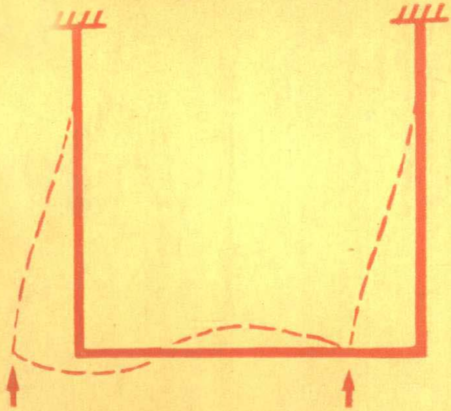

〔美〕A·查杰斯 著　　唐家祥 译　　吴鸿庆 校

结构稳定性理论原理

甘肃人民出版社

结构稳定性理论原理

〔美〕 A·查杰斯 著

唐家祥 译　吴鸿庆 校

甘肃人民出版社

内 容 简 介

本书共分七章。前二章以柱子为对象，系统地阐明了计算结构稳定性的精确解法与常用近似分析方法，包括能量法、变分法。瑞利——李滋法、伽略金法、有限差分法、矩阵刚度法，比较深入地讨论了材料塑性、荷载偏心、结构初始缺陷等因素对结构稳定性的影响。后五章讨论梁柱、刚构、梁的扭屈、板、轴对称壳体，不仅对这些结构的稳定性能提出了理论分析，而且对每种结构都指出了设计方法以及某些半经验公式。本书的特点是基本理论讲得详细清楚，又密切结合现行的设计实践，每章末均附有习题。可供从事实际工作的结构工程师参考，亦可做为大专院校土建、结构工程与工程力学等有关专业高年级学生及研究生的教材或教学参考书。

ALEXANDER CHAJES

PRINCIPLES OF STRUCTURAL STABILITY THEORY

1974 by Prentice—Hall,Inc.

结构稳定性理论原理

〔美〕A·查杰斯 著

唐家祥译 吴鸿庆校

甘肃人民出版社出版

（兰州第一新村51号）

甘肃省新华书店发行 兰州新华印刷厂印刷

开本850×1168毫米1/32 印张10.5 插页2 字数265,000

1982年9月第1版 1982年9月第1次印刷

印数：1—3,300

书号：15096·49 定价：1.35元

译 者 序

A·查杰斯的这本《结构稳定性理论原理》，基本理论讲得详细、清楚，内容密切结合设计实践，计算方法适用，具有材料力学、结构力学基础的读者易于接受。适合我国结构工程技术人员、大学土建、结构专业高年级学生与研究生阅读。

翻译时保留了原书中的英制计量单位。但在书末，译者列出了英制、公制和国际单位换算表，供读者参考。对于原书文、图中的个别印刷错误，译者已作了更正。

这个译本曾在译者指导的结构工程专业硕士研究生以及由结构设计、施工现场的工程师、助理工程师们组成的结构分析进修班中，作为结构稳定课程的参考书使用过，效果良好。

译文虽经校对，但仍难免有不当之处，敬请读者批评、指正。

译 者

1981.9

作 者 序

这是一本关于结构稳定性问题的导引书，其目的是详细论述各种结构构件的屈曲特性，介绍解决稳定问题的各种解析方法。

第一章讲柱子屈曲。从线性弹性理论开始，接着分析初始缺陷、大挠度与非弹性性能。本章以把理论结果同实际工程材料联系起来而结束。第二章讨论求解屈曲问题的各种近似计算方法，除了传统方法外还包括了与高速电子计算机配合使用的数值方法。其余各章分别叙述梁、刚构、板与壳的屈曲，这几章服务于两个目的：一是用类似于第一章研究柱子的方法讨论各种结构构件的屈曲特性；二是说明如何把第二章的各种近似方法用于不同的结构系统。虽然本书最关心的是理论分析，但也力图把理论结果与现行的设计实践联系起来。

