[联邦德国] 汉斯·佩尔策 主编
张正禄 编译

现代工程测量控制网的理论和应用

测绘出版社

现代工程测量
控制网的理论和应用

[联邦德国]汉斯·佩尔策　主编

张正禄　编译

测绘出版社

内 容 提 要

本书系统而扼要地介绍了误差理论、统计检验和测量平差方面的基础理论和新近发展；对平差的模型误差、控制网的质量和优化，静态、运动和动态点场，对变形监测网设计以及运动模型的变形分析等作了深入浅出的论述。

本书的阅读对象为从事测量实践的测量科技人员，高等院校测量专业的教师、研究生和高年级学生。它特别适合作为工程测量专业科研、生产和教学的参考书。

现代工程测量控制网的理论和应用

［联邦德国］汉斯·佩尔策　主编

张正禄　编译

*

测绘出版社出版

测绘出版社印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行

*

开本　787×1092　1/32·印张 8.875·字数 192 千字

1989 年 2 月第一版·1989 年 2 月第一次印刷

印数 0,001—2,000 册·定价 4.70 元

ISBN 7-5030-0152-6/P·61

1

前　　言

联邦德国汉诺威大学测量研究所和地球测量研究所自七十年代以来定期联合举办有关大地测量和工程测量方面的研讨会。最近两期研讨会分别于1979年2月和1985年2月在汉诺威大学举行，每次历时8天。研讨会上的论文由测量研究所所长汉斯·佩尔策教授主编，定名为“大地测量和工程测量控制网”Ⅰ和Ⅱ，由康纳德·魏特佛出版社作为测量学专集丛书发行，分别列为第5和第13专集。

正如专集的前言所叙，上述两个研究所举办研讨会的目的在于为从事测量实践工作的同行们介绍本专业领域内的最新发展，它首先致力于在大地测量、平差计算方面基础理论知识的更新，以便能运用这些知识进行控制网的布设、计算和评价。论文绝大部分内容反映汉诺威大学测量专业的教学和科研工作，论文的作者绝大部分也是这两个研究所的教授和科研人员。

“大地测量和工程测量控制网”Ⅰ自1979年出版以来，深受广大测量同行的欢迎，许多人把它当作工具书使用，致使该书很快脱销。“大地测量和工程测量控制网”Ⅱ是继第Ⅰ集6年之后出版的，其间在这一领域发生了较大的变化。本书是根据第Ⅱ集编译的，且着重于工程测量方面，故命名为“现代工程测量控制网的理论和应用”。

译者对两本专集都程度不同地浏览了一遍，同时也参加了1985年2月的研讨会，由于该专集的范围很广，篇幅很大，且有不同程度的重复交叉。译者采用了对部分内容进行编译的形式，目的在于为国内从事工程测量工作的同行们提

供本专业在理论和实践方面的发展概貌。所选内容也是根据译者的体会确定。其中第一章是基础理论部分，对大地专业也同样适用，这部分已相当成熟，在专集Ⅰ和专集Ⅱ中都列入了，几乎没有改动，仅方差分量估计一节是新增加的，为便于使用，附有较详细的图表。第三章关于控制网的质量和优化较第Ⅰ集有较大的改变。第二、四、五章关于模型误差、局部三维网和各种点场是第Ⅰ集所未涉及的，对于运动点场的变形分析部分，在编译中增加了作者最新发表的在第Ⅱ集中没有的论文内容。最后把汉诺威大学测量研究所研究得较多的变形监测网和隧道控制网的布设列在第六、第七章。

为了便于查阅，将参考文献放在每章的后面。

由于专集不同于专著，它是由较多作者合写的，各章的符号术语不尽统一，在这方面译者作了一定努力，本书中所采用的有关测量平差和数理统计方面的符号以联邦德国标准DIN 18709 第 4 部分为准。

