\alpha}(e^{-\alpha t}-e^{-\gamma t})$	$\frac{1}{(s+\alpha)(s+\gamma)}$
$\frac{1}{\alpha^2}(\alpha t-1+e^{-\alpha t})$	$\frac{1}{s^2(s+\alpha)}$
$\frac{1}{\alpha\beta}+\frac{\beta e^{-\alpha t}-\alpha e^{-\beta t}}{\alpha\beta(\alpha-\beta)}$	$\frac{1}{s(s+\alpha)(s+\beta)}$
$\frac{1}{\alpha}(1-e^{-\alpha t})$	$\frac{1}{s(s+\alpha)}$
$1-\frac{T^2\omega_n^2}{1-2T\zeta\omega_n+T^2\omega_n^2}e^{-t/T}$ $+\frac{1}{\sqrt{(1-\zeta^2)(1-2\zeta T\omega_n+T^2\omega_n^2)}}e^{-\zeta\omega_n t}$ $\times\sin(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\,t-\varphi)$ $\varphi=\mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{-\zeta}\right)+\mathrm{tg}^{-1}\left[\frac{T\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}{1-T\zeta\omega_n}\right]$	$\frac{\omega_n^2}{s(Ts+1)(s^2+2\zeta\omega_n s+1)}$ $(0<\zeta<1)$
$t-\frac{2\zeta}{\omega_n}+\frac{1}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t}\cdot\sin(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\,t-\varphi)$ $\varphi=\mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{\alpha\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}{-\zeta}\right)$	$\frac{\omega_n^2}{s^2(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2)}$ $(0<\zeta<1)$

（续）

原　函　数　$x(t)$	象　函　数　$X(s)$
$\omega_n\sqrt{\dfrac{1-2\alpha\zeta\omega_n+\alpha^2\omega_n^2}{1-\zeta^2}}\,e^{-\zeta\omega_n t}\cdot\sin(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\,t+\varphi)$ $\varphi=\mathrm{tg}^{-1}\dfrac{\alpha\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}{1-\alpha\zeta\omega_n}$	$\dfrac{\omega_n^2(1+\alpha s)}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$
$1+\sqrt{\dfrac{1-2\zeta\alpha\omega_n+\alpha^2\omega_n^2}{(1-\zeta^2)(1-2T\zeta\omega_n+T^2\omega_n^2)}}\,e^{-\zeta\omega_n t}$ $\times\sin(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\,t+\varphi)+\dfrac{\omega_n^2T(\alpha-T)}{1-2T\zeta\omega_n+T^2\omega_n^2}e^{-t/T}$ $\varphi=\mathrm{tg}^{-1}[\alpha\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}(1-\alpha\zeta\omega_n)]$ $-\mathrm{tg}^{-1}\left[\dfrac{T\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}{1-T\zeta\omega_n^2}\right]-\mathrm{tg}^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{1-\zeta^2}}{-\zeta}\right)$	$\dfrac{\omega_n^2(1+\alpha s)}{S(Ts+1)(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2)}$
$\dfrac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t}\cdot\sin\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\,t$	$\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$ $(0<\zeta<1)$
$\dfrac{-1}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t}\cdot\sin(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\,t-\varphi)$ $\varphi=\mathrm{tg}^{-1}\dfrac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$	$\dfrac{s}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$ $(0<\zeta<1)$
$1-\dfrac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t}\cdot\sin(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\,t-\varphi)$ $\varphi=\mathrm{tg}^{-1}\dfrac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$	$\dfrac{\omega_n^2}{s(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2)}$ $(0<\zeta<1)$

（2）拉氏变换基本定理

① 微分定理

函数$f(t)$的导数的拉氏变换为

$$\mathscr{L}\left[\frac{d}{dt}f(t)\right]=sF(s)-f(0)$$

推广
$$\mathscr{L}\left[\frac{d^n}{dt^n}f(t)\right]=s^nF(s)-s^{n-1}f(0)-s^{n-2}\dot{f}(0)\cdots\cdots-f^{n-1}(0)$$

② 积分定理

函数$f(t)$的积分的拉氏变换为

$$\mathscr{L}\left[\int_0^t f(t)dt\right]=\frac{F(s)}{s}+\frac{f^{-1}(0)}{s}$$

对于初始条件为零的n重积分有

$$\mathscr{L}\left[\int_0^t\cdots\cdots\int_0^t f(t)(dt)^n\right]=\frac{F(s)}{s^n}$$

③ 终值定理

$$\lim_{t\to\infty}f(t)=\lim_{s\to 0}sF(s)$$

注意函数$sF(s)$的极点应在〔S〕平面的左半部分，不然$\lim\limits_{t\to\infty}f(t)$不存在，即$sF(s)$

在包含 $j\omega$ 轴的右半〔S〕平面内是解析的。

④ 初值定理

$$\lim_{t\to 0} f(t)=\lim_{s\to\infty} sF(s)$$

⑤ 平移定理

$$\mathscr{L}[f(t-a)]=e^{-as}F(s)$$

例 题 一

2-1 试求阶跃函数 $f(t)$ 的拉氏变换

设函数

$$f(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ A=\text{常数} & t>0\end{cases}$$

