

高层建筑
抗侧力新结构体系

剪力墙式框架 设计

李康祺
著

陕西科学技术出版社

86.249

8806712

高层建筑抗侧力新结构体系

剪力墙式框架设计

李康祺 著

(石油工业部抗震办)

陕西科学技术出版社

高层建筑抗侧力新结构体系

剪力墙式框架设计

李康祺 著

陕西科学技术出版社出版发行

(西安北大街181号)

新华书店经销 西安新华印刷厂印刷

787×1092毫米 16开本 22.75印张 7插页 51万字

1987年11月第1版 1987年11月第1次印刷

印数: 1—10,000

ISBN 7-5369-0052-X/TU·2

统一书号: 15202·175 定价: 5.90元

地震是人類社會的一項自然災害，抗御地震災害是人類征服自然的艱巨斗争，是為子孫後代謀福利的一件大事，讓我們在祖國興旺強化的偉大斗争中，為人類最後戰勝地震災害作出更大貢獻！

陳夢探

一九八七·七·二十八

序

自从1930年美国H·Cross教授发表了驰名全球的力矩分配法以来，框架结构的分析技术在世界上获得了很大的发展，发表的论文如雨后春笋，难以枚举。这些研究成果对结构力学的发展，对工程技术人员深入理解结构的变形规律、更好地掌握与运用结构分析理论解决工程设计问题无疑是一个很大的促进。

早在四十年代我国许多学者即对框架分析颇感兴趣并潜心研究，取得的成果中以一次力矩分配法和角变传递法较为著名。至五十年代及六十年代初，我国的框架分析技术在蔡方荫先生为代表的众多结构学者的共同努力下取得了长足的进展，其中最为著名并俾益于工程界者为变截面刚构分析，各种不平衡力矩及侧力的传播法、各类形变分配与传播法，并将框架静力分析法发展应用于刚架稳定及动力分析中去。本书著者李康祺同志1957年发表的“多层变截面刚架分析”一文就是当年刚架分析论文中比较优秀的一篇。

随着我国社会主义建设事业的发展，六度以上地震区先后兴建了许多高层建筑，这些高层建筑多半采用框架体系、框架剪力墙体系、剪力墙体系。如采用本书作者所创立的剪力墙式框架及框架—剪力墙式框架体系进行分析，在地震动侧向力作用下，这类结构能使整个结构在调频及内应力重分布上有相当大的幅度，其结构的延性远优于其他结构。在强震作用下其一部分非主要构件首当其冲引成塑性铰，从而起到卸载作用而保护了结构中的主要构件，使整个建筑物免遭倒塌。这是本书阐述的重要观点，著者曾在其他论文中提出，在高层结构中有意识的设计抗震保险杆件，使结构设计既经济又抗震就是这种观点的一部分。

这类结构的分析，无论由于刚域的存在、剪切变形的影响以及地震作用下打滑进入弹塑性及塑性铰的出现都表明它实质上是一种变截面框架体系的内力及变形分析。在当今计算结构力学充分发展的情况下，采用矩阵位移法用电子计算机进行计算是没有问题的。但在需具有清晰的物理概念的抗震设计的简捷计算，此法还是不够的，这正是迄今为止大批工程技术人员在许多框架设计中仍然普遍采用分层法，D值法的原因。但是本书提出的剪力墙式框架及框架—剪力墙式框架体系，如采用分层法D值法显然是很难解决的。而著者提出采用以“形变分配法”为基础的变截面框架分析法来计算这类结构，能使问题获得正确而迅速的解决。读者不难看出本书提出的方法是一条有效的途径，在此基础上进一步编制电子计算机程序进行运算，则更有简明、迅捷而经济之功效。

鉴于目前国内对形变分配法分析变截面框架尚无完整的资料介绍，本书较为系统地作了论述，在七章之中，前几章叙述形变分配法的基本理论，然后进入本法的实质性叙述与推导，以大量实例说明这一方法的应用，易于理解和掌握。这是一部理论与实际密切结合的技术论著，可供从事土木、建筑工程设计人员进行多层、高层框架结构设计之用，也可作为大专院校师生及科研人员参考用书，因书中有详细计算的各类结构实例，更适合于电大及业余学习参考使用。