作者尽力把本书局限在基础理论范围，并且相当详细地去阐明这些内容。因此，我们以为对于尚不熟悉结构稳定性问题的读者，包括高年级大学生、研究生与从事实际工作的工程师，本书是易于接受的。如果把本书用作教材，显然，含有较多理论应用实例的大多数章节的内容可纳入课堂讲授。其中一些例子可与各章末尾所列习题一起，留给学生作为家庭作业。

本书的基础是乔治·温特博士在康乃尔大学讲授的结构屈曲课程，作者曾荣幸地在温特博士指导下学习了这门课程。在此，作者要向温特博士表示感激与谢意。感谢他鼓励作者撰写本书，感谢他在筹备本书时所给予的帮助。

作者还要感谢马萨诸塞大学罗伯特·阿切尔博士和其他同事、同学们，他们为本书提出了有益的建议并给予了帮助。感谢梅里特·P·怀特博士为作者提供了良好的写作环境。

最后，作者感谢迈克林·伊尔尼凯夫人，她精心地打印了本书的手稿。

A·查杰斯

阿姆赫斯特，马萨诸塞

目　录

第一章　柱子屈曲

第二章　近似分析方法

第一章 柱子屈曲

1.1 引 言

细长柱子具有发生所谓屈曲的性质。当作用在这类构件上的荷载还相当小的时候，荷载的增加只引起构件的轴向缩短。然而，一旦达到某一临界荷载，构件就突然弯成弓形，这种弯曲导致很大的变形，而变形又导致构件的破坏。因此，发生屈曲时的荷载是受压构件的一个设计判据。

受拉构件以及粗短柱子都是在其应力达到材料的某个极限强度的时候才破坏的，一旦知道了材料的这个极限强度，确定构件的承载能力便是一件相当简单的事情。然而，屈曲的发生不是由于作用应力达到材料的某一预知强度的结果。应力多大时出现屈曲取决于多种因素，包括构件尺寸、支承方式与制作构件所用的材料性能。因而，屈曲应力的确定是一个相当复杂的问题。解决这个问题便是本书的主要目的。

如果屈曲并不是因为材料的某一强度被超过而出现，那么，人们要问：一根受压构件为什么会突然变弯呢？虽然不可能就这一问题作出直截了当的回答，但是，可以对屈曲现象进行一定的观察，从而至少是部分地说明所发生的现象。引自萨瓦多里与赫勒写的《建筑结构》（参考文献1.1）一书中的下面一段话是精辟地解释屈曲现象的一种观察："一根细长柱子，当在端部荷载作用下受压时，它要缩短。与此同时，荷载位置降低。一切荷载要降低它的位置的趋势是一个基本的自然规律。每当在不同路线之间存在着一个选择的时候，一个物理现象将按照最容易的路线

发生，这是另一个基本的自然规律。面临弯出去还是缩短的选择，柱子发现在荷载相当小的时候，缩短比较容易；当荷载相当大时，弯出去比较容易。换句话说，当荷载达到它的临界值时，用弯曲的办法来降低荷载位置比用缩短的办法更为容易些。”

这样看来，屈曲荷载似乎是一种极限荷载，只有荷载低于它时，压而不弯才是可能的。这里，我们先作如下假定：在屈曲荷载作用下，由于柱子直的外形不再是稳定的，便出现从直的外形到弯曲外形的过渡。这个假定将在后面得到证明。在1.2节中，我们将把屈曲荷载标志着直柱稳定性极限的概念发展成为计算屈曲荷载的一种方法。