解 由公式得

$$\mathscr{L}[f(t)]=\int_0^\infty Ae^{-st}dt=\frac{A}{s}$$

2-2 试求函数 $f(t)$ 为如下形式的拉氏变换（$f(t)$为单位双脉冲函数即 $\delta(t)$的导数）

$$f(t)=\lim_{t_0\to 0}\frac{1(t)-2[1(t-t_0)]+1(t-2t_0)}{t_0^2}$$

解 由平移定理得

$$\mathscr{L}[f(t)]=\lim_{t_0\to 0}\frac{1}{t_0^2}\left[\frac{1}{s}-\frac{2}{s}e^{-t_0s}+\frac{1}{s}e^{-2t_0s}\right]$$

$$=\lim_{t_0\to 0}\frac{1}{t_0^2s}\left[1-2\left(1-t_0s+\frac{t_0^2s^2}{2}+\cdots\right)+\left(1-2t_0s+\frac{4t_0^2s^2}{2}+\cdots\right)\right]$$

$$=\lim_{t_0\to 0}\frac{1}{t_0^2s}[t_0^2s^2+(t_0s\text{ 中的较次项}]=s$$

2-3 试求下列微分方程的拉氏变换

已知 $\ddot{x}+3\dot{x}+6x=0$，和 $x(0)=0$，$\dot{x}(0)=3$

解 由微分定理得

$$s^2X(s)-sX(0)-\dot{x}(0)+3sX(s)-3X(0)+6X(s)=0$$

代入初始条件并对$X(s)$求解得

$$X(s)=\frac{3}{s^2+3s+6}$$

$X(s)$的极点是复数极点，按表2-1化成标准式子

$$X(s)=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\;\frac{\frac{\sqrt{15}}{2}}{(s+1.5)^2+\left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2}$$

查表得

$$x(t)=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}e^{-1.5t}\sin\left(\frac{\sqrt{15}}{2}t\right)$$

$$x(t)=1.55e^{-1.5t}\sin 1.936t$$

习　题

2-1　求下述函数的拉氏变换

$$f(t)=\frac{1}{a^2}\quad(a<t<0)$$

$$f(t)=\frac{1}{-a^2}\quad(a<t<2a)$$

$$f(t)=0\qquad(t<0,\quad t>2a)$$

并求当 $a\to 0$ 时 $F(s)$ 的极限值。

2-2　求下列函数的拉氏变换。假设当 $t<0$ 时，$f(t)=0$

$$f(t)=0.03(1-\cos 2t)$$

$$f(t)=\sin\left(5t+\frac{\pi}{3}\right)$$

2-3　求下列函数的拉氏反变换

（1）$F(s)=\dfrac{1}{0.1s+1}$　　（2）$F(s)=\dfrac{1}{s(s+1)}$

（3）$F(s)=\dfrac{1}{Ts+1}$　　（4）$F(s)=\dfrac{1}{s(Ts+1)}$

（5）$F(s)=\dfrac{s+1}{(s+1)^2(s+2)}$　　（6）$F(s)=\dfrac{s}{(s+1)^2(s+2)}$

（7）$F(s)=\dfrac{e^{-s}}{s-1}$　　（8）$F(s)=\dfrac{1}{s^2}\cdot\dfrac{1}{Ts+1}$

2-4　应用终值定理求函数 $f(t)$ 的终值。$f(t)$ 的拉氏变换式如下

$$F(s)=\frac{10}{s(s+1)}$$

$$F(s)=\frac{s+1}{s(s^2+s+1)}$$

2-5　试解下面的微分方程式

$$\ddot{x}(t)+2\zeta\omega_n\dot{x}+\omega_n^2x=\omega_n^2$$

其中　$x(0)=0\qquad\dot{x}(0)=0$

试证明当 $0<\zeta<1$ 时其解为

$$x(t)=1-e^{-\zeta\omega_nt}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}t+\theta)$$

式中　$$\theta=-\mathrm{tg}^{-1}\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$$

2-6　求题2-5中当 $\zeta=1$ 时的解。

2-7 设函数$f(t)=\sin\omega t$。试画出以下函数的图形

（1）$f(t-t_0)$

（2）$f(t-t_0)\cdot u(t)$

（3）$f(t)u(t-t_0)$

（4）$f(t-t_0)u(t-t_0)$

式中$u(t)$是单位阶跃函数即

$$u(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t>0\end{cases}$$

二、线性定常系统微分方程的列写和传递函数的求取

传递函数的定义是系统或元件在初始条件为零时，其输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比，称为该系统或元件的传递函数。其表示符号为

$$G(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}$$

传递函数的求取一般可按如下三个步骤进行。

（1）写出系统或元件的线性或线性化方程。

（2）对微分方程进行拉氏变换并令其全部初始条件为零。

（3）求输出量的拉氏变换$Y(s)$与输入量的拉氏变换$X(s)$之比，这个比值关系就是所求的传递函数。

例 题 二

2-4 设有一电感电容组成的四端网路如图2-1所示。试列写以电压u_2为输出量和以电压u_1为输入量的运动方程式及其传递函数。

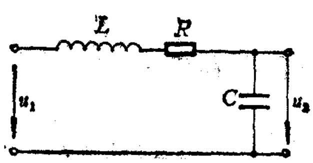

图 2-1

解 根据克希霍夫定律有

$$u_1=Ri+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\int_0^t idt$$

$$u_2=\frac{1}{C}\int_0^t idt$$

消去上两式的中间变量i可得

$$LC\frac{d^2u_2}{dt^2}+RC\frac{du_2}{dt}+u_2=u_1 \tag{2-2}$$

若R、L、C均为常数，则描述四端网路的运动方程为二阶线性定常微分方程。将式(2-2)进行拉氏变换并令网路的初始条件为零，则得