希望本书的出版能对高层框剪结构抗震设计技术的发展有新的推动，预祝著者在这一领域里继续深入研究不断取得新的成就！

魏 连 王优龙

一九八七年五月于南京

前 言

用“形变分配法”系统的分析各种变截面刚杆件，至今还无完整的资料，以前为了简捷的求得刚杆之力矩，出现了各种各样的方法，都是围绕“力矩”这个结构设计的主要矛盾。由于计算技术的发展，随着高层刚架及大跨度厂房的出现以及人们对地震这个自然灾害的逐步认识，结构的计算越来越需要“形变”这个重要数据。另一方面，无论是建筑或桥梁结构，如考虑到刚杆的扭矩和剪切影响，考虑到现实情况及钢筋混凝土刚杆在受力后存在裂缝等，等截面杆件均是相对的，而变截面杆件是绝对的，虽著者曾在57年（参考文献〔1〕）发表的多层变截面刚架分析中叙述了一些，但只是点滴提及。

近年高层建筑的兴建很快，结构设计的方法得到了不断的发展和提高。我国地震区范围较广，即便不在震区，随着房屋高度的增加，如何有效地提高建筑结构抵抗水平荷载的能力和侧向刚度等也就逐渐成为主要问题，并必然使结构体系带来相适应的变化。目前绝大部分结构采用：混合结构体系、框架体系、框架——剪力墙体系、剪力墙体系等。本书将介绍一种高层建筑的较好结构型式：剪力墙式框架、框架——剪力墙式框架体系，此类结构能使整个结构在调频及内应力重分布上有相当大的幅度，要比其他类型的结构有大得多的延性，在强震情况下用一部分非主要杆件的破坏去保护结构中的主要杆件以免遭倒塌。但此种结构分析，常用的分层法、D值法是很难解决的。只有通过著者创立的方法才能既正确又迅速的得到内力及位移。此法的基础是分析变截面刚杆之“形变分配法”，另外用此法分析高层建筑在水平力作用下的内力、位移、频率是十分方便的。为此本书第一章是叙述“形变分配法”运用于任何变截面杆件的公式推导，而第二、三、四章只作为循序前进的一个过渡，第五章介绍变截面多层刚架的分析，第六章补充蔡方荫在“变截面刚杆分析续编（参考文献〔3〕）中未解决的多层跨变横梁刚架之分析，第七章是本书的重点，介绍剪力墙式框架的分析。

现今复杂的结构计算已用电子计算机代替，但程序的编制总要有正确的计算方法，而用本书的方法又可大大减小计算容量，普通的台式计算机就足够了。而靠计算器用手算也费时不多，也比较简捷。书中物理概念明确，尤其是在多种组合荷载时，这是本书的特点。

本书在几年前已基本完稿，因种种原因书稿被毁，近几年又根据发展了的情况重写，并作了修改与补充，因著者水平有限，难免有不妥之处，希望读者批评指正。

承蒙中国建筑科学院抗震所的配合，本书中的各种计算已编制电算程序，可计算多种结构形成体系的协同工作计算，为本书所介绍的剪力墙式框架的推广创造良好的条件，又承石油部抗震办对本书的出版作了大量的工作。尤其是王优龙、刘红军、何方同志，著者在此感谢。

目 录

第一章 概论	(1)
第一节 形变方程式.....	(1)
第二节 主形变公式.....	(2)
第三节 次形变公式.....	(5)
第四节 铰接与悬臂的处理.....	(6)
第五节 角变传递互等定理.....	(7)
第六节 对称系统刚杆简化计算.....	(8)
第二章 连续梁及无侧倾单层刚架计算	(10)
第一节 连续梁计算.....	(10)
第二节 单层无侧倾刚架计算.....	(12)
第三节 对称刚架计算例题.....	(14)
第三章 具有侧倾的单层刚架计算	(18)
第一节 等高多跨刚架分析.....	(18)
第二节 不等高多跨刚架分析.....	(21)
第三节 设计实例.....	(27)
第四章 具有侧倾又有跨变的单层刚架计算	(31)
第一节 计算方法简述.....	(31)
第二节 单层多跨厂房例题.....	(33)
第三节 跨变拱桥例题计算.....	(42)
第四节 跨变桁架厂房设计实例.....	(47)
第五章 变截面多层刚架分析	(56)
第一节 变截面多层刚架.....	(56)
第二节 例题.....	(58)
第三节 多层框架结构的抗震设计.....	(72)
第四节 框架与剪力墙协同工作应力分析.....	(89)
第六章 变截面多层刚架的几种特殊型式	(104)
第一节 对称变截面柱、变截面梁多层刚架.....	(104)
第二节 多层多跨刚架中倍数原理的应用.....	(107)
第三节 变截面平行弦对称空腹桁架的计算.....	(113)