对本书的编译要感谢李青岳教授的激励和李德仁教授的校对。由于译者对原文的理解深度有限，编译中必有错漏之处，请读者指正。

本书适合作为从事实际工作的测量科技人员、高等院校从事测量学、控制测量学、工程测量学、测量平差等课程教学的教师、测量专业的研究生和高年级学生的教学参考书。

译　者

一九八七年五月于武汉

目　录

第一章　误差理论、统计检验和平差基础

§1.1　随机变量

1.1.1　随机变量和量测随机变量

随机变量X是用数值表示的试验结果，它的取值总是落在某一确定范围之内但又不能事先确定。

举两个典型的例子：

——抛骰子试验，同时抛掷两枚骰子，每次两枚骰子点数的取值为一整数，在2,3,…12范围内，由于它们是离散数，故称这类随机变量为离散随机变量。

——对两点之间的距离进行观测，在分辨率足够高时，观测值可为某一确定区间内的任意一个值，且不局限于离散数据，我们称这类试验结果为连续随机变量。

在测量学误差理论中只涉及连续随机变量，下面我们只讨论连续随机变量。

随机变量X的n个观测值$X_j(j=1,2,\cdots n)$称为X的实现，n为子样观测值的个数。若随机变量是通过测量得到的，我们称这类随机变量为量测随机变量，并用L表示，L的实现叫量测值，表示为l_j或$x_j(j=1,2,\cdots n)$，n为子样个数。下面讨论的随机变量均为量测随机变量，用L或X表示。

1.1.2 频率函数和概率密度

设对随机变量X进行了n次试验，其值落在区间（a，b）上，将区间分成m等份，设落在第i等份（中央值为x_i）上的次数为k_i，则定义随机变量X的频率函数（又称相对频率）为

$$h(x_i, \Delta x) = \frac{k_i}{n}, \quad i = 1, 2, \cdots m \tag{1-1}$$

频率函数具有下述性质：

$$\left.\begin{aligned} & 0 \leqslant h(x_i, \Delta x) \leqslant 1 \\ & \sum_{i=1}^{m} h(x_i, \Delta x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{m} k_i = 1 \end{aligned}\right\} \tag{1-2}$$

随机变量的频率函数可用如图 1.1 的直方图表示。

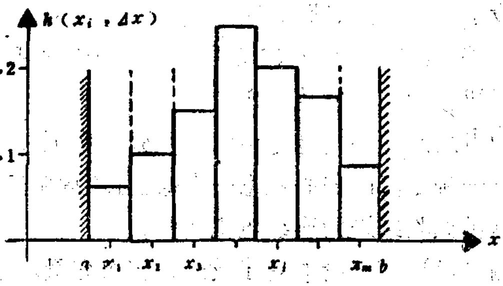

图 1.1 随机变量频率函数直方图

当子样数$n \to \infty$，对频率函数求极限，则称该极限为X的概率函数

$$p(x_i, \Delta x) = \lim_{n \to \infty}\left\{h(x_i, \Delta x) = \frac{k_i}{n}\right\} \tag{1-3}$$

概率函数不仅与中央值x_i有关，而且也与等份大小Δx有关，为此定义随机变量X的概率密度

$$f(x)=\lim_{\Delta x\to dx}\left\{\frac{p(x_i,\Delta x)}{\Delta x}\right\} \tag{1-4}$$

其中 dx 为微分元。$f(x)$是一个连续函数，落在微分区间$(x,\ x+dx)$上的随机变量X的概率为(图 1.2)

$$P\{x\leqslant X\leqslant x+dx\}=f(x)dx \tag{1-5}$$

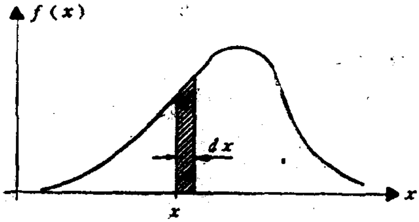

图 1.2　随机变量的概率密度

1.1.3　分布函数

在许多情况下，人们感兴趣的不是频率函数$h(x_i,\Delta x)$，而是如图 1.3 所表示的不大于某一观测值$\left(x_i+\frac{1}{2}\Delta x\right)$的相对频率，于是导出了累计频率函数