1.2　随遇平衡法

通常，用研究图1—1（参考文献1.2与1.3）所示刚球在不同位置的平衡来说明稳定性的概念。虽然在示出的每一个位置，球都是平衡的，但是，细心考察一下，就会发现这三种情况之间存在着重要差别。如果施加轻微干扰力使图（a）中的球离开初始平衡位置，干扰力解除后它将回到原位置，我们说这个球是处于稳定平衡状态的。与此相反，要是让图（b）中的球稍微离开其静止位置，它不仅不回到初始平衡位置而且继续远离该位置运动，图（b）中球的平衡是很不安定的，称为不稳定平衡。图（c）描述了另一类可能的平衡类型，球被轻微移动之后既不回到初始位置也不继续远离该位置运动，而是停留在移动后的位置，具有这种特性的平衡称为随遇平衡。

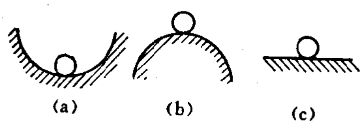

图1—1　平衡的稳定性（引自文献1.2）

图1—2中的球在直线ABC的任何一点上都是平衡的。在A、B之间范围内，平衡是稳定的，而在B、C之间是不稳定的。在

稳定与不稳定范围的过渡点B，球处于随遇平衡状态。1.1节已经指出，柱子在某一荷载下屈曲是因为该荷载下直线形式的平衡成为不稳定的，柱子的这种特性与图1—2中球的性能非常相似。柱子的直线形式平衡在微小荷载下是稳定的，但是，在大荷载下是不稳定的。如果假定柱子从稳定平衡过渡到不稳定平衡时，与图1—2中刚球表现出的性质类似，也存在着随遇平衡状态，那么，结束直线平衡为稳定平衡的荷载就是使随遇平衡成为可能的荷载。通常，把这样的荷载称为临界荷载。

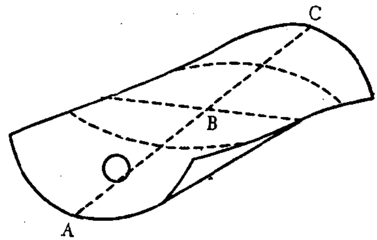

图1—2　稳定面

决定柱子的临界荷载，必须寻求使柱子在直的和微弯的两种形式下都能平衡的荷载。用这个准则来计算临界荷载的方法称为随遇平衡法。

1.3　欧拉柱的临界荷载

即使是中心受载构件这样一种简单的结构单元，也是以相当复杂的方式进行工作的。因此，用一个非常理想化的情形即欧拉柱*开始柱子的研究是很自然的。设图1—3示出的中心受压构件为等截面并由同一材料制成。此外，再作如下四条假定：

1.构件两端简支，下端为固定铰，上端能自由转动与竖向移动，但不能水平移动。

2.构件理想地直，荷载沿柱子形心轴作用。

* 欧拉柱是以人名命名的。1744年，欧拉首先提出了精确的柱子稳定分析。虽然今天习惯上把简支柱称为欧拉柱，事实上欧拉在他的著名论文（从参考文献1.4中可以找到）中分析的是一端固定另一端自由的柱子。

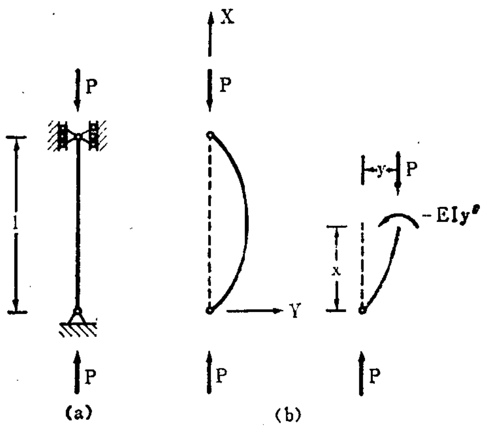

图1—3 欧拉柱

3.材料服从虎克定律。

4.构件的变形足够微小，以致在曲率公式$y''/[1+(y')^2]^{\frac{3}{2}}$中与1相比$(y')^2$可以略去。因此曲率能够用$y''$*来近似。