第四节	多层刚架及空腹桁架次应力分析	(124)
第五节	具有跨变横梁之多层刚架的应力分析	(127)
第七章	抗地震抗风力的高层结构新体系框架——剪力墙式框架	(141)
第一节	概述	(141)
第二节	剪力墙式框架的基本假定和计算简图	(146)
第三节	剪力墙式框架在横向水平荷载下变形及内力的计算	(151)
第四节	框架——剪力墙式框架协同工作计算	(196)
第五节	锥形高层刚架在侧力作用下变形及内力分析法	(210)
第六节	钢筋混凝土构架式塔架地震应力分析	(220)
附 录		(233)
〔I〕	矩形截面加腋梁常数	
	摘自蔡方荫著《变截面刚构分析》	(233)
〔II〕	二段阶形柱及三段阶形柱之角变常数	
	摘自蔡方荫著《变截面刚构分析续编》	(338)
〔III〕	初小拱度板之应力分析法 (对附录〔I〕之补充)	(341)
参考文献		(356)

第一章 概 论

第一节 形变方程式

形变方程式所采用的基本公式按蔡氏（参考文献〔3〕16页公式 $P_{0.3}$, $P_{0.4}$ ）如图1—1

$$\left. \begin{aligned} M_{ab} &= S_{ab} \left[\theta_a + G_{ab} \theta_b - (1 + C_{ab}) \frac{\Delta}{L} \right] + M_{Fa} \\ M_{ba} &= S_{ba} \left[\theta_b + G_{ba} \theta_a - (1 + C_{ba}) \frac{\Delta}{L} \right] + M_{Fb} \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

其中 M_{ab} —作用于梁ab左端a的挠矩；
 M_{ba} —作用于梁ab右端b的挠矩；
 S_{ab} 、 S_{ba} —杆件ab两端之劲度系数；
 C_{ab} 、 C_{ba} —杆件ab两端之传递系数；

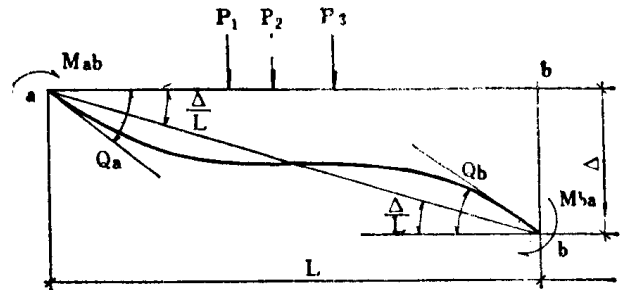


图1—1

Δ —ab两端相对之间的位移；

L —ab杆件长度；

M_{Fa} 、 M_{Fb} —ab杆件a端及b端假设为固定时之杆件固端挠矩；

θ_a 、 θ_b —分别为a、b端的角变。

其中凡顺时针方向的力矩及转角均为正号，反之为负号。

现在先假设杆件无侧倾时，即 $\Delta = 0$ ，列出如图1—2中结点2的形变方程式如下：

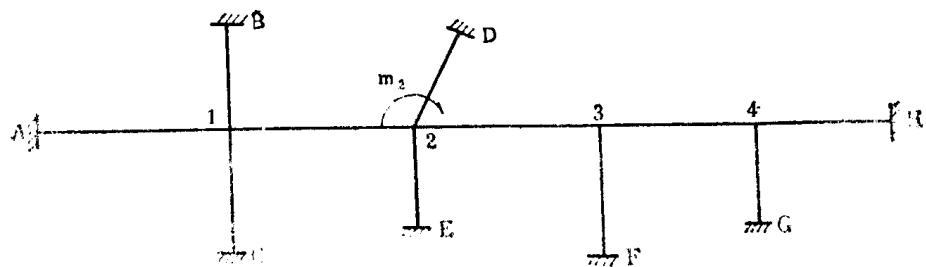


图1—2

$$M_{21} = S_{21}(\theta_2 + C_{21}\theta_1)$$

$$M_{23} = S_{23}\theta_2$$

$$M_{2E} = S_{2E}\theta_2$$

$$M_{24} = S_{24}(C_{24} + C_{42}\theta_3)$$

上列各 $M = m_2$ 得：

$$(S_{21} + S_{23} + S_{2E} + S_{24})\theta_2 + S_{21}C_{21}\theta_1 + S_{24}C_{42}\theta_3 = m_2 \quad (1-2)$$

设: $\rho_2 = S_{21} + S_{23} + S_{2D} + S_{2E} \dots$, 即所有连结结点 2 的杆件靠 2 一端的劲度系数。

V_{21} 、 $V_{23} \dots$ 分别代表 $S_{21} \cdot C_{21}$, $S_{23} \cdot C_{23}$, $\dots$