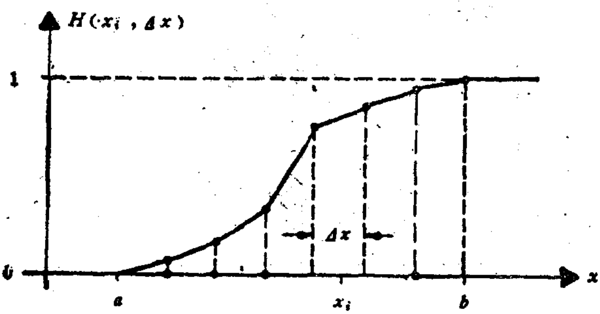

图 1.3　累计频率函数

$$H(x_i, \Delta x)=\sum_{j=1}^{i} h(x_j, \Delta x) \qquad (1\text{-}6)$$

随机变量X落在某一界值x以下的概率称随机变量的分布函数（见图1.4）

$$F(x)=P(X\leqslant x)=\int_{-\infty}^{x} f(\xi)d\xi \qquad (1\text{-}7)$$

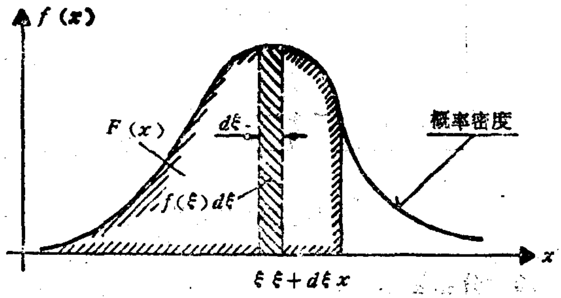

图 1.4　分布函数的定义

由分布函数$F(x)$，不难计算出落在任意两点a、b所构成区间上的随机变量概率（图1.5）

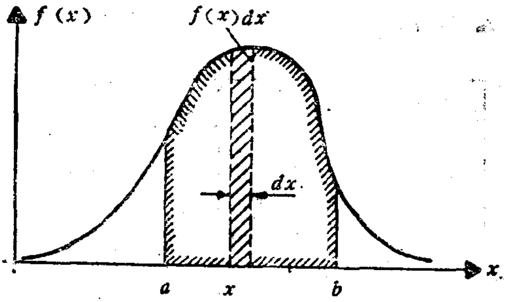

图 1.5　随机变量X落在(a,b)上的概率

$$
\begin{aligned}
P\{a<X\leqslant b\}&=P\{X\leqslant b\}-P\{X\leqslant a\}\\
&=F(b)-F(a)\\
&=\int_a^b f(x)dx
\end{aligned}
\tag{1-8}
$$

1.1.4 算术平均值、期望和真值

一个连续随机变量X的n个观测值组成观测值向量$\mathbf{x}^T=(x_1, x_2, \cdots, x_n)$，观测值的算术平均值（或称经验均值）为

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}x_j=\frac{1}{n}\mathbf{e}^T\mathbf{x}=\frac{[x]}{n} \tag{1-9}$$

其中

$$\mathbf{e}^T=(1,1,\cdots,1)$$

观测值与经验均值之差叫作改正数，改正数向量可表示为

$$\mathbf{v}=\begin{pmatrix}v_1\\v_2\\\vdots\\v_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\bar{x}-x_1\\\bar{x}-x_2\\\vdots\\\bar{x}-x_n\end{pmatrix}=\mathbf{e}\bar{x}-\mathbf{x} \tag{1-10}$$

当观测值个数n趋于无穷大时，均值$\bar{x}$收敛于某一值μ_X，称该值为随机变量X的期望，记为

$$E(X)=\mu_X \tag{1-11}$$

收敛的随机意义是，对于任意一个大于零的数δ，下式成立：

$$\lim_{n\to\infty}P(|\bar{x}-\mu_X|>0)=0$$

期望可由概率密度按下式计算：

$$\mu_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \tag{1-12}$$

须将由（1-11）式所定义的期望和随机变量的真值$\widetilde{X}$相区分。一方面，在测量学中所遇到的随机变量常常不存在真值，例如数字地面模型中地面点对于某一确定的平均海水面的高程是一个随机变量，可由点的位置取不同的值，但这一随机变量的真值却不存在；另一方面，有的随机变量如一个角度或一段距离，人们能想象到它们有一个真值，但这个真值必须与由无数多个在相同条件下得到的观测值计算出的期望值一致。在大多数情况下，随机变量的真值和期望值之间的关系为

$$\mu_X = \widetilde{X} + \Delta_X \tag{1-13}$$

式中Δ_X为系统偏差。当随机变量的真值和期望相等时，我们称之为无偏随机变量。下面所讨论的都是无偏随机变量。

1.1.5 期望的运算法则

在误差理论和平差计算中人们经常要确定某一随机变量函数的期望值。下面直接给出计算期望值的规则。

已知一随机变量X及其概率密度$f(x)$，其期望值公式为（1-10）式和（1-12）式，随机变量Y是X的某一确定函数

$$Y = g(X) \tag{1-14}$$

则Y的期望值为

$$\mu_Y = E(Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f(x) dx \tag{1-15}$$