根据1.2节建立的临界平衡准则，临界荷载是使微弯形式的平衡（图1—3b）成为可能的荷载。如果坐标轴选取如图所示，距坐标原点为x的任意截面的弯矩是

$$M_x = -EIy''$$

使上述表达式与外力矩Py相等，得

$$EIy'' + Py = 0 \tag{1.1}$$

方程（1.1）是一个常系数线性微分方程。象这样的方程，可以立即求得它的解答。在求解之前，让我们先看看，如果不作前面的简化假设，方程（1.1）又是什么样子。没有弹性性质假设与小变形假设，（1.1）中的模量E就是一个变量，曲率y''须换成$y''/[1+(y')^2]^{\frac{3}{2}}$。这样一来，方程既不是常系数也不是线性的，其结果，求解将十分困难。不作同轴荷载与铰支假设，则

* 读者留意，记号y''与y'总表示y对x的二阶与一阶导数。

方程右边将出现附加项，这将使得方程成为非齐次的，但不给求解工作增添多大困难。

现在，我们求方程（1.1）的解。引入记号

$$k^2 = \frac{P}{EI} \tag{1.2}$$

方程（1.1）变成

$$y'' + k^2 y = 0 \tag{1.3}$$

常系数齐次线性微分方程的解总具有

$$y = e^{mx}$$

的形式。把这个式子代入（1.3），可得

$$m = \pm ik$$

因此，方程（1.3）的通解为

$$y = C_1 e^{ikx} + C_2 e^{-ikx}$$

利用关系式

$$e^{\pm ikx} = \cos kx \pm i\sin kx$$

并注意到满足方程（1.3）的复函数其实部与虚部也都必须满足该方程，则通解可重新写成

$$y = A\sin kx + B\cos kx \tag{1.4}$$

为了计算任意常数，我们使用边界条件：

$$x = 0 \text{ 时}, \quad y = 0 \tag{1.5}$$
$$x = l \text{ 时}, \quad y = 0$$

把第一个边界条件代入式(1.4)得

$$B = 0$$

于是

$$y = A\sin kx \tag{1.6}$$

由第二个边界条件，得

$$A\sin kl = 0$$

这个关系式能够通过两条途径满足：

$$A = 0$$

或

$$\sin kl = 0$$

如果$A = 0$，k以及由k而得的P都有任意值。这个结果称为平庸

解（零解），因为它不过是肯定了已知的事实：只要柱子仍保持理想直，在任何轴向荷载P作用下它都是平衡的。如果

$$\sin kl = 0,$$

则

$$kl = n\pi$$

其中$n=1$、2、3……，把这个式子代入式(1.2)与(1.6)，得

$$P=\frac{n^2\pi^2 EI}{l^2} \tag{1.7}$$

和

$$y= A\sin\frac{n\pi x}{l} \tag{1.8}$$

在(1.7)式给定的荷载作用下，柱子能够以微弯形式处于平衡，其变形形状由(1.8)式给出。由于$\sin kl = 0$时A可以有任意值，所以y的幅值是不定的。

令$n = 1$得到的P值为

$$P=\frac{\pi^2 EI}{l^2} \tag{1.9}$$

这个荷载称为欧拉荷载。它是使随遇平衡成为可能的最小荷载，因而它也是柱子终止其直线稳定平衡的最小荷载。

图1－4描述的欧拉柱的特性可以概括如下：欧拉荷载以下柱子一直保持直线状态。欧拉荷载时出现平衡分枝，即柱子既可以保持直线状态也能采取一个不定幅值的变形形状。这个特性意味着在欧拉荷载时出现临界平衡状态，因此，欧拉荷载标志着柱子从稳定平衡到不稳定平衡的过渡。