因此我们可写出结点 2 简化后的形变方程为:

$$\rho_2 \theta_2 + V_{21} \theta_1 + V_{23} \theta_3 = m_2 \quad (1-2)$$

根据上式可推广到任何结点数目的形变方程普遍式为:

$$\rho_K \theta_K + \sum V_{Ka} \theta_a = m_K \quad (1-3)$$

式中 ρ_K —结点 K 的劲率, 其数值等于连结结点 K 所有各杆件 K 端劲度系数之和, 即

$\rho_K = \sum S_{Ka}$, 称结点劲率;

θ_K —结点 K 的角变;

V_{Ka} —连结结点 K 的所有杆件的劲度系数与传递系数之乘积, 称它为杆件因数,

即: $V_{Ka} = S_{Ka} C_{Ka}$;

注意: $S_{Ka} C_{Ka}$ 必等于 $S_{aK} C_{aK}$

m_K —在结点 K 处的各杆件固端力矩之代数和并乘一负号, 即: $m_K = -\sum M_{FKa}$ 。

如图 1—2 结点 3 及 4 的形变方程为:

$$\rho_3 \theta_3 + V_{32} \theta_2 + V_{34} \theta_4 = 0$$

$$\rho_4 \theta_4 + V_{43} \theta_3 = 0$$

第二节 主形变公式

如图 1—2 所示一无侧倾的刚架, 其中 1、2、3 及 4 是四个弹性结点, 在结点 2 作用外力矩 m_2 , 则此刚架可列四个形变方程为:

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 \theta_1 + V_{12} \theta_2 &= 0 \\ \rho_2 \theta_2 + V_{21} \theta_1 + V_{23} \theta_3 + V_{24} \theta_4 &= m_2 \\ \rho_3 \theta_3 + V_{32} \theta_2 + V_{34} \theta_4 &= 0 \\ \rho_4 \theta_4 + V_{43} \theta_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

根据变截面杆件的性质, 上式中 $V_{43} = V_{34}$ 、 $V_{32} = V_{23}$ 、 $V_{21} = V_{12} \dots$ 等。

解方程式 (1—4) 我们可求得结点 2 之角变 θ_2^0 (即结点 2 之主角变)

$$\theta_2^0 = \frac{m_2}{\rho_2 \left(1 - \frac{V_{21}^2}{\rho_2 \rho_1} - \frac{V_{23}^2}{\rho_2 \rho_3} - \frac{V_{24}^2}{\rho_2 \rho_4} \right)} \quad (1-5)$$

$$\text{令: } a_{21} = \frac{V_{21}^2}{\rho_2 \rho_1} \quad a_{23} = \frac{V_{23}^2}{\rho_2 \rho_3} \quad a_{24} = \frac{V_{24}^2}{\rho_2 \rho_4}$$

则 (1—5) 式变为

$$\theta_2^0 = \frac{m_2}{\rho_2 \left(1 - a_{21} - \frac{a_{23}}{1 - a_{34}} \right)} \quad (1-6)$$

上式即为所求得的结点 2 之主角变, 式中 a_{21} 、 $a_{23} \dots$ 称杆件的形变常数。一个杆件的形

变常数等于其杆件刚度平方除以其杆两端结点劲率 ρ 值之乘积。如一杆件具有一个固定端，此端 $\rho = \infty$ 故此杆的 $a = 0$ 每个杆件只有一个形变常数。

这里还必须说明修正形变常数，如上式中 $\frac{a_{23}}{1 - a_{34}}$ 用 a'_{23} 代替，这里称杆件2—3靠2端之修正形变常数。因此杆件之形变常数只有一个，而修正形变常数每端一个，视每端后端的结构情况而定。如结点H仍然是弹性结点则：

$$a'_{23} = \frac{a_{23}}{1 - \frac{a_{34}}{1 - a_{3H}}}$$

如结点H以后均是弹性结点n、m，则上式：

$$a'_{23} = \frac{a_{23}}{1 - \frac{a_{24}}{1 - \frac{a_{4H}}{1 - \frac{a_{Hn}}{1 - a_{nm}}}}}$$

再如固端F为铰接时，则：

$$a'_{23} = \frac{a_{23}}{1 - a_{3F} - a_{34}}$$

而杆件3—2在3端之修正形变常数为：

$$a'_{32} = \frac{a_{23}}{1 - a_{21}}$$

如A、B、C仍是弹性结点则：

$$a'_{32} = 1 - \frac{a_{33}}{1 - \frac{a_{4H}}{1 - a_{4A} - a_{4B} - a_{4C}}}$$

这里把形变分配法与林氏力矩一次分配法的关系简述如下：

在本节推导主角变公式中，刚架各杆件之弹性约束程度取决于形变常数 a ，若为连续刚架取决于修正形变常数 a' ，而在林氏法中弹性约束程度取决于修正劲度及修正传递系数。总的讲来不论 a' 或 S_{abm} 、 C_{abm} 它们只与刚构之形式有关，本节只叙述它们两者之关系。

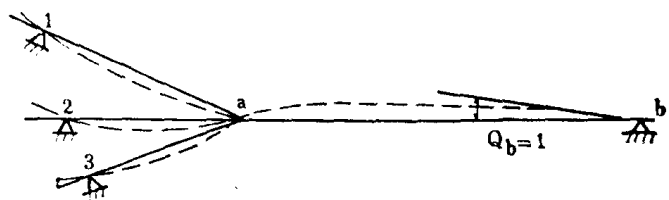


图 1—3

林氏法之修正劲度及修正传递系数分别采用如下公式（参考文献〔3〕）如图 1—3

$$S_{bam} = S_{ba}(1 - C_{ba}C_{ab}F_{ab}) \quad (1-7)$$

$$C_{bam} = C_{ba} \left(\frac{1 - F_{ab}}{1 - C_{ba}C_{ab}F_{ab}} \right) \quad (1-8)$$

其中

$$F_{ab} = \frac{S_{ab}}{S_{ab} + \sum S_{ann}}$$

因此

$$\theta_a = \frac{-S_{ab}}{S_{ab} + \sum S_{ann}} \quad (1-9)$$

现在用著者之方法来求 θ_a , 当 $\theta_b = 1$ 时:

$$\theta_a = \frac{-S_{ab}C_{ab}}{\rho_a(1 - \sum a'_{an})} \quad (1-10)$$

其中 $\sum a'_{an}$ 分别代表连结结点 a 端之 a-1、a-2、a-3 杆 a 端修正形变常数。把 1—10 式分母进行适当处理 (为简化设计算暂设 $a'_{an} = a_{an}$)

$$\rho_a(1 - \sum a_{an}) = S_{ab} + S_{a1} + S_{a2} + S_{a3} - \frac{V_{a1}^2}{\rho_1} - \frac{V_{a2}^2}{\rho_2} - \frac{V_{a3}^2}{\rho_3} \quad (1-11)$$

把式 1—9 分母也作适当处理:

$$S_{ab} + \sum S_{ann} = S_{ab} + S_{a1m} + S_{a2m} + S_{a3m} \quad (1-12)$$

把式 1—11 与 1—12 比较即可知道如下关系:

$$S_{a1m} = S_{a1} - \frac{V_{a1}^2}{\rho_1}, \quad S_{a2m} = S_{a2} - \frac{V_{a2}^2}{\rho_2}, \quad \dots\dots\dots$$

把式 1—11 的 5、6、7 项适当变为:

$$\frac{\rho_a V_{a1}^2}{\rho_a \rho_1} = \rho_a a_{a1}, \quad \frac{\rho_a V_{a2}^2}{\rho_a \rho_2} = \rho_a a_{a2}$$

得到用形变常数来表示的林氏修正劲度为:

$$\sum S_{ann} = S_{a1m} + S_{a2m} + S_{a3m} = S_{a1} - \rho_a a_{a1} + S_{a2} - \rho_a a_{a2} + S_{a3} - \rho_a a_{a3}$$

即: $S_{a1m} = S_{a1} - \rho_a a_{a1}, \quad S_{a2m} = S_{a2} - \rho_a a_{a2}$

如在结点 1、2、3 以后还有弹性结点则:

$$S_{a1m} = S_{a1} - \rho_a a'_{a1}, \quad S_{a2m} = S_{a2} - \rho_a a'_{a2}$$

式中 $a'_{a1}, a'_{a2}, \dots\dots$ 分别为杆件 a-1, a-2, a-3 的 a 端修正形变常数, 经过适当演算用 a 形变常数来表示杆件的修正传递系数为:

$$C_{bam} = C_{ba} \cdot \frac{1 - \frac{S_{ab}}{\rho_a(1 - \sum a_{an})}}{1 - \frac{C_{ba}C_{ab}S_{ab}}{\rho_a(1 - \sum a_{an})}} \quad (1-13)$$

设 $H_{ab} = \frac{S_{ab}}{\rho_a(1 - \sum a_{an})}$ 则 1—13 式化简为:

$$C_{bam} = C_{ba} \left(\frac{1 - H_{ab}}{1 - C_{ba}C_{ab}H_{ab}} \right) \quad (1-14)$$

式 1—13 与 1—14 比较可知:

$$H_{ab} = F_{ab} = \frac{S_{ab}}{S_{ab} + \sum S_{ann}} = \frac{S_{ab}}{\rho_a(1 - \sum a_{an})}$$