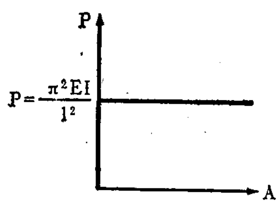

图1—4　欧拉柱性能

式(1.7)表明，对于n大于1的值，还存在着另外一些比欧拉荷载大的荷载，在这些荷载作用下随遇平衡也是可能的，关于这个问题，本书不作详细叙述。这些较大的荷载将被看成是方程(1.1)的正确的数学解，而对所研究的稳定性问题的物理现象则没有意义。

前面分析中得到的欧拉荷载有时称为临界荷载，有时叫做屈曲荷载。对这两个术语，霍夫建议不要把它们交换使用（参考文献1.5）。他主张把使实际的非理想柱子突然侧向弯出去的荷载称为屈曲荷载，把按照线性分析使理想柱子可为随遇平衡时的荷载称为临界荷载。换句话说，屈曲是一种可以通过实际柱子的加载试验观测到的事情，而临界荷载指的是一个理想化的理论分析结果。因而，本章得到的欧拉荷载应该称为柱子的临界荷载。

1.4 线性柱子理论——特征值问题

1.3节介绍的小挠度柱子理论基于一个线性微分方程，因此又称为线性柱子理论。相比起来，后面将要研究的柱子大挠度理论是以一个非线性微分方程为基础的，因此被称为非线性柱子理论。虽然，与大挠度理论相比较，小挠度理论可以看成是线性的，但是，这里的所谓线性并不具有象简单梁弯曲理论中所谓线性一词的同样含意。后者，其平衡乃建立在未变形的几何形状之上，挠度与荷载成正比。毫无疑问，这对欧拉柱来说是不正确的。

线性柱子理论同简单弯曲以及大挠度柱子理论都有明显区别。实际上，它属于一个全然不同的问题类型，即通常所说的特征值问题。这类问题的特点在于因变量的非零解只对某一参数的几个确定的离散值而存在。使非零解存在的参数值称为特征值，非零解叫特征向量。在特征值问题中，只能确定特征向量的形状，不能确定其幅值。象轴向受压柱子这样一类稳定问题中，使非零挠度成为可能的荷载

$$P=\frac{n^2\pi^2EI}{l^2}$$

是特征值，在这些荷载作用下出现的挠曲形状为特征向量。最小特征值是临界荷载，相应的特征向量为屈曲模态。

1.5　边界条件

使1.3节所得结果普遍化的第一步就是研究除两端铰支外的其它边界条件。

1.两端固定

如果柱子两末端被固定住，则两个末端既不能侧向移动也不能旋转。结果，当柱子发生微小变形时，两个末端都产生弯矩M_0，如图1—5a所示，在离坐标原点为x的截面处使外力矩与弯矩相等（图1—5b）得

$$EIy''+Py=M_0$$

或
$$y''+k^2y=\frac{M_0}{EI} \tag{1.10}$$

其中
$$k^2=\frac{P}{EI}$$

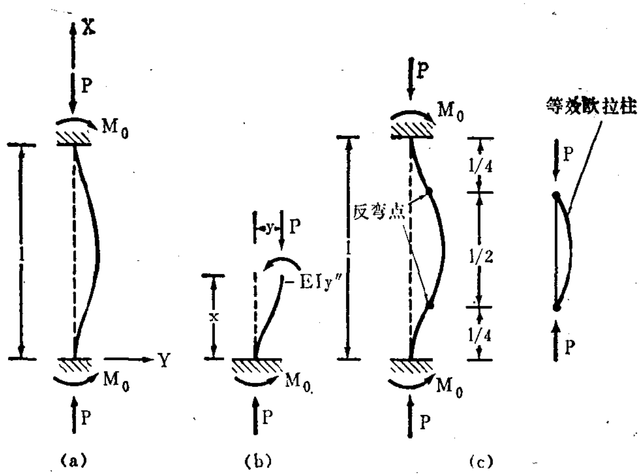

图1—5　两端固定柱