第三节 次形变公式

如图 1—2 上节求得节点 2 的主角变，相邻结点 1、3 因结点 2 所发生的主角变相应的也产生转角，即结点 1、3 的次形变。把式 (1—5) 代入式 (1—4) 中第一项即得结点 1 的次形变为：

$$\theta_1 = -\theta_2^0 \frac{V_{21}}{\rho_1} \quad (1-15)$$

求结点 3 的次形变把 (1—4) 式中第四项与第三项消去 θ_4 即得：

$$\theta_3 = -\theta_2^0 \frac{V_{23}}{\rho_3(1-a_{34})} \quad (1-16)$$

其中 θ_1, θ_3 各代表因结点 2 有主角变而在此两结点所造成的次角变，把 (1—16) 式代入 (1—4) 中第四项，即得弹性结点 4 之次形变为：

$$\theta_4 = \theta_2^0 \frac{V_{23}V_{34}}{\rho_3\rho_4(1-a_{34})} \quad (1-17)$$

实质上可把 θ_3 当作结点 3 的主形变，那么结点 4 之次形变即为：

$$\theta_4 = -\theta_3 \frac{V_{34}}{\rho_4}$$

从上式及 1—15、16、17 式中，其 θ 之系数称之为角变传递系数 λ 如结点 2 传至结点 1 时
角变传递系数 $\lambda_{21} = -\frac{V_{21}}{\rho_1}$

$$\text{相应：} \quad \lambda_{23} = -\frac{V_{23}}{\rho_3(1-a_{34})} \quad \lambda_{34} = -\frac{V_{34}}{\rho_4}$$

传递系数 λ 的下标如 23、34 即表示由 2 传至 3 及由 3 传至 4。

综合以上两节，可写出主角变及角变传递系数的通式如下：

$$\theta_n^0 = \frac{m_n}{\rho_n(1-a'_{nm}-a'_{n1}-a'_{n2}\dots\dots)} \quad (1-18)$$

$$\lambda_{nm} = -\frac{V_{n10}}{\rho_m(1-a'_{mp}-a'_{mq})} \quad (1-19)$$

式中 m_n ——即所求主角变结点处所受的外载矩；

θ_n^0 ——所受外载矩结点处之主角变；

ρ_n ——所求主角变结点处之结点劲率；

a'_{n1} 、 a'_{n2} 、 a'_{nm} ——代表凡连结结点 n 的所有杆件在 n 端的修正形变常数；

λ_{nm} ——从 $n \rightarrow m$ 之角变传递系数；

ρ_m ——传入角变结点之结点劲率；

a'_{mp} 、 a'_{mq} ——表示角变从 n 传至 m 结点，而结构在 m 以后还有 mp 、 mq ……等杆件在 m 端的修正形变常数。

现在可用通式求如图 1—4 所示刚架的主次角变。

$$\theta_4^0 = \frac{m_4}{\rho_4(1 - a'_{43} - a'_{45} - a_{4A})} \quad (1-20)$$

$$\theta_3 = \theta_4^0(\lambda_{43}) \quad (1-21)$$

$$\theta_2 = \theta_3 \cdot (\lambda_{32}) \quad \theta_1 = \theta_4^0(\lambda_{45}) \dots \dots \text{等}$$

其中 $\lambda_{43} = -\frac{V_{43}}{\rho_3(1 - a'_{32} - a_{3B})}$, $\lambda_{32} = -\frac{V_{32}}{\rho_2(1 - a_{21} - a_{2C})}$,

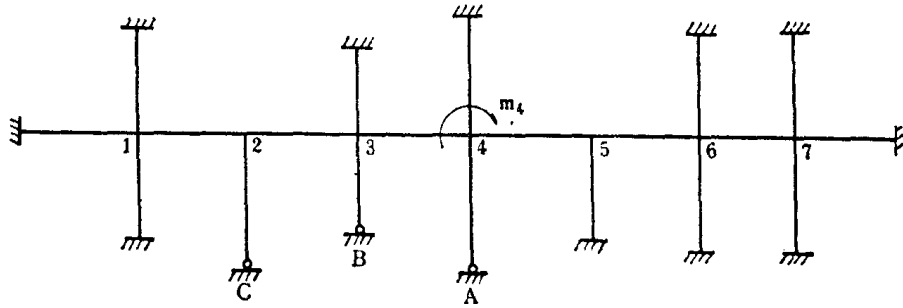


图 1—4

$$\lambda_{45} = -\frac{V_{45}}{\rho_5(1 - a'_{56})}。$$

第四节 铰接与悬臂的处理

如图 1—5 设在铰接点 1 有一外力矩 m_1 ，求结点 1 的主角变为：

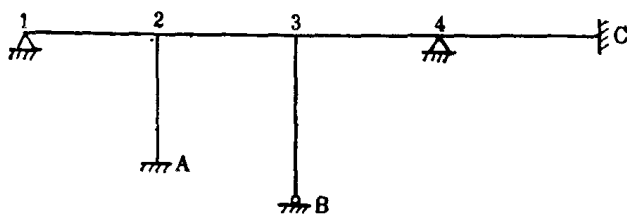


图 1—5

$$\theta_1^0 = \frac{m_1}{\rho_1(1 - a'_{12})} \quad (1-22)$$

式中 $\rho_1 = S_{12}$

$$a'_{12} = \frac{a_{12}}{1 - \frac{a_{23}}{1 - a_{34} - a_{3B}}}$$

从 (1—22) 式可看出，如结点 1 为铰接时，结点劲率 ρ_1 即为杆件 1—2 的 1 端之劲度系数。如结点 2 有载矩 m_2 时，结点 1 之分配角变为：

$$\theta_1' = \theta_2^0 \cdot \lambda_{21} = -\theta_2^0 \frac{V_{21}}{\rho_1} = -C_{12}\theta_2^0 \quad (1-23)$$

悬臂端的处理只要把悬臂载矩加在连接悬臂杆的结点上作为此结点的外载力矩，其他计算方法与上述方法相同。

第五节 角变传递互等定理

设如图 1—4 刚架结点 1 有一单位力矩使结点 1 有角变为 θ_1^0 ，而 θ_1^0 传递至结点 7 后为 θ_{1-7}^0 ，则等于结点 7 有一单位力矩使结点 7 有角变 θ_7^0 而 θ_7^0 传递至结点 1 后为 θ_{7-1}^0 即，

$$\theta_{1-7}^0 = \theta_{7-1}^0$$

同样可得：

$$\theta_{2-5}^0 = \theta_{5-2}^0, \theta_{3-6}^0 = \theta_{6-3}^0, \theta_{4-7}^0 = \theta_{7-4}^0, \dots\dots$$

现证明上述论据，设结点 3 的单位力矩主形变为：

$$\theta_3^0 = \frac{1}{\rho_3(1-a'_{32}-a'_{34})}$$

传递至结点 4 后之次形变为：

$$\theta_{3-4}^0 = \frac{-V_{34}}{\rho_3\rho_4(1-a'_{32}-a'_{34})(1-a'_{43})}$$

设结点 4 的单位力矩主形变为：

$$\theta_4^0 = \frac{1}{\rho_4(1-a'_{43}-a'_{45})}$$

传递至结点 3 后之次形变为：

$$\theta_{4-3}^0 = \frac{-V_{43}}{\rho_4\rho_3(1-a'_{43}-a'_{45})(1-a'_{32})}$$

因 $V_{34} = V_{43}$ ，所以只要证明下列恒等：

$$(1-a'_{32}-a'_{34})(1-a'_{43}) = (1-a'_{43}-a'_{45})(1-a'_{32})$$

上式化简后得：

$$-a'_{34}(1-a'_{43}) = -a'_{45}(1-a'_{32})$$

$$\text{因 } a'_{34} = \frac{a_{34}}{1-a'_{43}}, \quad a'_{45} = \frac{a_{45}}{1-a'_{32}} \text{ 而 } a_{34} = a_{45}$$

代入上式可证明为恒等，故

$$\theta_{3-4}^0 = \theta_{4-3}^0$$

同理可证明： $\theta_{1-7}^0 = \theta_{7-1}^0$ ， $\theta_{2-5}^0 = \theta_{5-2}^0$

如图 1—6 刚架也同样可证明：

$$\theta_{3-7}^0 = \theta_{7-3}^0, \theta_{1-6}^0 = \theta_{6-1}^0$$

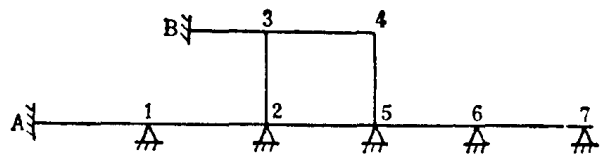


图 1—6

根据互等的原则，在今后的刚架计算中可先算出单位力矩所造成的角变，然后分别乘以结点外力矩即可得所求荷载下的角变。对称刚架只需计算 1/4 工作量，而不对称刚架角变传递也只需计算 1/2，尤其对荷载组合的刚架计算至为方便，并可校核误差。现在按图 1—7 刚架可列出单位力矩作用下角变系数表。

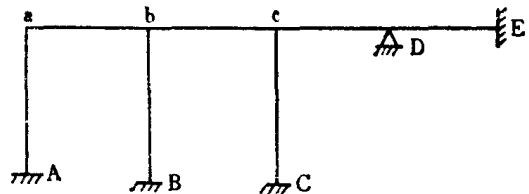


图 1—7

从表 1—1 中可知先计算出 $\theta_a^0, \theta_b^0, \theta_c^0, \theta_D^0$ 单位力矩角变, 然后用传递系数从 $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow D$ 传递一次, 角变表即可列出, 如在结点 b 有 M_{Fbc} 和 $-M_{FbB}$, 则外力矩成为 $M_b^0 = -(M_{Fbc} + M_{FbB})$ 在此荷载下的角变为:

$$\theta_a = -\theta_a^0 \lambda_{ab} \cdot M_b^0 \quad \theta_b = \theta_b^0 \cdot M_b^0 \quad \theta_c = -\theta_c^0 \lambda_{bc} \cdot M_b^0$$

$$\theta_D = \theta_D^0 \lambda_{cD} \cdot M_b^0 \quad (\text{即 } M_b^0 \text{ 乘横行 4 中相应数})$$

把外矩 1, 2, 3 算出的角变值填写在横行 7、8、9 栏内。如欲求 a 结点在外矩 1, 2, 3 共同作用下之角变, 只要将竖行二中横行 7、8、9 三者相加即可, 角变既求得, 各杆内力也可求出。

如刚架有侧倾时, 因在分析应力时总要分二步来计算, 即一在无侧倾时, 二解放支点后, 这二步计算均可利用此表, 可减少很多重复步骤。

表 1—1 角 变 运 算 表

	(一)	二	三	四	五	六	七	八
1		θ_a	θ_c	θ_c	θ_D	外矩 1	外矩 2	外矩 3
2	传递系数	$-\lambda_{ab}$	$-\lambda_{bc}$	$-\lambda_{cD}$				
3	单位力矩作用在 a 时	θ_a^0	$-\theta_a^0 \lambda_{ab}$	$-\theta_a^0 \lambda_{ab} \lambda_{bc}$	$-\theta_a^0 \lambda_{ab} \lambda_{bc} \lambda_{cD}$			M_a^0
4	单位力矩作用在 b 时		θ_b^0	$-\theta_b^0 \lambda_{bc}$	$\theta_b^0 \lambda_{bc} \lambda_{cD}$	M_b^0		
5	单位力矩作用在 c 时	对	称	θ_c^0	$-\theta_c^0 \lambda_{cD}$			M_c^0
6	单位力矩作用在 d 时				θ_D^0		M_D^0	
7	外矩 1 造成之角变	M_b^0 乘横行 4 中相应数						
8	外矩 2 造成之角变	M_D^0 乘横行 6 中相应数						
9	外矩 3 造成之角变	M_a^0 乘横行 3 中相应数 + M_c^0 乘横行 5 中相应数						

第六节 对称系统刚杆简化计算



图 1—8

如图 1—8 所示, 列出结点 1, 2 的形变方程为:

$$\left. \begin{aligned} \rho_2 \theta_2 + V_{2-1} \theta_1 + V_{2-3} \theta_3 &= m_2 \\ \rho_1 \theta_1 + V_{1-2} \theta_2 &= m_1 \end{aligned} \right\} \quad (1-24)$$

因 $\theta_2 = -\theta_3$ 代入上式第一式得:

$$(\rho_2 - V_{2-3})\theta_2 + V_{2-1}\theta_1 = m_2$$

设: $\rho_2 - V_{2-3} = \rho'_2$ 则上式为:

$$\rho'_2\theta_2 + V_{2-1}\theta_1 = m_2 \quad (1-25)$$

(1-24) 式第二项可简化为:

$$\theta_1 = \frac{m_1 - V_{1-2}\theta_2}{\rho_1}$$

代入 (1-25) 式得:

$$\theta_2 = \frac{m_2}{\rho'_2 \left(1 - \frac{V_{1-2}^2}{\rho'_2 \rho_1}\right)} - \frac{m_1 V_{1-2}}{\rho'_2 \rho'_1 \left(1 - \frac{V_{1-2}^2}{\rho'_2 \rho_1}\right)} \quad (1-26)$$

上式第一项为结点 2 之主形变, 第二项为结点 1 在外载矩 m_1 作用下传至结点 2 之次形变, 于是不难得出在对称情况下, 把结点 2 之 ρ_2 修正为 $\rho'_2 = \rho_2 - V_{2-3}$ 后即可简化为如图 1-8a 所示刚杆。

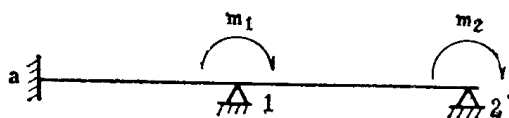


图 1-8a

以下三章以例题来说明此法的运用。